

Индивидуальное домашнее задание № 2 (весенний семестр) для НК-201 (суммарно 40 баллов).

- 1.** В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η
 - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины μ .
- 2.** В условиях задачи 15 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ
 - 2) **Четный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины η . **Нечетный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины μ
- 3.** В условиях задачи 18 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
 - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины μ .
 - 4) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\eta = |\xi - \eta|$
- 4.** В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
 - 3) Математическое ожидание случайной величины μ .
- 5.** Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность $p_\xi(x)$. Найдите константу A , медиану и моду.
- 6.** В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - 1) условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η ;
 - 2) условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ .
 - 3) Для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в. μ при условии η .
Для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в. μ при условии ξ .
- 7.** В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ ;
 - для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η ;
- 8.** В условиях задачи 20 ИДЗ 1 (осенний семестр) вычислите:
 - 1) характеристические функции $f_\xi(t)$ и $f_\eta(t)$ случайных величин ξ и η ;
 - 2) характеристическую функцию $f_\mu(t)$ случайной величины μ ;
- 9.** По заданной характеристической функции $f_\xi(t)$ вычислите:
 - 1) математическое ожидание случайной величины ξ ;
 - 2) дисперсию случайной величины ξ .
- 10.** Посетитель тира платит за выстрел a рублей. При попадании в девятку получает выигрыш b рублей, при попадании в десятку получает выигрыш c рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то деньги ему не выплачиваются. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны p_1 , p_2 и p_3 соответственно. Число посетителей равно n .
С помощью **неравенства Чебышева**:
 - 1) найдите границы, в которых будет лежать суммарная прибыль владельца тира с вероятностью не менее α ;
 - 2) найдите число посетителей тира, чтобы вероятность отклонения суммарной прибыли от среднего размера суммарной прибыли на величину не меньше β % от средней суммарной прибыли равнялась pС помощью **центральной предельной теоремы** оцените вероятность того, что
 - 1) размер убытка у владельца тира будет лежать в пределах от m_1 до m_2 рублей;
 - 2) что суммарная прибыль окажется в пределах от n_1 до n_2 рублей.
- 11.** Статистический анализ, проведенный по заказу авиакомпании, показал, что распределение веса (в кг) пассажира авиарейса с грузом хорошо описывается плотностью распределения
$$p(x) = Ax^3(150-x), \quad x \in (0; 150).$$
Масса пустого снаряженного самолета равна 135 тонн. Максимальная взлетная масса равна 260 тонн. При посадке зарегистрировано n пассажиров.
 - 1) Какой коммерческий груз (в кг) можно дополнительно взять этим рейсом, чтобы вероятность перегрузки составила не более α %.
 - 2) Найдите вероятность перегрузки, если дополнительный коммерческий груз составил m тонн.

- 12.** По заданным выборкам X_1, X_2, \dots, X_n и Y_1, Y_2, \dots, Y_n объема $n = 50$ найти и построить:
- 1) минимальный и максимальный элементы выборки, разброс выборки, статистический ряд;
 - 2) гистограмму, полигон относительных частот, эмпирическую функцию распределения;
 - 3) выборочные характеристики: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную) (по выборке и по статистическому ряду), медиану.
- 13.** Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью $p_\xi(x)$ с неизвестным параметром. Найдите оценку неизвестного параметра методом моментов.
- 14.** Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью
- $$p(x) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-\left(x\sqrt{a}-\frac{\sqrt{b}}{x}\right)^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$
- с неизвестными параметрами (a, b) . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров
- 15.** Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью
- $$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a\pi x^2}} e^{-\frac{(\ln x - b)^2}{2a}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$
- с неизвестными параметрами (a, b) . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров
- 16.** Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с неизвестным параметром. При помощи метода максимального правдоподобия (ММП) найти оценку неизвестного параметра распределения, проверить полученную оценку на несмещенность и эффективность.
- 17.** С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n дискретному распределению с заданными параметрами.
- 18.** С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n непрерывному распределению с заданными параметрами.
- 19.** Для заданной выборки X_1, X_2, \dots, X_n с помощью критерия χ^2 проверить гипотезу о принадлежности выборки к заданному дискретному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).
- 20.** Для заданной выборки X_1, X_2, \dots, X_n с помощью критерия χ^2 проверить гипотезу о принадлежности выборки к непрерывному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).

Распределение баллов (40 баллов)

Задача 1 (1,5 балла)			Задача 2 (1,5 балла)		Задача 3 (2 балла)				Задача 4 (3 балла)			Задача 5	Задача 6 (2 балла)					
0,5	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,3	0,5	0,7	1	1	1	1 балл	0,5	0,5	1			
Задача 7			Задача 8 (2 балла)		Задача 9 (1,5 балла)		Задача 10 (2 балла)				Задача 11 (1,5 балла)							
2 балла			1,4		0,6		0,5		1		0,5		0,5		0,7		0,8	
Математическая статистика																		
Задача 12 (1,5 балла)			Задача 13	Задача 14	Задача 15	Задача 16	Задача 17	Задача 18	Задача 19	Задача 20								
0,5			0,5	0,5	2 балла	2 балла	2 балла	2,5 балла	2 балла	2 балла	3 балла	3 балла						

15	5.	$p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [-1; 1] \\ A(1 - 2x)^2, & x \in [-1; 1] \end{cases}$																						
	9.	$f(t) = 2 \cdot \frac{1}{2 - it} e^{2t^2}$																						
	10.	$a = 275, b = 250, c = 750, \quad p_1 = 0,4, p_2 = 0,2, p_3 = 0,4, \quad n = 400,$ $\alpha = 0,9, \beta = 15, p = 0,15;$ $m_1 = 0, \quad m_2 = 1000, \quad n_1 = 5000, \quad n_2 = 12000.$																						
	11.	$n = 500, \quad \alpha = 0,2, \quad m = 45$																						
	12.	<p>Выборка X_1, \dots, X_n</p> <p>[1,] 0 0 3 2 2 0 0 2 3 3 [2,] 6 3 1 0 0 1 7 0 3 0 [3,] 0 0 2 2 0 5 3 0 0 0 [4,] 1 1 0 0 2 0 2 3 2 4 [5,] 0 6 0 2 3 2 0 1 2 0</p> <p>Выборка Y_1, \dots, Y_n</p> <p>[1,] 0.16 1.22 0.93 4.15 0.62 4.19 7.59 0.85 2.35 2.02 [2,] 0.36 0.17 0.06 2.25 0.16 2.80 1.95 1.28 0.85 1.59 [3,] 1.10 1.20 0.59 2.49 0.11 3.48 0.14 2.97 8.91 1.87 [4,] 4.88 3.49 2.68 0.63 6.59 0.43 2.68 0.34 0.73 1.44 [5,] 0.33 0.19 2.78 5.74 3.46 0.19 1.50 0.44 3.62 3.10</p>																						
	13.	<p>Выборка X_1, \dots, X_n – имеет плотность распределения</p> $f(x) = \begin{cases} p\lambda_1^2 x e^{-\lambda_1 x} + (1 - p)\lambda_2^2 x e^{-\lambda_2 x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ <p>При заданных значениях параметров $\lambda_1 = 0.6$ и $\lambda_2 = 2$ найти оценку параметра p. Таблица частот</p> <table border="1" data-bbox="419 1016 1382 1097"> <tr> <td>интервалы</td> <td>0-1</td> <td>1-2</td> <td>2-3</td> <td>3-4</td> <td>4-5</td> <td>5-6</td> <td>6-7</td> <td>7-8</td> <td>8-9</td> <td>9-10</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>321</td> <td>246</td> <td>161</td> <td>94</td> <td>67</td> <td>39</td> <td>29</td> <td>24</td> <td>12</td> <td>7</td> </tr> </table>	интервалы	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	частоты	321	246	161	94	67	39	29	24	12	7
интервалы	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10														
частоты	321	246	161	94	67	39	29	24	12	7														
	14.	<p>По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b</p> <table border="1" data-bbox="544 1176 1257 1294"> <tr> <td>интервалы</td> <td>1-1.6</td> <td>1.6-2.2</td> <td>2.2-2.8</td> <td>2.8-3.4</td> <td>3.4-4</td> <td>4-4.6</td> <td>4.6-5.2</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>37</td> <td>198</td> <td>224</td> <td>101</td> <td>78</td> <td>9</td> <td>3</td> </tr> </table>	интервалы	1-1.6	1.6-2.2	2.2-2.8	2.8-3.4	3.4-4	4-4.6	4.6-5.2	частоты	37	198	224	101	78	9	3						
интервалы	1-1.6	1.6-2.2	2.2-2.8	2.8-3.4	3.4-4	4-4.6	4.6-5.2																	
частоты	37	198	224	101	78	9	3																	
	15.	<p>По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b</p> <table border="1" data-bbox="288 1375 1517 1494"> <tr> <td>интервалы</td> <td>0.0-0.9</td> <td>0.9-1.8</td> <td>1.8-2.7</td> <td>2.7-3.6</td> <td>3.6-4.5</td> <td>4.5-5.4</td> <td>5.4-6.3</td> <td>6.3-7.2</td> <td>7.2-8.1</td> <td>8.1-9.0</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>4</td> <td>71</td> <td>168</td> <td>120</td> <td>89</td> <td>33</td> <td>7</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> </table>	интервалы	0.0-0.9	0.9-1.8	1.8-2.7	2.7-3.6	3.6-4.5	4.5-5.4	5.4-6.3	6.3-7.2	7.2-8.1	8.1-9.0	частоты	4	71	168	120	89	33	7	5	1	2
интервалы	0.0-0.9	0.9-1.8	1.8-2.7	2.7-3.6	3.6-4.5	4.5-5.4	5.4-6.3	6.3-7.2	7.2-8.1	8.1-9.0														
частоты	4	71	168	120	89	33	7	5	1	2														
	16.	<p>Экспоненциальное распределение</p> <p>[1,] 2.52 1.52 0.22 0.71 2.23 1.12 3.24 1.10 1.30 4.41 [2,] 2.79 0.82 1.15 0.46 3.09 1.66 0.45 4.26 0.75 0.20 [3,] 2.14 3.70 3.94 4.99 0.12 0.17 0.81 3.07 0.51 2.80 [4,] 1.18 3.89 0.59 1.97 0.49 1.89 1.18 9.09 1.32 0.43 [5,] 3.91 0.39 2.77 1.76 2.61 0.24 0.26 2.98 0.14 3.31</p> <p>При помощи ММП найти оценку среднего квадратичного отклонения и проверить эту оценку на несмещённость и эффективность</p>																						
	17.	<p>Гипотеза H_0 --- биномиальное распределение $Binom(k = 20, p = 0.5)$. Гипотеза H_1 --- биномиальное распределение $Binom(k = 20, p = 0.6), \alpha = 0.1$</p> <p>[1,] 9 7 9 6 9 8 12 10 10 8 [2,] 12 10 9 11 10 8 12 12 7 14 [3,] 11 9 11 8 10 11 9 14 12 12 [4,] 9 9 11 9 8 13 12 11 10 9 [5,] 13 11 8 12 10 10 13 12 12 8</p>																						

18.	<p>Гипотеза H_0 --- нормальное распределение $N(m = -8, \sigma = 3)$. Гипотеза H_1 --- нормальное распределение $N(m = -9, \sigma = 3), \alpha = 0.05$</p> <p>[1,] -12.90 -7.54 -8.07 -1.92 -7.13 -5.08 -4.62 -7.37 -10.42 -10.03 [2,] -8.19 -5.56 -13.88 -7.27 -4.09 -4.10 -15.44 -4.19 -8.33 -3.09 [3,] -10.12 -6.51 -8.03 -4.04 -5.71 -11.64 -7.01 -13.26 -11.32 -4.44 [4,] -8.94 -7.49 -10.03 -6.94 -8.14 -3.04 -4.28 -6.07 -5.66 -7.07 [5,] -8.80 -10.24 -10.01 -14.63 -0.60 -8.94 -8.59 -11.39 -8.48 -7.44</p>
19.	<p>Геометрическое распределение с неизвестным параметром $p, \alpha = 0.1$</p> <p>[1,] 0 0 3 2 2 0 0 2 3 3 [2,] 6 3 1 0 0 1 7 0 3 0 [3,] 0 0 2 2 0 5 3 0 0 0 [4,] 1 1 0 0 2 0 2 3 2 4 [5,] 0 6 0 2 3 2 0 1 2 0</p>
20.	<p>Гамма-распределение с параметрами λ и $\gamma, \alpha = 0.05$</p> <p>[1,] 0.16 1.22 0.93 4.15 0.62 4.19 7.59 0.85 2.35 2.02 [2,] 0.36 0.17 0.06 2.25 0.16 2.80 1.95 1.28 0.85 1.59 [3,] 1.10 1.20 0.59 2.49 0.11 3.48 0.14 2.97 8.91 1.87 [4,] 4.88 3.49 2.68 0.63 6.59 0.43 2.68 0.34 0.73 1.44 [5,] 0.33 0.19 2.78 5.74 3.46 0.19 1.50 0.44 3.62 3.10</p>