

## **Введение**

Задания и методические указания на выполнение контрольно-курсовой работы охватывают основные разделы курса «Моделирование динамических систем».

Целью контрольно-курсовой работы является закрепление знаний студентов по основным разделам курса, а также более глубокое изучение методов и приемов расчета временных и частотных характеристик динамических систем.

### **Общие указания к выполнению контрольно-курсовой работы**

#### **При выполнении заданий необходимо:**

Стремиться к наиболее рациональному порядку решения задач.

Указать применяемую систему единиц.

Векторные диаграммы построить с указанием выбранного масштаба.

Схемы и векторные диаграммы выполнять по ГОСТу.

Все рисунки, схемы нумеровать согласно ГОСТа с обязательной ссылкой на них в тексте работы.

Формулы записываются сначала в общем виде, затем подставляются цифры и записывается результат вычислений.

Контрольно-курсовая работа должна содержать титульный лист, оглавление, шифр варианта задания, исходную и расчетную схемы, а также: исходные данные, текст пояснительной записки, приложения (если требуется), список литературы.

Решая поставленные задачи, не следует ограничиваться написанием формул и вычислениями, а следует кратко объяснить физическую суть рассматриваемых процессов и по каждому пункту задания привести основные положения и сделать выводы.

Список используемых источников приводится согласно ГОСТа: автор, его инициалы, название, место издания, издательство, год издания.

## **Задание на контрольно - курсовую работу по дисциплине**

### **«Моделирование динамических систем»**

#### **Порядок выполнения работы.**

##### **1. Исследование модели вход-выход.**

1.1. В соответствии с вариантом задания (см. табл.1.1), построить схему моделирования линейной динамической системы (1.1).

1.2. Осуществить моделирование системы при двух видах входного воздействия —  $u = 1(t)$  и  $u = 2 \sin t$  — и нулевых начальных условиях. На экран выводить графики сигналов  $u(t)$  и  $y(t)$ . Продолжительность интервала наблюдения выбрать самостоятельно.

1.3. Осуществить моделирование свободного движения системы, т.е. с нулевым входным воздействием и ненулевыми начальными условиями, заданными в табл.1.2. На экран выводить  $y(t)$ .

##### **2. Исследование модели вход-состояние-выход.**

2.1. В соответствии с вариантом задания (см. табл.1.3), построить схему моделирования линейной динамической системы (1.2а).

2.2. Осуществить моделирование линейной динамической системы при двух видах входного воздействия:  $u = 1(t)$  и  $u = 2 \sin t$ . На экран выводить графики сигналов  $u(t)$  и  $y(t)$ . Для всех вариантов начальное значение вектора состояния нулевое.

2.3. Осуществить моделирование свободного движения системы с начальными условиями, приведенными в табл.1.4. На экран выводить  $y(t)$

#### **Методические рекомендации.**



постоянных коэффициентов,  $C$  —  $1 \times n$  вектор-строка постоянных коэффициентов, а  $x$  —  $n$ -мерный вектор состояния.

Напомним, что решением дифференциального уравнения (1.1) (или, соответственно, системы (1.2)) является функция времени  $y(t)$  (или вектор-функция  $x(t)$ ), обращающая данное уравнение (систему) в тождество и удовлетворяющая заданным начальным условиям. Для дифференциального уравнения (1.1) начальные условия накладываются на переменную  $y$  и ее производные до  $(n-1)$ -го порядка включительно:

$$y^{(j)}(0) = y_{j0}, \quad j = 0, 1, \dots, n-1,$$

а для системы (1.2) — на координаты вектора состояния:  $x_j(0) = x_{j0}$ ,

$j = 1, 2, \dots, n$ . Особо отметим, что в теории управления под начальными

условиями понимают условия, которые существовали до момента приложения входного сигнала.

Поэтому для любой функции  $f(t)$  ее начальное значение понимается в смысле предела

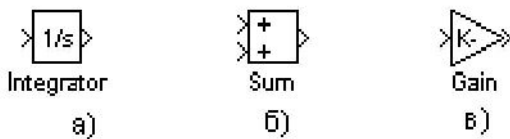


Рис. 1.1. Блоки элементарных операций:  
а) интегратор; б) сумматор;

$$f(0) = \lim_{\tau \rightarrow 0} f(\tau),$$

(1.3)

где переменная  $\tau$  стремится к нулю, оставаясь отрицательной ( $\tau < 0$ ). При этом говорят, что предел (1.3) задает *начальные условия слева*, т.е. в начальный момент  $t = -0$ . В соответствии с принятой трактовкой начальных условий, имеем  $u^{(i)}(0) = u^{(i)}(-0) = 0$  для всех  $i = 0, 1, 2, \dots$

С помощью блоков элементарных операций — *интегратора, сумматора и блока усиления* (см. рис.1.1) — могут быть составлены схемы моделирования уравнений (1.1) и (1.2). Указанные блоки легко реализуются физически (например, в виде электронных схем на основе операционных усилителей) и составляют элементную базу аналоговых вычислительных машин (АВМ).

Для составления схемы моделирования дифференциальных уравнений (1.2) необходимо использовать  $n$  интеграторов (число интеграторов определяется числом дифференциальных уравнений). При этом полагается, что на выходе  $j$ -го интегратора действует величина  $x_j$ , а на его входе, соответственно,  $\dot{x}_j$ . Далее, в соответствии со структурой правых частей уравнений (1.2) вводятся прямые и обратные связи, формирующие сигналы  $\dot{x}_j$ . Проиллюстрируем данный подход следующим примером. Пусть динамическая система описывается дифференциальными уравнениями

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 2u, \\ \dot{x}_2 = -5x_1 - 2x_2 + 3u, \\ y = x_1 + 7x_2 \end{cases} \quad (1.4)$$

с начальными условиями  $x_1(0) = 2$ ,  $x_2(0) = -1$  и входным воздействием  $u = 2 \sin t$ . Тогда схема моделирования системы (1.4) будет иметь вид, представленный на рис.1.2, где начальные условия на интеграторах соответствуют начальным значениям координат вектора состояния  $x_1(0)$  и  $x_2(0)$ .

Существует несколько различных способов построения схем моделирования уравнения (1.1). Рассмотрим на примере один из них. Пусть динамическая система описывается уравнением

$$y^{(3)} + 5y^{(2)} + 2y^{(1)} + y = 4u^{(2)} + 6u^{(1)} + 3u \quad (1.5)$$

с начальными условиями  $y(0) = 1$ ,  $y^{(1)}(0) = 2$ ,  $y^{(2)}(0) = 0$  и входным воздействием  $u = \sin t$ .

Заменим в (1.5) операцию дифференцирования оператором дифференцирования  $s = d / dt$

$$s^3 y + 5s^2 y + 2s y + y = 4s^2 u + 6s u + 3u$$

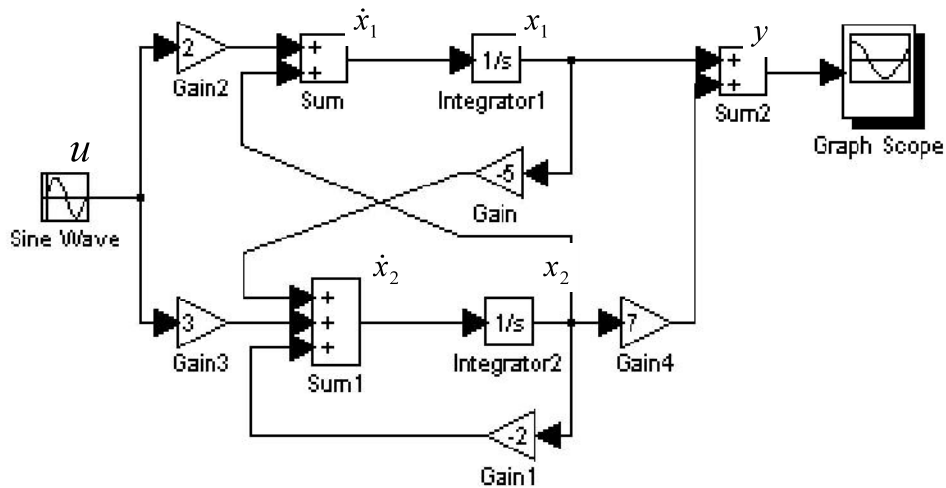


Рис.1.2. Схема моделирования системы (1.4)

и выразим слагаемое со старшей степенью  $s$  :

$$s^3 y = -5s^2 y - 2sy - y + 4s^2 u + 6su + 3u.$$

Разделив обе части на  $s^3$ , после элементарных преобразований окончательно получаем

$$y = \frac{1}{s}(4u - 5y) + \frac{1}{s^2}(6u - 2y) + \frac{1}{s^3}(3u - y). \quad (1.6)$$

Таким образом, выходная переменная  $y$  представлена в виде суммы сигналов прямых и обратных связей, проинтегрированных соответствующее число раз. Схема моделирования, составленная на основе уравнения (1.6), приведена на рис.1.3.

Определим начальные условия интеграторов. Для удобства обозначим выходные сигналы интеграторов через  $z_1$ ,  $z_2$  и  $z_3$  (см. рис.1.3) и, следовательно, искомые начальные условия — через  $z_1(0)$ ,  $z_2(0)$  и  $z_3(0)$ . Так как  $z_1 = y$ , то  $z_1(0) = y(0) = 1$ . Далее, из схемы моделирования видно, что  $\dot{y} = \dot{z}_1 = z_2 + 4u - 5y$  и, следовательно,

$$z_2 = \dot{y} - 4u + 5y. \quad (1.7)$$

Подставляя в (1.7) начальные значения сигналов  $y(0)$ ,  $u(0)$  и  $\dot{y}(0)$ , вычисляем начальное условие для второго интегратора (блок Int 2)

$$z_2(0) = \dot{y}(0) - 4u(0) + 5y(0) = 2 - 0 + 5 = 7.$$

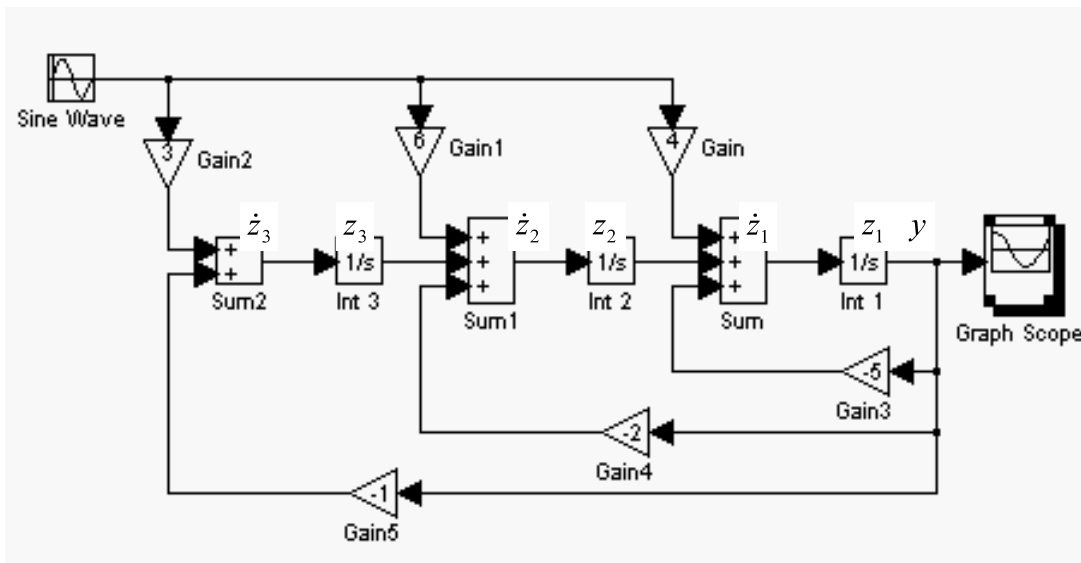


Рис.1.3. Схема моделирования уравнения (1.6)

Так же из структурной схемы получаем, что  $\dot{z}_2 = z_3 + 6u - 2y$  и, следовательно,  $z_3 = \dot{z}_2 - 6u + 2y$ . Дифференцируя  $z_2$  в силу уравнения (1.7), окончательно получаем

$$z_3 = \ddot{y} - 4\dot{y} + 5y - 6u + 2y. \quad (1.8)$$

Подставляя в (1.8) начальные значения соответствующих сигналов, вычисляем начальное условие для третьего интегратора (блок Int 3)

$$z_3(0) = \ddot{y}(0) - 4\dot{y}(0) + 5y(0) - 6u(0) + 2y(0) = 0 - 0 + 10 - 0 + 2 = 12.$$

Еще раз отметим, что мы рассматриваем начальные условия слева и, следовательно,  $u(0) = \dot{u}(0) = 0$ .

### Содержание пояснительной записки по ККР

Пояснительная записка контрольно-курсовой работы должна содержать следующие структурные элементы:

- титульный лист;
- задание;
- аннотация;
- содержание;
- введение;

основную часть:

1. Математические модели динамических систем и соответствующие им схемы моделирования.
2. Расчет начальных условий интеграторов для п.1.3 программы исследований.
3. Результаты моделирования (графики переходных процессов).
  4. Выводы.  
заключение;  
список использованных источников;  
приложения.

#### **Вопросы к защите контрольно-курсовой работы.**

1. Почему для моделирования динамических систем не используются блоки дифференцирования?
2. Укажите условие физической реализуемости системы, описанной дифференциальным уравнением (1.1).
3. С помощью каких команд пакета MATLAB можно рассчитать корни характеристического уравнения моделируемой системы?
4. Составьте схему моделирования уравнения  $\dot{y} + 3y = 2\dot{u} + 5u$ .
5. Составьте по схеме моделирования дифференциального уравнения (1.5) (см. рис.1.3) модель вход-состояние-выход.



## Варианты задания к контрольно-курсовой работе

Таблица 1.1

### Варианты параметров моделей вход-выход

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Порядок модели $n$	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2
$a_0$	9	5	5	8	7	15	7	2	1	25
$a_1$	6	4	4	6	5	5	3	0,5	0,5	1
$a_2$	3	3	2	2	2	10	—	—	—	—
$b_0$	12	2,5	7,5	12	10	15	10	4	2	25
$b_1$	2	2	0	1	3	0,5	6	2	2	2
$b_2$	0,1	3	5	10	1,5	1	0	0	0	0

Таблица 1.2

### Варианты начальных условий моделей вход-выход

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Порядок модели $n$	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2
$y(0)$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\dot{y}(0)$	0,5	-0,2	-0,4	0,1	-0,5	0,5	0,4	1	-0,5	0
$\ddot{y}(0)$	0	1	0,2	-0,1	0	0,1	—	—	—	—

Таблица 1.3

Варианты значений матриц  $A$ ,  $B$  и  $C^T$ 

Вариант т	n	$A$	$B$	$C^T$	Вариант т	n	$A$	$B$	$C^T$
1	2	$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -1,5 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 \\ 6 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$	7	3	$\begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -6 & -1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0,5 \\ 2,5 \\ 0 \end{vmatrix}$
2	2	$\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -0,5 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0,5 \\ 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 4 \\ 0 \end{vmatrix}$	8	3	$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -0,5 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0,25 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$
3	2	$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -0,5 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0,5 \\ 1,5 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 2 \\ 0,2 \end{vmatrix}$	9	3	$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -4 & -2,5 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0,1 \\ 0 \\ 3 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ 0,2 \end{vmatrix}$
4	2	$\begin{vmatrix} 0 & -4 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0,5 \\ 0,25 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 \\ 8 \end{vmatrix}$	10	3	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & -10 \\ 1 & 0 & -7 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 5 \\ 0 \\ 0,2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 \\ 0,1 \\ 2 \end{vmatrix}$
5	2	$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -0,5 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0,5 \\ 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 5 \\ 0,5 \end{vmatrix}$					
6	2	$\begin{vmatrix} 0 & -12 \\ 1 & -0,8 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 3 \\ 0,1 \end{vmatrix}$					

Таблица 1.4

## Варианты начальных условий автономных систем

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_1(0)$	1	0,5	0,5	-0,5	0,2	0,3	-0,2	0	0,5	3
$x_2(0)$	0,5	0,2	-0,4	0,1	-0,1	-0,5	0,4	1	2	0
$x_3(0)$	—	5	—	3	—	—	0,1	-0,1	0	0,5