



МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ РФ
СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

В.Н. Агуленко

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Часть I

Новосибирск 2002

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ РФ
**СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ**

В.Н. Агуленко

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Часть I

Утверждено редакционно-издательским
советом СГУПСа в качестве учебного пособия

Новосибирск 2002

УДК 539.3/8
А272

Агуленко В. Н. **Сопротивление материалов**: Учебное пособие. Ч. I. – Новосибирск: Изд-во СГУПС, 2002. – 105 с.

ISBN 5-93461-097-X

Учебное пособие содержит краткий необходимый теоретический материал, решение стандартных примеров и задания к контрольным работам.

При составлении учебного пособия использованы изданные в 1987–1988 годах «Методические указания...» (авторы В.Н. Агуленко и В.И. Окунцов), которые были переработаны, дополнены и исправлены канд. техн. наук, доцентом В.Н. Агуленко.

Табл. 23. Ил. 51. Библиогр.: 6 назв.

Ответственный редактор д-р техн. наук, проф. *И.Б. Лазарев*

Р е ц е н з е н т ы:

Кафедра «Строительная механика» Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (завкафедрой д-р техн. наук, проф. *Г.И. Гребенюк*)

Профессор кафедры «Строительная механика и конструкции» Новосибирской государственной академии водного транспорта д-р техн. наук *А.С. Ракин*

ISBN 5-93461-097-X

© Агуленко В.Н., 2002
© Сибирский государственный
университет путей сообщения, 2002

Учебное издание

Агуленко Виктор Николаевич

Сопротивление материалов

Часть I

Учебное пособие

Редактор *Л.В. Лебедева*

Компьютерный набор и графика *З.Е. Тихомирова*

Компьютерная верстка *А.С. Петренко*

Изд. лиц. ЛР № 021277 от 06.04.98

Подписано в печать 30.08.2002

6,5 печ. л., 5,5 уч.-изд. л. Тираж 500 экз. Заказ № 905

Издательство Сибирского государственного
университета путей сообщения

630049, Новосибирск, ул. Д. Ковальчук, 191

Тел./факс: (383-2) 287-381. E-mail: press@stu.ru

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Каждый студент выполняет контрольные работы в соответствии со специальностью и своим шифром.

Специальность	Номера задач	
	Контрольная работа №1	Контрольная работа №2
СЖД, МТ, АД, СУ, УМТ	1, 2, 4, 6, 7	8, 9, 10, 12, 13
ПГС, ВВ, УП	1, 3, 5, 7	9, 10, 12, 13
СДМ, СТЭМ, ТМ, УСМ	1, 3, 6, 7	8, 10, 11, 13
УПП, УУ, ВУ	1, 3, 10, 13	
ССУ, УБТ	1, 3, 10, 13	

Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради, чернилами (пастой), с полями в 5 см для пометок рецензента. Обложка тетради должна быть оформлена следующим образом:

Кафедра «Строительная механика»
 Дисциплина – «Сопротивление материалов».
 Контрольная работа № _____
 Шифр студента _____
 Ф. И. О. студента _____
 Адрес: _____

Перед решением задачи, не переписывая полностью условия, следует кратко, в соответствии со своим вариантом, выписать исходные числовые данные, а также изобразить расчетную схему, соблюдая масштаб. Все размеры и другие данные на чертеже должны быть представлены в буквах и числах. Исходные данные взять из таблиц, приведенных в каждой задаче*, в соответствии с личным шифром и первыми шестью буквами русского алфавита.

Например:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>в</i>	<i>г</i>	<i>д</i>	<i>е</i>
Шифр 99-П-5	0	5	0	5	0	5
98-С-17	1	7	1	7	1	7
96-МТ-126	1	2	6	1	2	6

* Задачи к контрольным работам приведены на с. 71-89.

Цифра, стоящая под буквой (*a, б, в, г, д, е*), укажет номер строки, из которой следует взять данные в соответствующем столбце.

Например: данные к задаче №1. Шифр 98-МТ-126: запишем: схема — 6; $A = 33 \text{ см}^2$; $P_1 = 300 \text{ кН}$; $P_2 = 130 \text{ кН}$; $P_3 = 70 \text{ кН}$; $l_1 = 0,6 \text{ м}$; $l_2 = 0,5 \text{ м}$; $l_3 = 0,4 \text{ м}$.

Задачи, выполненные по исходным данным, не соответствующим шифру студента, не зачитываются. Решение задач должно сопровождаться краткими пояснениями и аккуратными схемами, выполненными в масштабе.

При получении проверенной, но незачтенной работы студент должен исправить ошибки, выполнить все данные ему указания. Исправления, сделанные на отдельных листах, следует вложить (или вклеить) в соответствующие места прорецензированной работы. Отдельно от работы исправления не рассматриваются. К исправленной работе должна быть приложена предыдущая рецензия.

До решения задач контрольных работ необходимо изучить теоретический материал соответствующей темы.

Список рекомендуемой литературы

1. *Ахметзянов М.Х., Лазарев И.Б.* Сопротивление материалов. Новосибирск: Изд-во СГУПС, 1997. 300 с.
2. *Сопротивление материалов* / Под ред. А. Ф. Смирнова. М.: Высш. школа, 1969. 600 с.
3. *Сборник задач по сопротивлению материалов* / Под ред В.К. Качурина. М.: Наука, 1970; 1972. 432 с.
4. *Дарков А.В., Широ Г.С.* Сопротивление материалов. М.: Высш. школа. 1975. 734 с.
5. *Миролюбов И.Н. и др.* Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. М.: Высш. школа, 1985. 399 с.
6. *Александров А.В. и др.* Сопротивление материалов. М.: Высш. школа, 1995. 560 с.

**ПРОГРАММА КУРСА «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»
(ЧАСТЬ I)**

1. Основные гипотезы и допущения сопротивления материалов. Механические свойства рассматриваемого материала — деформативность, упругость, изотропность, анизотропность, однородность.
2. Классификация нагрузок. Внутренние усилия, порядок их определения в поперечных сечениях стержней. Классификация простейших деформаций.
3. Механические характеристики материалов – модуль продольной упругости, пределы пропорциональности, упругости, текучести, прочности и характеристики пластичности. Диаграммы растяжения мягкой стали и хрупких материалов.
4. Растяжение-сжатие стержней. Продольная сила и способ ее определения. Правило знаков. Основные гипотезы. Нормальные напряжения в поперечном сечении. Абсолютная и относительная деформации. Закон Гука. Продольная и поперечная деформации, коэффициент Пуассона.
5. Расчет на прочность по допускаемым напряжениями по предельному состоянию. Условия прочности.
6. Напряжения и деформации от собственного веса в растянутых (сжатых) стержнях. Расчет на прочность с учетом собственного веса.
7. Расчет статически неопределимых систем, элементы которых испытывают деформацию растяжения (сжатия). Степень статической неопределимости. Общий порядок расчета.
8. Усилия в статически неопределимых системах от изменения температуры и неточности изготовления. Температурные и монтажные напряжения.
9. Напряжения по наклонным площадкам растянутого (сжатого) стержня. Виды напряженного состояния. Закон парности касательных напряжений.
10. Напряжения по наклонным площадкам при плоском напряженном состоянии. Главные площадки и главные напряжения. Экстремальные касательные напряжения.
11. Круг Мора для нахождения напряжений по наклонным и главным площадкам. Порядок построения. Характерные точки.

12. Закон Гука при пространственном, плоском и линейном напряженном состоянии (обобщенный). Объемный закон Гука.

13. Чистый сдвиг. Главные напряжения. Закон Гука при чистом сдвиге. Модуль сдвига и его связь с модулем продольной упругости. Расчет болтовых, заклепочных и сварных соединений.

14. Геометрические характеристики плоских фигур. Статические моменты сечений, моменты инерции — осевые, центробежные, полярные. Свойства оси симметрии.

15. Осевые моменты инерции для сечений в виде прямоугольника, треугольника и круга.

16. Расчет моментов инерции относительно параллельных осей. Особенности расчета моментов инерции составных сечений.

17. Моменты инерции относительно повернутых осей. Главные оси. Главные моменты инерции.

18. Плоский изгиб. Основные гипотезы. Чистый и поперечный изгиб. Изгибающий момент и поперечная сила. Порядок их нахождения в произвольном сечении балки. Построение эпюр M и Q .

19. Дифференциальные зависимости при изгибе. Проверка эпюр M и Q .

20. Нормальные напряжения при изгибе. Основные гипотезы.

21. Условие прочности по нормальным напряжениям. Момент сопротивления поперечного сечения.

22. Касательные напряжения при изгибе. Основные гипотезы. Условие прочности балки по касательным напряжениям.

23. Анализ напряженного состояния при изгибе балок. Расчет по нормальным напряжениям. Проверка прочности по касательным и главным напряжениям двутавровых балок.

24. Особенности расчета составных балок. Расчет клепаной балки. Шаг заклепок и проверка прочности соединений на срез и смятие.

ТЕМА 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ В СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ

Теория: [1], гл. 1, § 1.1–1.5; [2], гл. 1, § 1–5.

Курс «Соппротивление материалов» является первым разделом науки о прочности и надежности частей конструкций и машин.

Расчет на прочность и жесткость предполагает такой выбор материалов и размеров элементов конструкций, при котором обеспечивается с определенной гарантией неразрушаемость этих конструкций в пределах заданного срока эксплуатации, а также удовлетворяются условия жесткости и устойчивости конструкции.

Для успешного изучения сопротивления материалов необходимы знания теоретической механики, где изучается равновесие и движение твердых тел. В отличие от теоретической механики в сопротивлении материалов решаются задачи не только о равновесии, но и о деформации тел.

Деформацией называется изменение взаимного расположения частиц тела под действием приложенных к нему сил, как правило, вызывающее изменение его размеров и формы. Деформации бывают упругими и остаточными. Появление остаточных деформаций связано с пластичностью материалов.

В сопротивлении материалов, как и в других естественных науках, реальный материал заменяется расчетной моделью, которая наделяется рядом свойств, имеющих существенное значение для анализа прочности конструкций.

В сопротивлении материалов рассматривают модель идеализированного материала – сплошного, однородного, изотропного, упругого и относительно жесткого.

Свойство *сплошности* говорит о том, что в расчетах не учитывается конкретная структура материала (зернистая, кристаллическая или аморфная) и материал непрерывно (без пустот, трещин) заполняет весь объем элемента конструкции.

Однородность материала означает, что весь объем материала обладает одинаковыми механическими свойствами.

Изотропные материалы имеют одинаковые механические характеристики по всем направлениям. Материалы, механические

характеристики которых по разным направлениям различны, называются *анизотропными*.

Упругость – способность материала восстанавливать первоначальную форму и размеры тела после снятия нагрузки.

В сопротивлении материалов используют понятия: внешние и внутренние, статические и динамические, постоянные и временные силы или нагрузки.

Статические нагрузки действуют постоянно или изменяются медленно и не вызывают значительных ускорений частиц тела. Быстроизменяющиеся нагрузки называют *динамическими*.

Различают **внешние** нагрузки:

– *сосредоточенная сила* P , в международной системе СИ она измеряется в ньютонах Н ($1 \text{ кг} = 9,81 \text{ Н} \approx 10 \text{ Н}$);

– *сосредоточенный момент* m (Н·м);

– линейно *распределенная* или погонная нагрузка q (Н/м);

– *поверхностная сила* – давление газа или жидкости (Н/м²);

– *объемные силы* – собственный вес и силы инерции (Н/м³) – они приложены к каждой частице тела.

К внешним силам относятся и реакции в связях, наложенных на расчетный элемент.

Известно, что любое твердое тело состоит из атомов, расположенных на весьма близких расстояниях друг от друга. Атомы удерживаются в равновесии межатомными силами взаимодействия, которые определяют способность тела воспринимать действующие на него внешние силы, сопротивляться разрушению, изменению формы и размеров.

Под влиянием приложенных нагрузок тело деформируется, а значит, расстояния между атомами изменяются и изменяются силы взаимодействия.

В сопротивлении материалов под **внутренними** силами будем понимать приращение сил взаимодействия между частицами тела, возникающих при его нагружении.

В общем случае в поперечном сечении твердого тела могут возникнуть 6 внутренних усилий, представляющих собой равнодействующие внутренних сил, непрерывно распределенных по сечению.

Эти внутренние усилия определяют из условий равновесия части стержня, расположенной по одну сторону от сечения:

$$\sum P_x = 0; \quad \sum P_y = 0; \quad \sum P_z = 0;$$

$$\sum m_x = 0; \quad \sum m_y = 0; \quad \sum m_z = 0.$$

Внутренние усилия различают по деформациям, которые они вызывают (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Внутреннее усилие	Обозначение	Ед. изм.	Вызываемая деформация
Продольная сила	N	Н, кН	Растяжение, сжатие
Поперечные силы	Q_z, Q_y	Н, кН	Сдвиг, срез
Крутящий момент	$M_x, M_{кр}$	Н·м, кН·м	Кручение
Изгибающий момент относительно оси z	M_z	Н·м, кН·м	Изгиб в вертикальной плоскости
Изгибающий момент относительно оси y	M_y	Н·м, кН·м	Изгиб в горизонтальной плоскости

В условном материале (сплошном и однородном) внутренние силы передаются непрерывным потоком от одной части тела к другой через разделяющую эти части воображаемую поверхность. Из опыта известно, что прочность материала зависит от интенсивности распределения внутренних сил. Для количественной оценки этой интенсивности в некоторой точке материала по заданному сечению (площадке) используются так называемые напряжения (нормальные σ и касательные τ). *Напряжение — это величина внутренней силы, отнесенная к единице площади сечения.* Единица измерения напряжений — паскаль, Па = Н/м², 1 МПа = 10⁶ Па.

Одна из основных задач науки о сопротивлении материалов сводится к определению наибольших напряжений, действующих в элементе, и сравнении их величин с некоторыми предельно допустимыми значениями для заданного материала (об этом подробнее говорится при изложении материала о различных простых деформациях).

ТЕМА 2

МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛОВ

Теория: [1], гл 2, § 2.6; [2], гл II, § 10; 11.

Наибольшую информацию о прочностных и деформационных свойствах металлов можно получить при растяжении образцов. Методы определения механических характеристик материала, размеры и форма образцов (рис. 2.1) регламентированы государственными стандартами (ГОСТ).

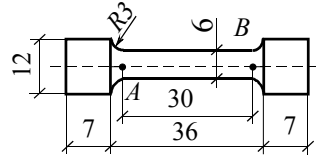


Рис. 2.1

Диаграмма растяжения образца из низкоуглеродистой стали (Ст3) приведена на рис. 2.2.

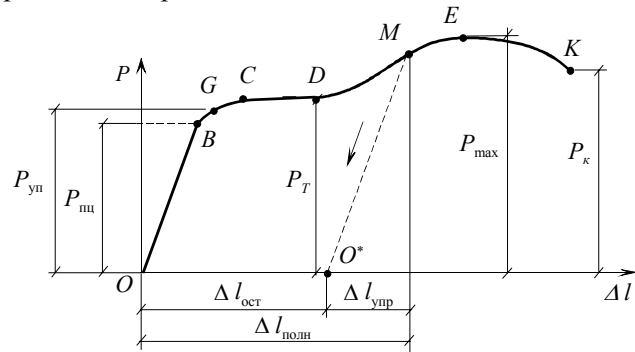


Рис. 2.2

На начальной стадии нагружения наблюдается линейная зависимость между приложенной нагрузкой P и удлинением образца Δl .

Удлинение образца или абсолютная деформация

$$\Delta l = l_k - l,$$

где l — начальная длина образца; l_k — конечная длина.

Если Δl разделить на длину l , то получим относительную линейную деформацию

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}. \quad (2.1)$$

Если нагрузку разделить на площадь поперечного сечения образца, то получим нормальные напряжения

$$\sigma = \frac{P}{A}. \quad (2.2)$$

На участке OB диаграммы зависимость между P и Δl или σ и ε соответствует закону Гука:

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (2.3)$$

где E — модуль упругости 1-го рода или модуль Юнга, который для конкретного материала является величиной постоянной и имеет размерность напряжений.

Закон Гука утверждает, что *нормальные напряжения прямо пропорциональны деформации*.

Прямая пропорциональная зависимость наблюдается до точки B (см. рис. 2.2). Нагрузка $P_{\text{пл}}$ соответствует пределу пропорциональности материала, который вычисляется по формуле

$$\sigma_{\text{пл}} = \frac{P_{\text{пл}}}{A_0},$$

где A_0 — площадь поперечного сечения образца.

Нормальное напряжение, соответствующее на диаграмме точке G , называется *пределом упругости* $\sigma_{\text{уп}}$.

Если $\sigma < \sigma_{\text{уп}}$, то элементы конструкции из данного материала при разгрузке полностью восстанавливают первоначальную форму и размеры, без признаков появления пластических (остаточных) деформаций, т.е. они работают в упругой стадии.

При дальнейшем увеличении нагрузки наступает текучесть материала, т.е. происходит резкое увеличение длины образца и развиваются значительные пластические деформации. Поэтому образование зон текучести в элементах конструкций считают опасным. Участок диаграммы $C-D$ называют *площадкой текучести*, а соответствующее ей нормальное напряжение называют *пределом текучести*.

чести σ_T . Предел текучести является одной из основных характеристик прочности материала.

После площадки текучести наблюдается стадия упрочнения материала, когда для дальнейшего увеличения длины образца требуется увеличение нагрузки.

По максимальной нагрузке P_{\max} определяют предел прочности $\sigma_{\text{пр}}$ или временное сопротивление σ_B .

Падение нагрузки на участке EK диаграммы объясняется появлением в образце местного уменьшения площади поперечного сечения или образованием шейки (рис. 2.3).

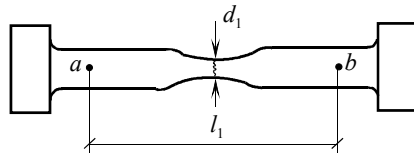


Рис. 2.3

Диаграмма растяжения образца из чугуна (рис. 2.4) является типичной для хрупких материалов.

По диаграмме видно, что нагрузка плавно увеличивается до P_{\max} (точка E), а затем происходит разрыв образца при весьма незначительном удлинении (отсутствуют пластические деформации) и без образования шейки.

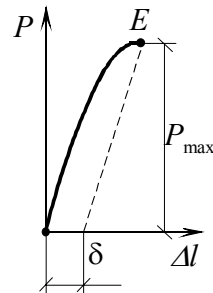


Рис. 2.4

ТЕМА 3

ПРОДОЛЬНАЯ СИЛА. НОРМАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ. УСЛОВИЯ ПРОЧНОСТИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ-СЖАТИИ

Теория: [1], гл. 2, § 2.1, 2.2, 2.7; [2], гл. I, § 1–5; гл. II, §6, 7, 20.

В случае осевого растяжения или сжатия прямого бруса по его поперечному сечению, перпендикулярному продольной оси, возникают нормальные напряжения σ , величина которых может быть подсчитана по формуле

$$\sigma = \frac{N}{A_n}, \quad (3.1)$$

где N — продольная сила в заданном сечении бруса, определяемая методом сечений; A_n — площадь (нетто) поперечного сечения бруса с учетом возможного ослабления.

Продольная сила N в произвольном поперечном сечении равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, взятых по одну сторону от сечения, на продольную ось бруса X . Продольная сила положительна, если она вызывает растяжение (направлена от сечения), и отрицательна, если вызывает сжатие (направлена к сечению). Чтобы правильно определить знак продольной силы в поперечном сечении бруса, необходимо неизвестную силу N направить от сечения (предполагать, что она растягивающая).

Фактические нормальные напряжения не должны превосходить определенной для каждого материала величины, устанавливаемой нормами проектирования и называемой *допускаемым напряжением* $[\sigma]$ (при расчете по методу допускаемых напряжений) или *расчетным сопротивлением* R (при расчете по методу предельных состояний).

Расчет по допускаемым напряжениям. Расчет ведется от обычных нормативных (эксплуатационных) нагрузок. Условие прочности по допускаемым напряжениям имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq [\sigma]. \quad (3.2)$$

Допускаемое напряжение $[\sigma]$ назначается как часть опасного напряжения $\sigma_{\text{оп}}$, при котором может произойти разрушение материала или возникнут слишком большие деформации:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{оп}}}{k}, \quad (3.3)$$

где k — коэффициент запаса. Для хрупких материалов за $\sigma_{\text{оп}}$ принимают предел прочности $\sigma_{\text{в}}$ (временное сопротивление), а для пластичных — предел текучести $\sigma_{\text{т}}$. Например, для стали марки Ст3 $\sigma_{\text{оп}} = \sigma_{\text{т}} = 240$ МПа, $k = 1,5$, тогда

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{т}}}{k} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ МПа}.$$

Расчет по предельному состоянию. В сопротивлении материалов расчеты ведут по первому предельному состоянию, связанному с прочностью материала.

Предельным называется такое состояние конструкции, при котором она перестает удовлетворять заданным требованиям эксплуатации или изготовления.

Метод расчета по предельному состоянию используют для расчета строительных конструкций, и все основные положения его собраны в «Строительных нормах и правилах» (СНиП), введенных в 1955 г. Расчет ведется от расчетных нагрузок. Вместо единого коэффициента запаса вводят три отдельных коэффициента — n , k , m .

Первый из них $n > 1$ называют *коэффициентом перегрузки* или *коэффициентом надежности по нагрузке*. С этим коэффициентом связаны понятия нормативной и расчетной нагрузок. Под нормативной нагрузкой P^H , q^H , M^H и т. д. подразумевают такую нагрузку, которая соответствует нормальным условиям эксплуатации. Нормативная нагрузка, будучи умноженной на коэффициент перегрузки n , даст расчетную нагрузку:

$$P = P^H n .$$

Коэффициенты перегрузки даются в СНиП и находятся в пределах от 1,1 (собственный вес) до 1,4 (временные нагрузки — ветер, снег, крановая нагрузка).

Второй — $k > 1,1$ называют *коэффициентом надежности по материалу*. Он учитывает отклонения в неблагоприятную сторону механических характеристик материала. С этим коэффициентом связаны понятия нормативного R^H и расчетного R сопротивлений (МПа, кгс/см²):

$$R = \frac{R^H}{k} .$$

Если для строительной стали марки Ст.3 за нормативное сопротивление принять предел текучести $\sigma_T = 240$ МПа, тогда при $k = 1,14$ получим величину расчетного сопротивления стали:

$$R = \frac{240}{1,14} = 210 \text{ МПа} .$$

Третий — m называется *коэффициентом условий работы*, учитывает отклонения размеров от проектных значений, наличие агрессивной среды и т.д. Обычно $m = 0,90 \dots 1,00$.

Расчет центрально нагруженного бруса по первому предельному состоянию (на прочность) предусматривает, чтобы максимально возможное расчетное усилие не превысило минимальной несущей способности бруса:

$$N_{\max} = N_{\max}^H n \leq mA_H R.$$

Условие прочности по предельному состоянию можно записать как

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A_H} \leq mR. \quad (3.4)$$

При $m = 1$ оно напоминает запись условия прочности по допускаемым напряжениям (3.2). Однако если в формуле (3.4) усилие подсчитывают от расчетных нагрузок, то в формуле (3.2) — от нормативных.

Условия прочности дают возможность решать три типа задач:

1. Проверить прочность бруса — $\sigma_{\max} \leq R$.
2. Подобрать размеры поперечного сечения бруса — $A \geq \frac{N_{\max}}{R}$.
3. Определить грузоподъемность бруса — $N_{\max} \leq AR$.

Пример 3.1. Определить величину продольных сил по участкам прямого бруса квадратного сечения, нагруженного системой сил, действующих вдоль его продольной оси X (рис 3.1). Построить эпюру (график) продольных сил N . Подобрать размеры поперечного сечения бруса, рассмотрев два варианта: 1) брус постоянного сечения по всей длине; 2) брус ступенчатой формы. Материал бруса — сосна. Расчетное сопротивление $R = 10$ МПа.

Решение. Для определения продольных сил на каждом участке N_1, N_2, N_3 проведем соответствующие сечения 1–1, 2–2, 3–3 и к каждому из них применим правило определения продольной силы, подсчитывая ее от сил справа:

I участок, сечение 1–1: $N_1 = P_1 - P_2 + P_3 = 80 - 40 + 10 = 50$ кН (растяжение).

II участок, сечение 2-2: $N_2 = -P_2 + P_3 = -40 + 10 = -30$ кН (сжатие).

III участок, сечение 3-3: $N_3 = P_1 = 10$ кН (растяжение).

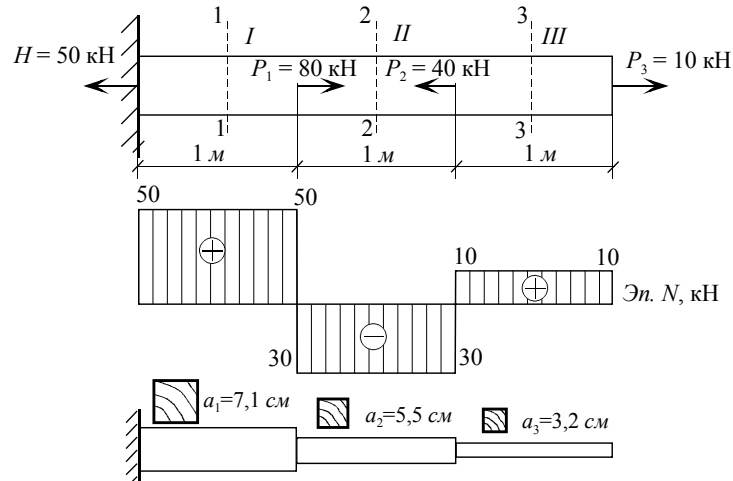


Рис. 3.1. Брус переменного сечения

По найденным значениям продольных сил строим эпюру (график) продольных сил N и, используя условие прочности, переходим к подбору поперечного сечения бруса.

1-й вариант (брус постоянного сечения). $N_{\max} = N_1 = 50$ кН.

Условие прочности $\sigma_{\max} = \frac{N_1}{A} \leq R$.

Здесь $A = a^2$ и $\frac{N_1}{a^2} \leq R$,

откуда

$$a \geq \sqrt{\frac{N_1}{R}} = \sqrt{\frac{50 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6}} = 0,0708 \text{ м} = 7,08 \text{ см} \approx 7,1 \text{ см}.$$

2-й вариант (брус ступенчатой формы). Сечение бруса для каждого участка подбираем исходя из значения продольной силы, действующей на этом участке.

I участок, $N_1 = 50$ кН. По-прежнему $a_1 = 7,1$ см.

II участок, $N_2 = -30$ кН,

$$a_2 \geq \sqrt{\frac{|N_2|}{R}} = \sqrt{\frac{30 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6}} = 0,055 \text{ м} = 5,5 \text{ см}.$$

III участок, $N_3 = 10 \text{ кН}$,

$$a_3 \geq \sqrt{\frac{N_3}{R}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6}} = 0,032 \text{ м} = 3,2 \text{ см}.$$

Пример 3.2. Определить номера прокатных профилей — равнобокого и неравнобокого уголков, двутавра и швеллера, чтобы заменить деревянный брус из примера 3.1, если все нагрузки возросли в 20 раз, а для стали $R = 210 \text{ МПа}$.

Решение. При возрастании нагрузок по всем участкам в одинаковое число раз возрастут в этой же пропорции и все значения продольных сил N , эпюра которых будет иметь вид, изображенный на рис. 3.2. Находим требуемую площадь поперечного сечения стальных прокатных элементов, исходя из условия прочности при растяжении-сжатии

$$A_{\text{треб}} \geq \frac{N_{\text{max}}}{R} = \frac{1000 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^6} \text{ м}^2 = 47,7 \text{ см}^2.$$

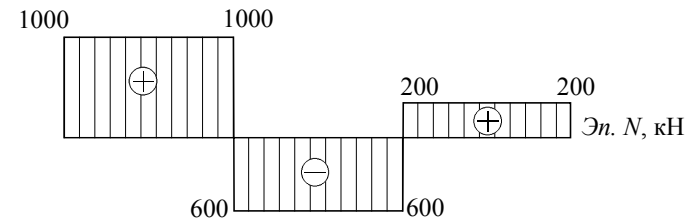


Рис. 3.2

Из таблиц (см. прил. 1) ГОСТ 8509-93, 8510-86, 8239-89, 8240-89 подбираем следующие варианты прокатных профилей:

- равнобокие уголки: $160 \times 160 \times 16$, $A = 49,07 \text{ см}^2$, масса — $38,52 \text{ кг/м}$;
- неравнобокие уголки: $200 \times 125 \times 16$, $A = 49,77 \text{ см}^2$, масса — $39,07 \text{ кг/м}$;
- двутавр: $30a$, $A = 49,9 \text{ см}^2$, масса — $39,2 \text{ кг/м}$;
- швеллер: 36 , $A = 53,4 \text{ см}^2$, масса — $41,9 \text{ кг/м}$.

ТЕМА 4

ДЕФОРМАЦИИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ-СЖАТИИ. ЗАКОН ГУКА. КОЭФФИЦИЕНТ ПУАССОНА

Теория: [1], гл 2, § 2.3, 2.4; [2], гл. II, § 7.

При осевом растяжении или сжатии прямой стержень будет удлиняться или укорачиваться. Зависимость между напряжениями в бруске и его упругими деформациями выражается в виде закона Гука (2.3).

Если по длине бруса l $N = \text{const}$ и $A = \text{const}$, то формула (2.3) может быть преобразована к виду:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}. \quad (4.1)$$

В формуле (4.1) знаменатель EA часто называют жесткостью бруса при растяжении-сжатии. Если брусок имеет несколько участков с разными значениями N и A (постоянными в пределах участка), то полное удлинение такого бруса равно алгебраической сумме удлинений его участков:

$$\Delta l_{\text{полн}} = \sum \Delta l_i = \sum \frac{N_i l_i}{E_i A_i}. \quad (4.2)$$

Поперечную деформацию в стержне ε_y определяют по формуле

$$\varepsilon_y = -\nu \varepsilon_x = -\nu \frac{\sigma_x}{E}, \quad (4.3)$$

где $\nu = \left| \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \right|$ — зависимость между поперечной и продольной де-

формациями или коэффициент Пуассона, вторая основная упругая характеристика материала.

Пример 4.1. Стальной стержень (рис. 4.1) постоянного сечения нагружен вдоль оси тремя сосредоточенными силами. Требуется:

1. Построить эпюру продольных сил N .
2. Определить нормальные напряжения σ на каждом участке.
3. Определить перемещения точек приложения внешних сил P_1, P_2, P_3 . Найти полное удлинение бруса и изобразить эпюру вертикальных перемещений.

Дано: $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2 = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; $A = 20 \text{ см}^2$.

Решение. Брус имеет три участка: I, II, III. От сил сверху найдем величину продольных сил N_1 , N_2 и N_3 соответственно по сечениям 1-1, 2-2 и 3-3:

$$N_1 = -P_1 = -100 \text{ кН (сжатие)};$$

$$N_2 = P_2 - P_1 = 140 \text{ кН (растяжение)};$$

$$N_3 = P_2 - P_1 - P_3 = -160 \text{ кН (сжатие)}.$$

Напряжения по участкам:

$$\text{I. } \sigma_1 = \frac{N_1}{A} = -\frac{100 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^{-4}} = -50 \text{ МПа};$$

$$\text{II. } \sigma_{11} = \frac{N_2}{A} = 10 \frac{140 \text{ кН}}{20 \text{ см}^2} = 70 \text{ МПа};$$

$$\text{III. } \sigma_{\text{III}} = \frac{N_3}{A} = -10 \frac{160 \text{ кН}}{20 \text{ см}^2} = -80 \text{ МПа}.$$

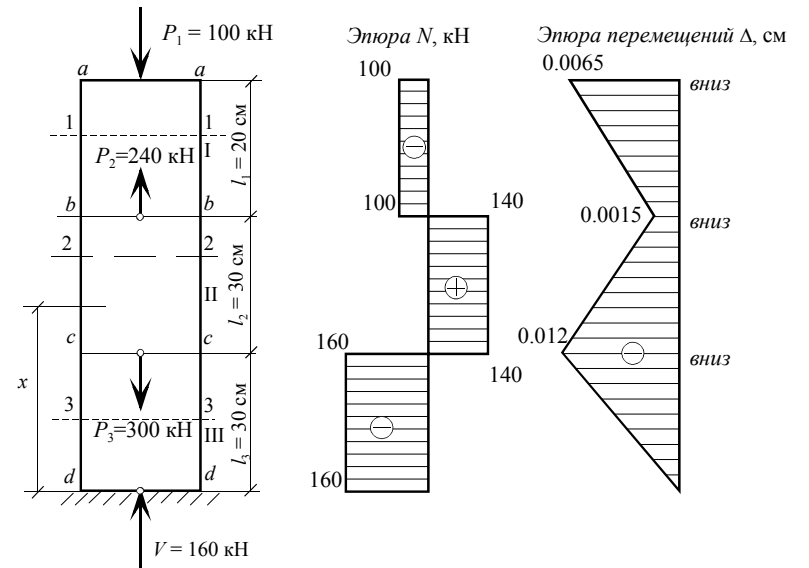


Рис. 4.1

Перемещение сечения $c-c$ найдем, рассматривая это сечение как верхнюю границу третьего участка, который работает на сжатие, т. е. укорачивается. Очевидно,

$$\Delta_{c-c} = \Delta l_3 = \frac{N_3 l_3}{EA} = -\frac{160 \cdot 10^3 \cdot 0,30}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= -0,00012 \text{ м} = -0,012 \text{ см (вниз)}.$$

Рассуждая аналогично, получим, что перемещение сечения $b-b$ будет равно перемещению сечения $c-c$ плюс удлинение II участка, т.е.

$$\Delta_{b-b} = \Delta_{c-c} + \Delta l_2 = \Delta_{c-c} + \frac{N_2 l_2}{EA} = \Delta_{c-c} + \frac{140 \cdot 10^3 \cdot 0,30}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4} \cdot 20} =$$

$$= -0,012 + 0,0105 = -0,0015 \text{ см (вниз)}.$$

$$\Delta_{a-a} = \Delta_{b-b} + \frac{N_1 l_1}{EA} = -0,0015 - \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 0,20}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= -0,0015 - 0,005 = -0,0065 \text{ см (вниз)}.$$

Далее строим эпюру перемещений.

Указание. Изучив темы 1–4, можно решить задачи №1, 2, 3 контрольной работы.

ТЕМА 5

ВЛИЯНИЕ СОБСТВЕННОГО ВЕСА

Теория: [1], гл 2, § 2.5; [2], гл. II, § 22.

Допустим, что вертикальный стержень постоянного сечения находится под воздействием собственного веса и силы P (рис. 5.1). Пусть длина стержня равна l , площадь поперечного сечения A , плотность материала ρ , модуль упругости E .

Каждая единица объема такого стержня будет нагружена объемным весом $\gamma = \rho g$, где ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Вычислим продольную силу в произвольном сечении $a-a$ от сил снизу:

$$N = \sum P_{x,\text{ниж}} = P + G_x = P + \gamma x A = P + qx, \quad (5.1)$$

здесь G_x — вес отсеченной части бруса; $q = \gamma A \cdot 1$ — погонная нагрузка.

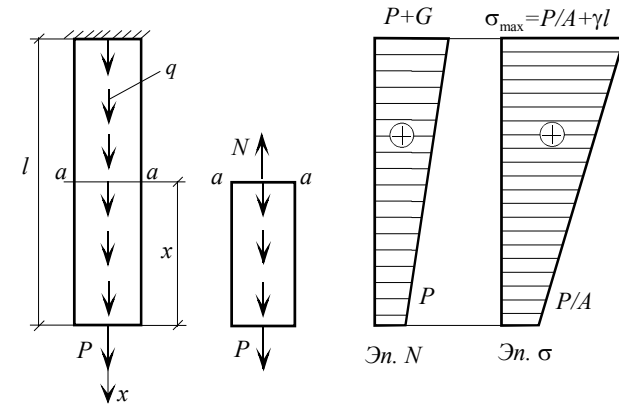


Рис. 5.1

Продольная сила изменяется по длине бруса по линейному закону. Для построения эпюры N вычислим продольную силу в двух сечениях:

$$\text{при } x = 0 \ N = P; \text{ при } x = l \ N_{\max} = P + \gamma l A = P + G,$$

где G — полный вес стержня.

Нормальное напряжение σ также изменяется по длине стержня по линейному закону:

$$\sigma = \frac{N_x}{A} = \frac{P}{A} + \gamma x. \quad (5.2)$$

Оно достигает наибольшего значения в месте закрепления стержня, при $x = l$:

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} + \gamma l. \quad (5.3)$$

Из выражения (5.2) видно, что учет собственного веса сводится к суммированию напряжений от внешних воздействий от сосредоточенной силы P и собственного веса. Напряжения от собственного веса стержня постоянного сечения ($\sigma_{\text{св}} = \gamma x$) зависят только от материала и длины стержня и не зависят от площади

поперечного сечения. Следовательно, изменением площади сечения невозможно повысить прочность стержня, нагруженного только собственным весом. При малой длине стержня напряжения от собственного веса малы и могут не учитываться, какова бы ни была площадь и общий вес элемента.

При определении деформаций растянутых или сжатых стержней от собственного веса следует учитывать, что деформации, как и напряжения, переменны по длине. На участке длиной dx этими изменениями можно пренебречь, и тогда абсолютное удлинение участка длиной dx будет равно

$$\Delta(dx) = \varepsilon_x dx = \frac{\sigma_x dx}{E} = \frac{P}{EA} dx + \frac{\gamma x}{E} dx. \quad (5.4)$$

Полное удлинение стержня получим, интегрируя по длине l ,

$$\Delta l = \int_0^l \left(\frac{P}{EA} dx + \frac{\gamma x}{E} dx \right) = \frac{Pl}{EA} + \frac{\gamma l^2}{2E}. \quad (5.5)$$

Так как собственный вес стержня равен $G = \gamma l A$, то последнюю формулу приведем к виду:

$$\Delta l = \frac{Pl}{EA} + \frac{Gl}{2EA}. \quad (5.6)$$

Таким образом, удлинение от собственного веса в 2 раза меньше удлинения от такой же внешней силы, приложенной к концу стержня.

Выражение (5.5) показывает, что полное удлинение можно определить отдельно от внешних сил и отдельно от собственного веса, а затем просуммировать результаты.

Пример 5.1. Для стального стержня (рис. 5.2), нагруженного силой P , построить эпюру продольных сил N и найти перемещение сечения $l-l$ с учетом собственного веса всех участков стержня. Исходные данные: $a = 2,5$ м; $b = 2,2$ м; $c = 1,3$ м; $A = 11$ см²; $P = 1,5$ кН; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Удельный вес стали $\gamma = 78$ кН/м³ = $7,8 \cdot 10^4$ Н/м³.

Решение. Найдем собственный вес участков стержня c , b , a :

$$G_c = \gamma A c = 7,8 \cdot 10^4 \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot 1,3 = 112 \text{ Н} = 0,112 \text{ кН};$$

$$G_b = \gamma 2 A b = 7,8 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot 2,2 = 377,5 \text{ Н} = 0,3775 \text{ кН};$$

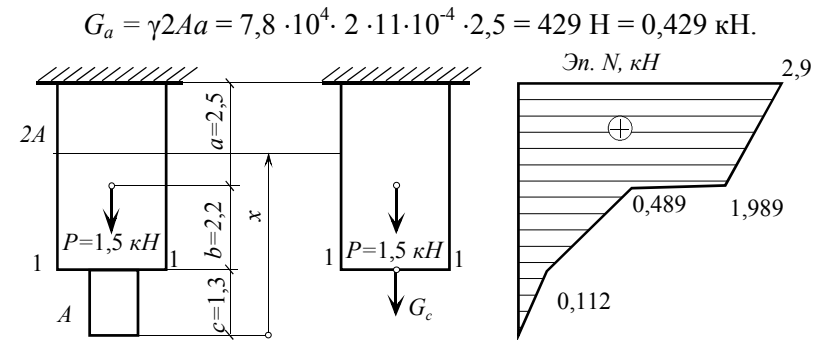


Рис. 5.2

Эпюру продольных сил строим по уравнениям:

$$N_c = \gamma A_c x; \quad 0 \leq x \leq c;$$

$$N_b = G_c + \gamma A_b (x - c); \quad c \leq x \leq (c + b);$$

$$N_a = G_c + G_b + P + \gamma A_a [x - (c + b)]; \quad (c + b) \leq x \leq l,$$

где $l = a + b + c$.

Здесь x — расстояние от нижнего конца стержня до любого сечения.

Эпюрой продольных сил N будет ломаная, состоящая из нескольких прямых со скачком (разрывом непрерывности) в 1,5 кН в точке приложения силы P .

Для определения перемещения сечения 1–1 мысленно отбросим часть стержня, лежащую ниже сечения 1–1, и ее действие на оставшуюся верхнюю часть заменим весом участка c — G_c . Тогда искомое перемещение сечения 1–1 будет равно удлинению двух верхних участков b и a , которое можно представить как сумму трех слагаемых:

$$\frac{G_c(a+b)}{E2A} \text{ — удлинение участка } (a+b) \text{ от веса } G_c;$$

$$\frac{Pa}{E2A} \text{ — удлинение участка } a \text{ от силы } P;$$

$\frac{\gamma(a+b)^2}{2E}$ — удлинение участка $(a+b)$ от собственного веса.

$$\begin{aligned} \Delta_{1-1} = \Delta l_{a+b} &= \frac{G_c(a+b)}{E2A} + \frac{Pa}{E2A} + \frac{\gamma(a+b)^2}{2E} = \\ &= \frac{112(2,5+2,2)}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 10^{-4}} + \frac{1,5 \cdot 10^3 \cdot 2,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 10^{-4}} + \frac{78 \cdot 10^3 (2,5+2,2)^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6} = \\ &= 1,2 \cdot 10^{-4} + 8,5 \cdot 10^{-4} + 4,3 \cdot 10^{-4} = 14 \cdot 10^{-4} \text{ см (вниз)}. \end{aligned}$$

Указание. Далее можно решить задачу №4 контрольной работы.

ТЕМА 6

СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

Теория: [1], гл 2, § 2.9; [2], гл. II, § 19.

В статически неопределимых системах величины опорных реакций и внутренних усилий не могут быть найдены из уравнений равновесия. Недостающие деформационные уравнения составляются из условия совместности деформаций элементов системы. Статически неопределимые задачи решаются по определенной схеме, предлагающей рассмотрение их в статическом, геометрическом и физическом аспектах. Как это делается, покажем на примерах.

Пример 6.1. Стальной стержень (рис. 6.1), площадь поперечного сечения которого $A = 10 \text{ см}^2$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, жестко зашпелен в неподатливых опорах. Вдоль продольной оси действуют силы P и $2P$. Определить допустимую величину силы P , если $R = 210 \text{ МПа}$, $a = 1 \text{ м}$. Построить эпюру продольных сил N , определить напряжения на участках и найти перемещение точки C .

Решение. Число «лишних» связей или степень статической неопределимости системы определяют по формуле

$$n = C - 3 = 3 \cdot 2 - 3 = 3, \quad (6.1)$$

где C — число наложенных на систему связей (зависит от вида закрепления бруса); 3 — необходимое и достаточное число свя-

зей, чтобы система была статически определима и кинематически неизменяемая.

Статически неопределимую систему (рис. 6.1, а) превратим в статически определимую, т.е. выберем основную систему (рис. 6.1, б). Для этого отбросим все «лишние» связи и по направлению отброшенных связей приложим опорные реакции.

В данном случае при центральном приложении сил горизонтальные опорные реакции и опорные моменты в жестких заделках равны нулю.

Стержень имеет три участка. Направим произвольно реакции: V_K — вверх, V_B — вниз и составим единственное уравнение равновесия:

$$\sum P_y = 0; V_K - P + 2P - V_B = 0 \text{ или } V_B - V_K = P.$$

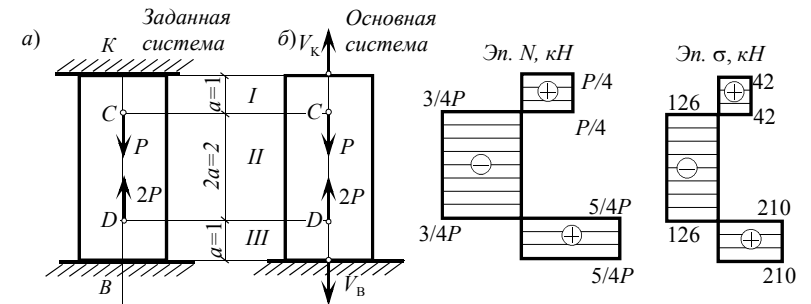


Рис. 6.1

Задача оказалась один раз статически неопределимой.

Считая силу P известной, выразим через нее опорные реакции и продольные силы по участкам. Недостающее деформационное уравнение имеет вид: $\delta_K = 0$, т. е. перемещение сечения K равно:

$$\delta_K = \Delta l_p + \Delta l_{2p} + \Delta l_{V_K} = 0.$$

Используя принцип независимости действия сил, получим

$$\frac{V_K \cdot 4a}{EA} - \frac{P \cdot 3a}{EA} + \frac{2Pa}{EA} = 0,$$

откуда $V_K = \frac{P}{4}$.

Тогда

$$N_1 = V_k = \frac{P}{4}; \quad N_2 = V_k - P = -\frac{3}{4}P; \quad N_3 = V_k + P = \frac{5}{4}P.$$

Построив эпюру N , замечаем, что опасным будет нижний третий участок, где $N_{\max} = \frac{5}{4}P$. Это выражение и следует подставить в условие прочности, из которого найдем численное значение P :

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq R; \quad \frac{5P}{4A} \leq R,$$

откуда

$$P \leq \frac{4}{5}AR = \frac{8 \cdot 210 \cdot 10^6}{10^4} = 168000 \text{ Н} = 168 \text{ кН}.$$

Напряжения по участкам (см. формулу (2.2))

$$\sigma_I = 10 \frac{N_1}{A} = 10 \frac{P}{4 \cdot 10} \text{ кН/см}^2 = \frac{10 \cdot 168}{4 \cdot 10} = 42 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{II} = 10 \frac{N_2}{A} = -\frac{10 \cdot 3P}{4A} = -\frac{10 \cdot 3 \cdot 168}{4 \cdot 10} = -126 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{III} = 10 \frac{N_3}{A} = \frac{10 \cdot 5P}{4A} = \frac{10 \cdot 5 \cdot 168}{4 \cdot 10} = 210 \text{ МПа}.$$

Перемещение точки C определится как удлинение первого участка, работающего на растяжение,

$$\Delta_c = \Delta l_1 = \frac{N_1 a}{EA} = \frac{168 \cdot 10^3 \cdot 1}{4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = \frac{21}{10^5} \text{ м} = 0,021 \text{ см (вниз)}.$$

Пример 6.2. Для конструкции, показанной на рис 6.2, a (стержень AD — абсолютно жесткий), найти допустимую нагрузку $P_{\text{доп}} = [P]$, используя метод расчета по допустимым напряжениям и по предельному состоянию. Коэффициент запаса $k = 1,5$. Исходные данные: стержни 1 и 2 из стали; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $l_1 = 2,8$ м; $l_2 = 4$ м;

$A_1 = 10 \text{ см}^2$; $A_2 = 16 \text{ см}^2$; $a = 1,2 \text{ м}$; $b = 1,6 \text{ м}$; $c = 0,8 \text{ м}$; $d = 3,2 \text{ м}$;
 $\sin \varphi = 0,80$; $\cos \varphi = 0,60$; $\sigma_r = 240 \text{ МПа}$; $[\sigma] = \frac{\sigma_r}{k} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ МПа}$.

При расчете по предельному состоянию принять: $R = 210 \text{ МПа}$;
 $n = 1,1$; $m = 1$.

Решение. Расчет по допускаемым напряжениям. Статическая сторона. Общее число неизвестных реакций равно четырем. Задача, согласно формуле (6.1), оказалась один раз статически неопределимой. Освобождая стержень от опорных закреплений, изобразим схему усилий (рис. 6.2, б). Для определения усилий N_1 и N_2 составим уравнение $\sum M_B = 0$:

$$N_1 a + N_2 (b + c) \cos \varphi = P b. \quad (a)$$

Геометрическая сторона. Будем полагать, что ось жесткого стержня от нагрузки повернется по часовой стрелке и займет положение, изображенное пунктиром (рис. 6.2, в). Ввиду малости перемещений считаем, что точки A и D будут перемещаться не по окружностям, а по дуге, по вертикалям и займут положения, соответствующие точкам A_1 и D_1 .

Из подобия треугольников AA_1B и BD_1D следует:

$$\frac{AA_1}{AB} = \frac{DD_1}{BD} \quad \text{или} \quad \frac{\Delta l_1}{a} = \frac{DD_1}{b + c},$$

здесь $DD_1 = \frac{D_1 D_2}{\cos \varphi} = \frac{\Delta l_2}{\cos \varphi}$.

Деформационное уравнение, связывающее удлинение первого и второго стержней, будет

$$\frac{\Delta l_1}{a} = \frac{\Delta l_2}{\cos \varphi} \frac{1}{(b + c)}.$$

Заменяя Δl_1 и Δl_2 их значениями из закона Гука (при $E_1 = E_2$), получим

$$N_1 = N_2 \frac{A_1 l_2}{A_2 l_1} \frac{a}{(b + c) \cos \varphi}. \quad (б)$$

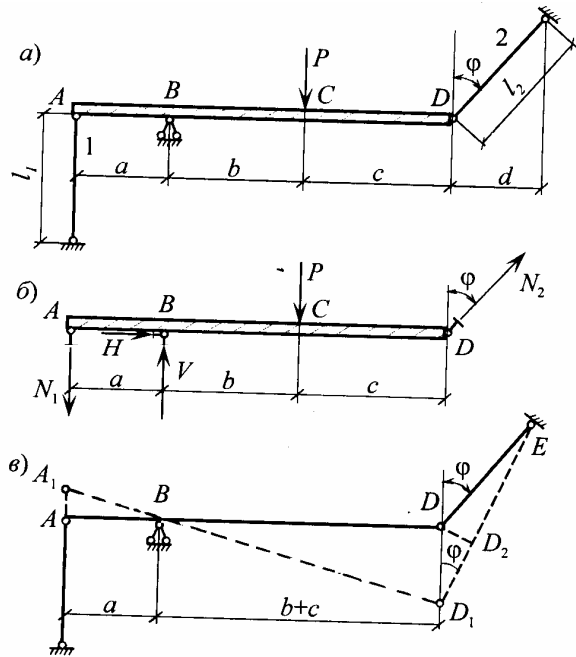


Рис. 6.2

Решая совместно систему уравнений (а) и (б), найдем

$$N_1 = 0,51P; \quad (6)$$

$$N_2 = 0,685P. \quad (2)$$

Записывая с учетом выражений (6) и (2) условия прочности для первого и второго стержней, получим два значения допускаемой нагрузки и из двух решений за окончательное примем меньшее. В нашем случае

$$N_1 \leq [\sigma]A_1 \text{ и } N_2 \leq [\sigma]A_2.$$

Первое решение:

$$N_1 = 0,51P; \quad 0,51P_1 \leq [\sigma]A_1,$$

откуда

$$P_{\text{доп},1} \leq \frac{A_1[\sigma]}{0,51} = \frac{10 \cdot 160 \cdot 10^6}{10^4 \cdot 0,51} = 31,4 \cdot 10^4 \text{ Н} = 314 \text{ кН}.$$

Второе решение:

$$N_2 = 0,685P_2; 0,685P_2 \leq [\sigma]A_2,$$

откуда

$$P_{\text{доп},2} \leq \frac{A_2[\sigma]}{0,685} = \frac{16 \cdot 160 \cdot 10^6}{10^4 \cdot 0,685} = 37,4 \cdot 10^4 \text{ Н} = 374 \text{ кН}.$$

Принимаем $P_{\text{доп}} = 314 \text{ кН}$.

Расчет по предельному состоянию. В этом методе расчета статическая и геометрическая стороны задачи остаются идентичными методу допускаемых напряжений. Воспользуемся этим обстоятельством и из выражений (е) и (з) найдем сначала расчетное, а затем и нормативное значение силы P :

$$N_{1\text{рас}} = Rm A_1 = 0,51P_{1\text{рас}};$$

$$N_{2\text{рас}} = Rm A_2 = 0,685P_{2\text{рас}},$$

откуда получим соответственно два решения:

$$P_{1\text{рас}} = \frac{Rm A_1}{0,51} = \frac{210 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 10^{-4}}{0,51} = 412 \text{ кН};$$

$$P_{2\text{рас}} = \frac{Rm A_2}{0,685} = \frac{210 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 16 \cdot 10^{-4}}{0,685} = 490 \text{ кН}.$$

Принимаем $P_{\text{рас}} = 412 \text{ кН}$.

Нормативное значение силы P будет

$$P^н = \frac{P_{\text{рас}}}{n} = \frac{412}{1,1} = 374 \text{ кН}.$$

Сравним значения допускаемой нагрузки по результатам двух методов расчета:

– метод допускаемых напряжений $P_{\text{доп}} = 314 \text{ кН}$;

– метод предельного состояния $P_{\text{доп}} = 374 \text{ кН}$.

Указание. Далее можно решать задачи 5 и 6 контрольной работы.

ТЕМА 7
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ
СОСТОЯНИЕ В ТОЧКЕ

Теория: [1], гл 3, § 3.1-3.7; [2], гл. III, § 23–29, 33–35].

В теории упругости доказывается, что в окрестностях любой точки нагруженного тела всегда можно выделить элементарный параллелепипед, ориентированный так, что все шесть его граней будут свободны от касательных напряжений ($\tau = 0$). Эти площадки называются главными, а нормальные напряжения σ_1 , σ_2 и σ_3 , действующие по ним, называют главными напряжениями. Индексы главных напряжений должны удовлетворять требованию: $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ (в алгебраическом смысле). Главные напряжения полностью определяют напряженное состояние в точке, т.е., зная σ_1 , σ_2 и σ_3 , можно определить напряжения по любой наклонной площадке, проходящей через данную точку.

Различают три вида напряженного состояния в точке (рис. 7.1): *линейное* или одноосное — *а*; *плоское* или двухосное — *б*; *объемное* или трехосное — *в*.

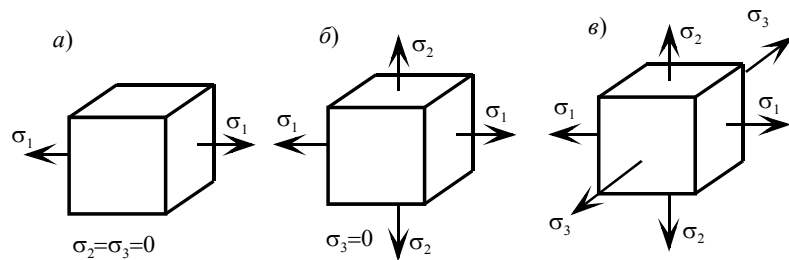


Рис. 7.1

Линейное напряженное состояние

Этому напряженному состоянию соответствует случай простого осевого растяжения или сжатия стержня (рис. 7.2).

По поперечному сечению действуют главные напряжения

$$\sigma_1 = \sigma_x = \frac{N}{A}.$$

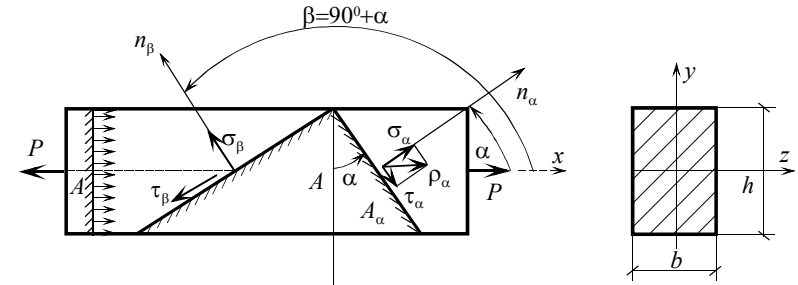


Рис. 7.2

По любому наклонному сечению (площадке), определяемому углом α , действуют:

нормальное напряжение

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_x \cos^2 \alpha \quad (7.1)$$

и касательное напряжение

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\alpha. \quad (7.2)$$

Установим правило знаков для напряжений: *растягивающие нормальные напряжения σ_{α} будем считать положительными, сжимающие — отрицательными. Касательные напряжения τ_{α} будут положительными, если они стремятся повернуть рассматриваемый элемент по часовой стрелке.* Угол поворота наклонного сечения (площадки) α будем определять как угол, составленный между положительным направлением оси x и нормалью к рассматриваемой площадке, причем за положительное его значение будем принимать поворот против часовой стрелки. Исследуя σ_{α} и τ_{α} на экстремум, получим:

в поперечных сечениях

$$\sigma_{\max} = \sigma_x = \sigma_1; \quad (7.3)$$

в продольных сечениях

$$\sigma_{\min} = 0;$$

при $\alpha = \pm 45^\circ$ (площадки наибольшего сдвига)

$$\tau_{\max} = \pm \frac{\sigma_x}{2} = \pm \frac{\sigma_1}{2}. \quad (7.4)$$

По площадке, нормаль к которой n_β составляет с осью x угол $\beta = 90^\circ + \alpha$, действуют

$$\sigma_\beta = \sigma_x \sin^2 \alpha; \quad (7.5)$$

$$\tau_\beta = -\frac{\sigma_x}{2} \sin 2\alpha. \quad (7.6)$$

Следствие: *сумма нормальных напряжений на взаимно перпендикулярных площадках есть величина постоянная для данной точки,*

$$\sigma_\alpha + \sigma_\beta = \sigma_x = \sigma_1 = \text{const}; \quad (7.7)$$

$$\tau_\beta = -\tau_\alpha. \quad (7.8)$$

Последнее равенство выражает **закон парности касательных напряжений**: *на двух взаимно перпендикулярных площадках касательные напряжения равны по величине и противоположны по знаку.*

Плоское напряженное состояние

При выводе формул для напряжений по наклонным площадкам за исходный элемент берут треугольную призму (рис. 7.3), по граням которой действуют как нормальные σ_x и σ_y , так и касательные напряжения $\tau_y = -\tau_x$. Тогда на наклонных площадках с нормалью к ним n_α и $n_\beta = n_{90^\circ + \alpha}$, действуют напряжения

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha - \tau_y \sin 2\alpha \quad (7.9)$$

или

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_y \sin 2\alpha; \quad (7.10)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_y \cos 2\alpha; \quad (7.11)$$

$$\sigma_{\beta} = \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha + \tau_y \sin 2\alpha ; \quad (7.12)$$

$$\tau_{\beta} = - \left[\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_y \cos 2\alpha \right] = -\tau_{\alpha} . \quad (7.13)$$

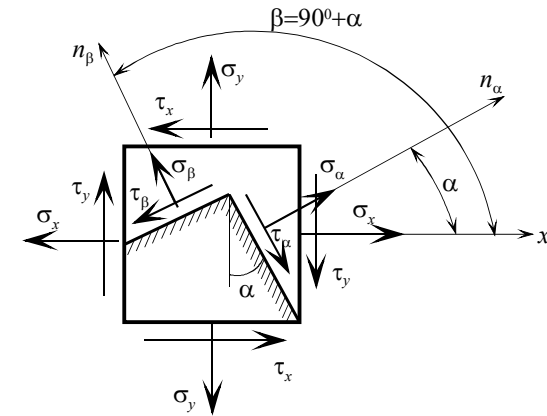


Рис. 7.3

Следствие:

$$\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta} = \sigma_x + \sigma_y = \text{const} . \quad (7.14)$$

Обозначая угол между главным напряжением σ_{\max} (рис. 7.4) и положительным направлением оси x через α_0 и исследуя формулу (7.10) на extremum, находят тангенс угла, определяющего положение главных площадок,

$$\text{tg } 2\alpha_0 = - \frac{2\tau_y}{\sigma_x - \sigma_y} . \quad (7.15)$$

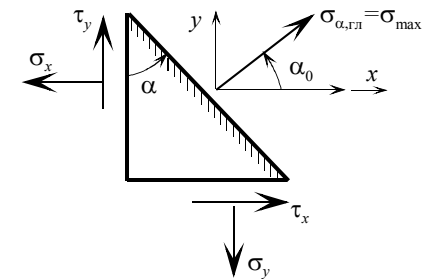


Рис. 7.4

Формула (7.15) дает два направления для главных напряжений, но не указывает, по какому из них действуют σ_{\max} , а по ка-

кому σ_{\min} . Этого недостатка лишены формулы (7.16) и (7.17), дающие сразу два конкретных решения (рис. 7.5),

$$\operatorname{tg} \alpha_{\max} = -\frac{\tau_y}{\sigma_{\max} - \sigma_y}; \quad (7.16)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{\min} = -\frac{\tau_y}{\sigma_{\min} - \sigma_y}. \quad (7.17)$$

Значения главных напряжений в случае плоского напряженного состояния определяют по формуле

$$\sigma_{\max}^{\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_y^2}. \quad (7.18)$$

При выводе формул σ_α и τ_α за исходные площадки принимались произвольные площадки с действующими по ним напряжениями σ_x и σ_y , $\tau_y = -\tau_x$. Если за исходные площадки сразу принять главные площадки, положив в формулах (7.9), (7.11), (7.12)

$$\sigma_x = \sigma_1; \quad \sigma_y = \sigma_2$$

$$\text{и } \tau_y = -\tau_x = 0,$$

то напряжения по наклонным площадкам будут равны:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha; \quad (7.19)$$

$$\sigma_\beta = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha; \quad (7.20)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha. \quad (7.21)$$

Полагая в формуле (7.21) $\alpha = \pm 45^\circ$, $\sin 2\alpha = \pm 1$, получим выражения для экстремальных касательных напряжений:

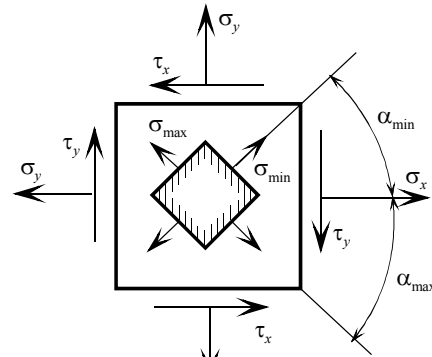


Рис. 7.5

$$\tau_{\max/\min} = \pm \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_y^2}. \quad (7.22)$$

В заключение напомним, что линейное напряженное состояние является частным случаем плоского.

Геометрическая интерпретация напряженного состояния в точке

Задача определения нормальных и касательных напряжений, действующих по любым площадкам, может быть решена графически при помощи построения круговой диаграммы напряжений — круга напряжений Мора.

Круг напряжений Мора есть геометрическое место точек, каждая из которых отображает какую-либо площадку с напряжениями σ и τ . Преобразуя уравнения (7.10) и (7.11), можно получить уравнение окружности в параметрической форме. Круг Мора строится по двум точкам, лежащим по концам одного диаметра, отображающим две взаимно перпендикулярные площадки.

Порядок построения круга Мора

1. Изображаем систему осей σ и τ , откладывая по горизонтальной оси нормальные напряжения σ , а по вертикальной оси — τ с учетом знаков.

2. Находим координаты двух отображающих точек: $K_1(\sigma_x; \tau_y)$, используя напряжения на вертикальной грани (площадке) элемента, и $K_2(\sigma_y; \tau_x)$ — на горизонтальной грани.

3. В масштабе отложим σ и τ и найдем точки K_1 и K_2 . Соединяя точки K_1 и K_2 , найдем центр круга (точка пересечения прямой K_1K_2 с осью σ) и построим круг напряжений.

4. Определяем на круге Мора положение полюса или главной точки $S(\sigma_y; \tau_y)$ как точки пересечения двух прямых, проведенных из точек K_1 и K_2 параллельно, соответственно осям σ и τ . Главным свойством круга Мора является следующее: *если из полюса S провести луч под углом α , отложенным от горизонтали, то точка пересечения луча с кругом напряжений будет отображающей точкой этой площадки, на которой действуют σ_α и τ_α .*

Пример 7.1. Для элемента, находящегося в плоском напряженном состоянии (рис. 7.6), требуется:

1. Построить круг напряжений Мора и определить положение полюса S .

2. Найти положение главных площадок и величину главных напряжений σ_{\max} , σ_{\min} .

3. Найти положение площадок с τ_{\max} и τ_{\min} и определить нормальные напряжения по этим площадкам.

напряжения по этим площадкам.

4. Найти величину σ и τ на площадке, наклоненной под углом $\alpha = 40^\circ$, и на площадке, ей перпендикулярной.

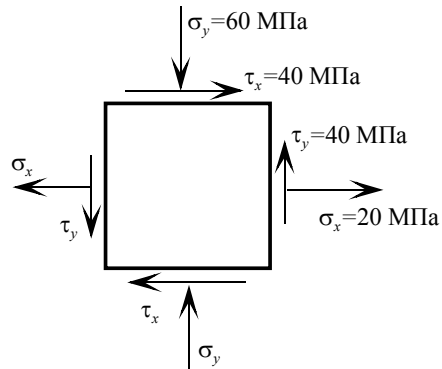


Рис. 7.6

Решение. Проведем оси σ и τ параллельно осям x и y (рис. 7.7), записываем координаты отображающих точек $K_1(\sigma_x; \tau_y)$ и $K_2(\sigma_y; \tau_x)$: $K_1(20; -40)$ и $K_2(-60; 40)$. Приняв масштаб 1 см: 10 МПа, строим эти точки. Точку S пересечения прямой $K_1 K_2$ с осью σ принимаем за центр круга.

Проведем круг радиусом $R = SK_1 = SK_2$, определяем по масштабу главные напряжения: в точке 1 $\sigma_{\max} = \sigma_1 = 36$ МПа, в точке 2 $\sigma_{\min} = \sigma_2 = -76$ МПа. Делаем проверку: $\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2 = \text{const}$, $20 - 60 = 36 - 76$. Условие выполнено. Далее найдем на круге полюс по его координатам $S(-60; -40)$. Проведем из точки S лучи

через точки 1 и 2, найдем направление главных напряжений, а главные площадки перпендикулярны этим лучам. Находим положение площадок с главными напряжениями. Прделавав то же самое для точек 3 и 4, находим:

$$\tau_3 = 56 \text{ МПа}; \sigma_3 = -20 \text{ МПа};$$

$$\tau_4 = -56 \text{ МПа} \text{ и } \sigma_4 = -20 \text{ МПа}.$$

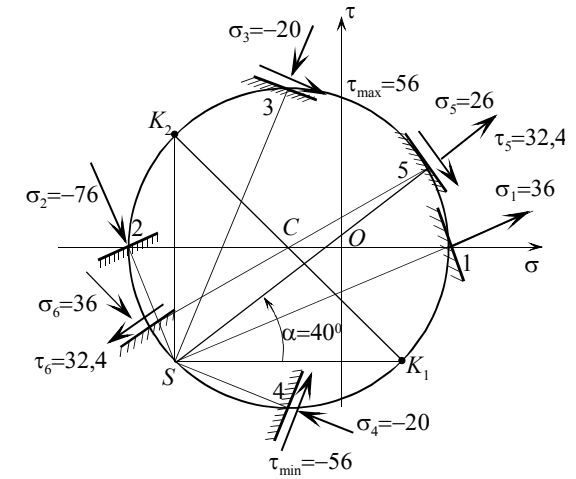


Рис. 7.7

Для определения напряжений на наклонной площадке ($\alpha = 40^\circ$) проведем из полюса S луч под углом α (против часовой стрелки — положительное значение). Точка пересечения луча с кругом (5) будет отображающей точкой этой площадки с напряжениями

$$\sigma_5 = 26 \text{ МПа} \text{ и } \tau_5 = 32,4 \text{ МПа}.$$

Обобщенный закон Гука

Для элементарного параллелепипеда, находящегося в объемном напряженном состоянии (границ параллелепипеда совпадают с главными площадками) (рис. 7.8), обобщенный закон Гука записывается в виде следующих трех формул:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)]; \quad (7.23)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)]; \quad (7.24)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \quad (7.25)$$

Каждая формула выражает величину относительной деформации в направлении соответствующего главного напряжения от совместного действия трех главных напряжений. Полагая одно или два главных напряжения равными нулю, получим формулы закона Гука для плоского и линейного напряженного состояния. Для элемента, образованного произвольными неглавными взаимно перпендикулярными площадками, обобщенный закон Гука записывают так:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]; \quad (7.26)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]; \quad (7.27)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]. \quad (7.28)$$

Объемный закон Гука дает возможность подсчитать величину относительного изменения объема тела, находящегося в объемном напряженном состоянии. Если ΔV — приращение объема элемента в связи с деформацией его ребер (рис. 7.8), то объемная относительная деформация $\varepsilon_V = \frac{\Delta V}{V}$ может быть определена по следующей формуле:

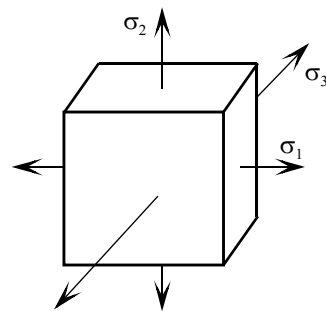


Рис. 7.8

$$\varepsilon_V = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \quad (7.29)$$

Для элемента с неглавными площадками — аналогично

$$\varepsilon_V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z). \quad (7.30)$$

Удельная потенциальная энергия деформации, отнесенная к единице объема при объемном напряженном состоянии, равна

$$u = \frac{\sigma_1 \varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \varepsilon_3}{2} \quad (7.31)$$

или

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3)]. \quad (7.32)$$

Полную потенциальную энергию (Дж; Н·м) для всего тела получим, умножив u на объем тела:

$$U = uV. \quad (7.33)$$

Указание. Далее можно решить задачу №7 контрольной работы.

ТЕМА 8

СДВИГ. ПРАКТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА СОЕДИНЕНИЙ

Теория: [1], гл. 4, § 4.1-4.3; [2], гл. IV, § 36-41.

Деформация сдвига или среза вызывается двумя равными, но противоположно направленными внешними силами, линии действия которых проходят весьма близко одна от другой. Предполагается, что касательные напряжения τ , возникающие при сдвиге, распределяются по поперечному сечению равномерно. Их находят путем деления силы Q на площадь сдвига (среза).

Деформация сдвига в чистом виде встречается редко. Обычно ей сопутствуют деформации растяжения, сжатия и изгиба. Типичным примером тела, во всех точках которого имеет место чистый сдвиг, является скручиваемый круглый стержень.

В расчетах соединений элементов (деревянные врубки, заклепочные и сварные соединения) деформациями, сопутствующими сдвигу, обычно пренебрегают.

Чистый сдвиг

Чистый сдвиг представляет случай плоского напряженного состояния, когда по взаимно перпендикулярным граням элемента действуют только касательные напряжения. Если взять элемент (рис. 8.1), нагруженный напряжениями $\sigma_1 = -\sigma_3 = \sigma$, то внутри него можно выделить новый элемент, по граням которого будут действовать только касательные напряжения. При чистом сдвиге главные и максимальные касательные напряжения равны друг другу: $\sigma_{\max} = \tau_{\max}$.

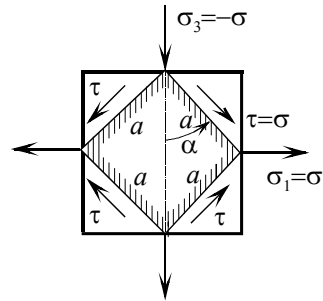


Рис. 8.1

В этом легко убедиться, решая аналитически или путем построения круга Мора задачу определения напряжений по площадкам, наклоненным под углом $\alpha = 45^\circ$ к главным площадкам, нагруженным напряжениями $\sigma_1 = -\sigma_3 = \sigma$. При этом

$$\tau_{\max} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \pm \sigma. \quad (8.1)$$

Рассмотрим деформацию элемента со стороной a , ограниченного площадками чистого сдвига (рис. 8.2). Определим угол сдвига:

$$\gamma \approx \operatorname{tg} \gamma = \frac{\Delta S}{a}, \quad (8.2)$$

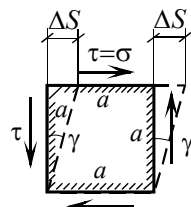


Рис. 8.2

где γ — относительный сдвиг или угловая деформация; ΔS — абсолютный сдвиг или линейное смещение двух параллельных граней.

В определенных пределах деформация сдвига происходит упруго. Закон Гука при сдвиге записывается в виде:

$$\tau = \gamma G, \quad (8.3)$$

где G — модуль упругости при сдвиге, определяемый по формуле

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad (8.4)$$

здесь E — модуль продольной упругости; ν — коэффициент Пуассона.

Относительные удлинения диагоналей квадратного элемента, образованного площадками чистого сдвига, определяют по формуле

$$\varepsilon_{1,3} = \pm \frac{\gamma}{2} = \pm \frac{\tau}{E}(1 + \nu). \quad (8.5)$$

Удельная потенциальная энергия, накопленная в элементах при чистом сдвиге,

$$u = \frac{\tau\gamma}{2} = \frac{\tau^2}{2G}. \quad (8.6)$$

Объем тела при чистом сдвиге не изменяется, что видно из выражения объемного закона Гука:

$$\varepsilon_V = \frac{1 - 2\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 0, \quad (8.7)$$

так как при чистом сдвиге $\sigma_1 = -\sigma_3$, а $\sigma_2 = 0$.

Расчет заклепочных и болтовых соединений

Заклепки препятствуют взаимному сдвигу листов или других элементов, испытывая деформацию сдвига или среза и деформацию смятия. Соединяемые элементы проверяются на разрыв по ослабленному сечению. Материал заклепок — мягкие стали (Ст 0, 2, 3), медь и алюминий. Диаметр стержня заклепок выбирается стандартным, на 0,5...1 мм меньше диаметра отверстия. Для строительных конструкций диаметры отверстий согласно СНиП выбирают — 10, 12, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38 мм.

Заклепки используют при толщине пакета не более $7d$ (d — диаметр заклепки). Прямые линии, по которым размещаются центры заклепок, называют *рисками*. Заклепки могут размещаться рядами или в шахматном порядке. Расстояние между рисками вдоль усилия называют *шагом*, а поперек — *дорожкой*. Минимальный размер

шага или дорожки равен $3d$, максимальный — $8d$. В прокатных уголках при ширине полки меньше 120 мм заклепки размещаются только по одной линии. При ширине полки больше 120 мм и меньше 150 мм заклепки должны размещаться в шахматном порядке, а при ширине полки более 150 мм — в два ряда (рис. 8.3).

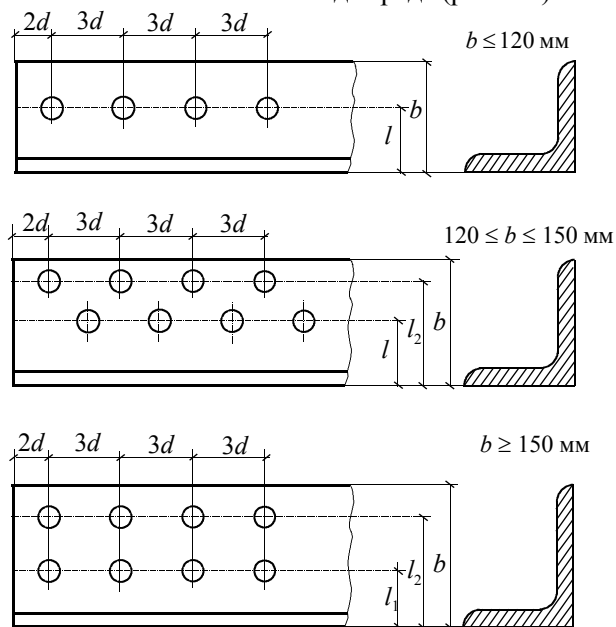


Рис. 8.3

Единые стандартные риски размещения заклепок приведены в табл. 8.1 (все размеры в мм).

При расчете заклепочных соединений вводят следующие допущения:

- 1) усилия между заклепками распределяются равномерно;
- 2) касательные напряжения τ_{cp} равномерно распределены по сечению заклепки;
- 3) нормальные напряжения смятия $\sigma_{см}$ относят к площади проекции поверхности контакта листа и заклепки на диаметрально плоскость: $A_{см} = d\delta$ (d — диаметр заклепки, δ — толщина листа);

4) не учитываются силы трения между соединяемыми элементами и работа заклепок на изгиб.

Таблица 8.1

Однорядное размещение			Двухрядное шахматное размещение				Двухрядное рядовое размещение			
Полка, b	l	Наибольший диаметр заклепки	Полка, b	l_1	l_2	Наибольший диаметр заклепки	Полка, b	l_1	l_2	Наибольший диаметр заклепки
50	30	14	120	55	85	23	150	55	115	20
55	30	17	130	55	90	23	180	70	140	23
60	35	17	150	65	110	26	200	70	150	26
65	35	20	180	70	130	29				
80	45	20	200	90	150	29				
90	50	23								
100	55	26								
120	65	29								

Расчет заклепочного соединения обычно состоит из таких этапов:

- а) предварительный подбор размеров поперечного сечения стержня, воспринимающего усилие;
- б) определение числа заклепок;
- в) проверка прочности соединения на разрыв по ослабленному сечению.

Предварительный подбор размеров поперечного сечения стержня осуществляют по формуле

$$A_{бр} \geq 1,15 \frac{P}{R}, \quad (8.8)$$

где P — нагрузка или усилие на заклепочное соединение; R — расчетное сопротивление материала; 1,15 — коэффициент, учитывающий ослабление поперечного сечения стержня заклепочными отверстиями.

Условие прочности заклепочного соединения по срезу

$$\tau_{\max} = \frac{P}{A_{\text{ср}}} = \frac{P}{n_{\text{ср}} k \frac{\pi d^2}{4}} \leq R_{\text{ср}}^3, \quad (8.9)$$

где k — число плоскостей среза одной заклепки; $k = L - 1$, где L — число листов, соединяемых в пакет; $R_{\text{ср}}^3$ — расчетное сопротивление срезу материала заклепки.

Необходимое число заклепок из условия их работы на срез определяют по формуле

$$n_{\text{ср}} \geq \frac{4P}{k\pi d^2 R_{\text{ср}}^3}. \quad (8.10)$$

Условие прочности соединения по смятию

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A_{\text{см}}} = \frac{P}{n_{\text{см}} d \sum \delta_{\min}} \leq R_{\text{см}}^3, \quad (8.11)$$

откуда

$$n_{\text{см}} \geq \frac{P}{d \sum \delta_{\min} R_{\text{см}}^3}, \quad (8.12)$$

где $n_{\text{см}}$ — число заклепок из условия их работы на смятие; $\sum \delta_{\min}$ — наименьшая суммарная толщина листов, сминаемых в одном направлении; $R_{\text{см}}^3$ — расчетное сопротивление по смятию материала заклепок.

Из двух решений ($n_{\text{ср}}$ и $n_{\text{см}}$) принимают большее число заклепок и в соответствии с рекомендациями табл. 8.1 устанавливают схему расположения заклепок. Проверку прочности листа, ослабленного заклепочными отверстиями, производят по формуле

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A_{\text{н}}} = \frac{N}{\delta(b - n_1 d)} \leq R, \quad (8.13)$$

где b — ширина листа; n_1 — число заклепочных отверстий, попавших в сечение возможного разрыва; N — продольная сила в поперечном сечении.

Для соединений с накладками формулы (8.10) и (8.12) остаются теми же, что и для соединений внахлестку, но в этом случае n — число заклепок с одной стороны от стыка.

Расчет болтовых соединений производится так же, как и заклепочных.

Пример 8.1. Проверить прочность заклепочного соединения в виде стыка с двумя накладками, растягиваемого силой $P = 550$ кН (рис. 8.4, а). Дано: $R_{см}^3 = 150$ МПа (1500 кгс/см²); $R_{см}^3 = 300$ МПа (3000 кгс/см²); $R = 210$ МПа (2100 кгс/см²); ширина листа $b_{л} = 28$ см; ширина накладки $b_{н} = 27$ см; толщина $\delta_{л} = 1,6$ см; $\delta_{н} = 1$ см; диаметр заклепки $d = 2,0$ см.

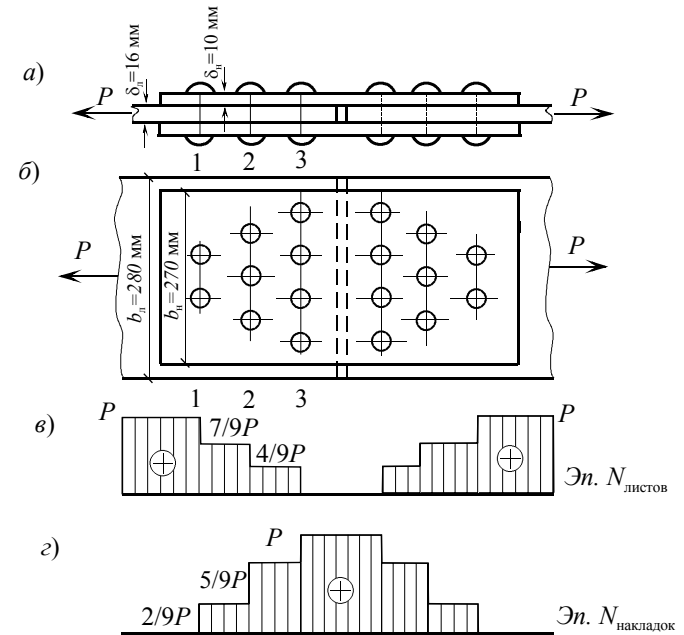


Рис. 8.4

Решение. Расчет включает: проверку прочности соединения по срезу и смятию заклепок, а также листов и накладок — на растяжение.

Проверку прочности по срезу заклепок выполняют по формуле (8.9).

Подставив данные, получим:

$$\tau_{\max} = \frac{4 \cdot 550 \cdot 10^3}{9 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 0,02^2} = 97,31 \text{ МПа} < R_{\text{ср}}^3 = 150 \text{ МПа} .$$

Проверку на смятие делаем по формуле (8.11).

Толщина листа ($\delta_{\text{л}} = 1,6$ см) меньше $2\delta_{\text{н}} = 2$ см, поэтому

$$\sigma_{\max} = \frac{550 \cdot 10^3}{9 \cdot 0,02 \cdot 0,016} = 191 \text{ МПа} < R_{\text{см}}^3 = 300 \text{ МПа} .$$

Проверку прочности листа и накладок на разрыв делаем по формуле (8.13). Для определения опасного сечения строят эпюры продольных сил N для листа и накладок, считая, что усилие между заклепками распределяется равномерно. Эпюры N показаны на рис. 8.4, в, г. Площади ослабленных сечений различные, поэтому делаем проверку прочности листов по сечениям 1-1, 2-2, 3-3:

Сечение 1-1 — две заклепки

$$\sigma = \frac{P}{\delta(b - 2d)} = \frac{550 \cdot 10^3}{0,016(0,28 - 2 \cdot 0,02)} = 143,2 \text{ МПа} < R = 210 \text{ МПа} .$$

Сечение 2-2 — три заклепки

$$\sigma = \frac{7 \cdot 550 \cdot 10^3}{9 \cdot 0,016(0,28 - 3 \cdot 0,02)} = 121 \text{ МПа} .$$

Сечение 3-3 — четыре заклепки

$$\sigma = \frac{4 \cdot 550 \cdot 10^3}{9 \cdot 0,016(0,28 - 4 \cdot 0,02)} = 76,5 \text{ МПа} .$$

В накладках опасным будет сечение 3-3, в котором наименьшая площадь и наибольшая продольная сила,

$$\sigma_{\max} = \frac{550 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,01(0,27 - 4 \cdot 0,02)} = 145 \text{ МПа} .$$

Расчет сварных соединений

В строительных конструкциях применяют два основных типа сварных соединений — встык и внахлестку. Соединение внахлестку выполняют лобовыми и фланговыми швами (рис. 8.5). Расчетное сечение шва имеет вид равнобедренного треугольника (рис. 8.5, б). Высота шва принимается в пределах $4 \text{ мм} \leq h_{\text{ш}} \leq 25 \text{ мм}$, рабочая толщина шва $\delta_{\text{ш}} = 0,7h_{\text{ш}}$.

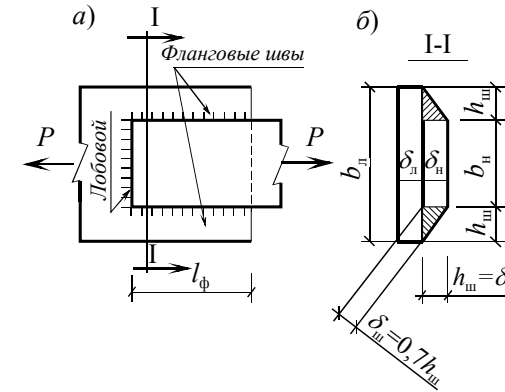


Рис. 8.5

Расчет стыкового шва. Шов работает на центральное растяжение или сжатие от усилия P . Принимаем: ширина стыкуемых элементов b , высота шва $h_{\text{ш}} = \delta_n$ и расчетная длина шва $l_{\text{ш}} = (b - 1)$ см. Условие прочности шва

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{P}{A_{\text{ш}}} = \frac{P}{l_{\text{ш}} h_{\text{ш}}} \leq R_p^{\text{CB}}, \quad (8.14)$$

где R_p^{CB} — расчетное сопротивление сварных соединений растяжению.

Расчет лобового (торцевого) шва внахлестку. Шов работает на срез и растяжение. Так как $R_{\text{ср}}^{\text{CB}} < R_p^{\text{CB}}$, то деформация среза более опасна и прочность шва проверяют только по срезу:

$$\tau_{\max} = \frac{P}{A_{\text{ср}}} = \frac{P}{\delta_{\text{ш}} l_{\text{ш}}} = \frac{P}{0,7 h_{\text{ш}} l_{\text{ш}}} \leq R_{\text{ср}}^{\text{св}}. \quad (8.15)$$

Расчет флангового шва внахлестку. Шов работает на срез. Исходные данные:

$$h_{\text{ш}} = \delta_{\text{н min}}; \quad \sum l_{\text{ш}} = 2l_{\phi}; \quad \delta_{\text{ш}} = 0,7 h_{\text{ш}}.$$

Условие прочности шва:

$$\tau_{\max} = \frac{P}{A_{\text{ср}}} = \frac{P}{2 \cdot 0,7 h_{\text{ш}} l_{\phi}} \leq R_{\text{ср}}^{\text{св}}. \quad (8.16)$$

Расчет соединений встык с одной и двумя накладками на фланговых швах выполняют по формулам флангового шва внахлестку, принимая l_{ϕ} равной длине сварного шва по одну сторону от стыка. При этом должно выполняться условие прочности материала накладок.

Расчет прикрепления уголков к фасонке (листу) на фланговых швах всегда ведут на один уголок. Считаем, что уголок работает на центральное растяжение (сжатие). Большая часть усилия должна передаваться на шов у обушки, а меньшая — у пера. Подробнее об этом расчете см. [4, гл. 4].

Пример 8.2. Из условия прочности основного материала определить допускаемую нагрузку на сварной стык с двумя накладками на фланговых швах (рис. 8.6). Определить размеры накладок и шва. *Дано:* ширина листов $b_{\text{л}} = 20$ см; толщина листов $\delta_{\text{л}} = 1$ см; расчетное сопротивление для стального листа и накладок $R = 210$ МПа (2100 кгс/см²); для материала шва $R_{\text{ср}}^{\text{св}} = 180$ МПа (1800 кгс/см²).

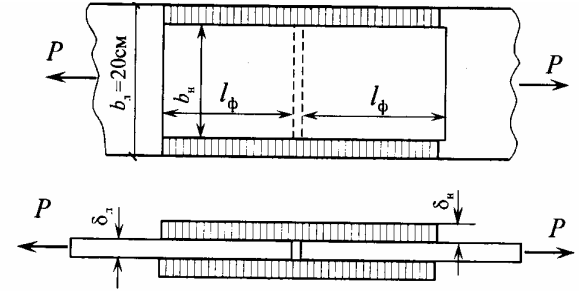


Рис. 8.6

Решение. Определяем величину нагрузки на сварной стык из условия работы листа на разрыв:

$$P \leq A_n R = 0,2 \cdot 0,01 \cdot 210 = 0,42 \text{ МН} = 420 \text{ кН} .$$

Задаемся толщиной накладок исходя из условия $\delta_n \geq 0,5\delta_n$. Принимаем $\delta_n = 0,6 \text{ см}$; $h_{ш} = \delta_n = 0,6 \text{ см}$. Из условия размещения швов найдем ширину накладок $b_n = b_n - 2h_{ш} = 20 - 2 \cdot 0,6 = 18,8 \text{ см}$. Суммарная площадь поперечного сечения двух накладок равна

$$2A_n = 2b_n \delta_n = 2 \cdot 18,8 \cdot 0,6 = 22,6 \text{ см}^2 > A_n = 20 \text{ см}^2 .$$

Прочность накладок на разрыв обеспечена.

Из условия прочности фланговых швов находим их длину по одну сторону от стыка:

$$\sum l_{ш} = 4l_{\phi} \geq \frac{P}{0,7h_{ш}R_{сп}} ,$$

откуда

$$l_{\phi} \geq \frac{P}{4 \cdot 0,7h_{ш}R_{сп}} = \frac{420 \cdot 10^3}{4 \cdot 0,7 \cdot 0,006 \cdot 180 \cdot 10^6} = 0,14 \text{ м} .$$

Согласно СНиП (строительные нормы и правила) $l_n = 2(l_{\phi} + 2\delta_{\min})$, где δ_{\min} — наименьшая толщина соединяемых элементов. Тогда длина накладки $l_n = 2(14 + 2 \cdot 0,6) = 30,4 \text{ см}$.

Указание. Далее следует решить задачу №8 контрольной работы.

ТЕМА 9

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЕЧЕНИЙ

Теория: [1], гл. 5, § 5.1–5.6; [2], гл. VI, § 47–52.

При изучении деформаций растяжения и сжатия прямых стержней было установлено, что напряжения и деформации обратно пропорциональны площади поперечного сечения. При изучении изгиба и кручения стержней необходимы некоторые другие геометрические характеристики поперечных сечений, которые будут рассматриваться ниже.

Введем следующие геометрические характеристики, выражаемые в интегральной форме. Условно продольную ось стержня обозначим x , а поперечные — z и y (рис. 9.1).

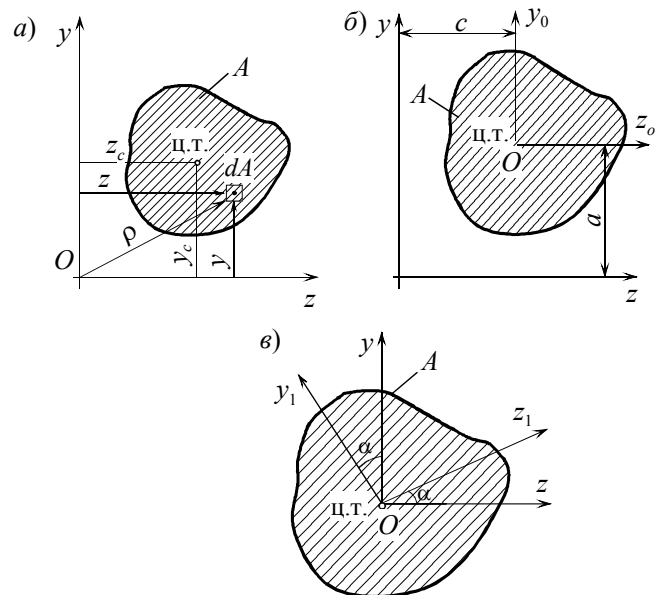


Рис. 9.1

1. Площадь сечения A , м^2 .

2. Статические моменты сечения относительно осей z и y , м^3 ,

$$S_z = \int_A y dA \text{ и } S_y = \int_A z dA. \quad (9.1)$$

Статические моменты могут быть положительными, отрицательными или равными нулю. Из курса теоретической механики известно, что координаты центра тяжести фигуры определяются по формулам:

$$z_0 = \frac{S_y}{A}; \quad y_0 = \frac{S_z}{A}, \quad (9.2)$$

откуда

$$S_y = z_0 A \text{ и } S_z = y_0 A.$$

Отсюда следует, что если z и y — центральные оси фигуры, т.е. они проходят через центр тяжести, то $S_z = S_y = 0$.

3. Моменты инерции, м^4 :

а) осевые

$$I_z = \int_A y^2 dA \text{ и } I_y = \int_A z^2 dA; \quad (9.3)$$

б) полярный

$$I_p = \int_A \rho^2 dA = \int_A (y^2 + z^2) dA = I_z + I_y, \quad (9.4)$$

осевые и полярные моменты инерции всегда положительны;

в) центробежный момент инерции (вычисляется сразу относительно обеих осей z и y)

$$I_{zy} = \int_A zy dA. \quad (9.5)$$

Центробежный момент может быть положительным, отрицательным или равным нулю.

Далее укажем некоторые свойства моментов инерции фигуры.

4. Моменты инерции сечения относительно параллельных осей (оси z_0 и y_0 — центральные) (рис. 9.1, б) связаны следующими зависимостями:

$$\left. \begin{aligned} I_z &= I_{z_0} + a^2 A, \\ I_y &= I_{y_0} + c^2 A, \\ I_{zy} &= I_{z_0 y_0} + acA. \end{aligned} \right\} \quad (9.6)$$

Здесь I_{z_0}, I_{y_0} и $I_{z_0 y_0}$ — моменты инерции относительно центральных осей простых сечений; A — площадь сечения; a, c — расстояния между центральными и параллельными осями.

Если сечение сложное, то его разбивают на простые фигуры и моменты инерции вычисляют по формулам параллельного переноса:

$$\left. \begin{aligned} I_{z_0} &= \sum_{i=1}^n (I_{z_i} + a_i^2 A_i), \\ I_{y_0} &= \sum_{i=1}^n (I_{y_i} + c_i^2 A_i), \\ I_{z_0 y_0} &= \sum_{i=1}^n (I_{z_i y_i} + a_i c_i A_i) \end{aligned} \right\} \quad (9.7)$$

Моменты инерции относительно центральных осей z_1 и y_1 , повернутых на угол α (рис. 9.1, в), определяют по формулам

$$\left. \begin{aligned} I_{z_1} &= I_{z_0} \cos^2 \alpha + I_{y_0} \sin^2 \alpha - I_{z_0 y_0} \sin 2\alpha, \\ I_{y_1} &= I_{z_0} \sin^2 \alpha + I_{y_0} \cos^2 \alpha + I_{z_0 y_0} \sin 2\alpha, \\ I_{z_1 y_1} &= \frac{I_{z_0} - I_{y_0}}{2} \sin^2 \alpha + I_{z_0 y_0} \cos 2\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (9.8)$$

5. Главные оси и главные моменты инерции.

Две взаимно перпендикулярные оси, относительно которых центробежный момент равен нулю, называются главными (оси v и u). Любая ось симметрии является главной. Осевые моменты инерции относительно главных осей (главные моменты инерции) обладают свойством экстремальности, т.е. $I_v = I_{\max}$, $I_u = I_{\min}$.

Главные моменты инерции сечения определяют по формуле

$$I_{\min}^{\max} = \frac{I_{z_0} + I_{y_0}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{z_0} - I_{y_0})^2 + 4I_{z_0 y_0}^2}. \quad (9.9)$$

Сумма моментов инерции относительно любых двух взаимно перпендикулярных осей, проходящих через центр тяжести, постоянна для данного сечения:

$$I_{z_0} + I_{y_0} = I_{\max} + I_{\min} = \text{const}.$$

Для сечений, не имеющих осей симметрии, положение главных осей определяют по формуле

$$\text{tg} \alpha_{\max} = -\frac{I_{z_0 y_0}}{I_{\max} - I_{y_0}}, \quad (9.10)$$

где α_{\max} — угол между осью z и осью, относительно которой момент инерции I_{\max} .

Положительное значение угла α — против часовой стрелки.

6. Моменты сопротивления сечения (м^3) относительно главных осей вычисляют по формулам

$$W_u = \frac{I_u}{v_{\max}}; \quad W_v = \frac{I_v}{u_{\max}}, \quad (9.11)$$

где v_{\max} и u_{\max} — расстояния от главных осей до наиболее удаленных точек сечения.

7. Радиусы инерции сечений (м) вычисляют по формулам

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}; \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}. \quad (9.12)$$

Моменты инерции и моменты сопротивления простых фигур

Моменты инерции только некоторых простых сечений могут быть вычислены непосредственно интегрированием. Сложные сечения разбивают на простые фигуры и используют формулы (9.7). Геометрические характеристики прокатных профилей приводятся в таблицах сортаментов (см. прил. 1). Ниже приведены формулы для определения моментов инерции и моментов сопро-

тивления простых фигур, имеющих широкое применение при решении практических задач.

Прямоугольник (рис. 9.2, а):

$$I_{z_0} = \frac{bh^3}{12}; I_{y_0} = \frac{b^3h}{12}; W_{z_0} = \frac{bh^2}{6}; W_{y_0} = \frac{b^2h}{6}; \quad (9.13)$$

треугольник (рис. 9.2, б):

$$I_{y_0} = \frac{b^3h}{36}; I_{z_0} = \frac{bh^3}{36}; I_{z_1} = \frac{bh^3}{12}; I_{z_2} = \frac{bh^3}{4}; \quad (9.14)$$

равнобедренный треугольник (рис. 9.2, е):

$$I_{y_0} = \frac{b^3 h}{48}; \quad (9.15)$$

круг (рис. 9.2, в):

$$I_{z_0} = I_{y_0} = I = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64}; \quad (9.16)$$

$$I_{\rho} = 2I = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32}; \quad (9.17)$$

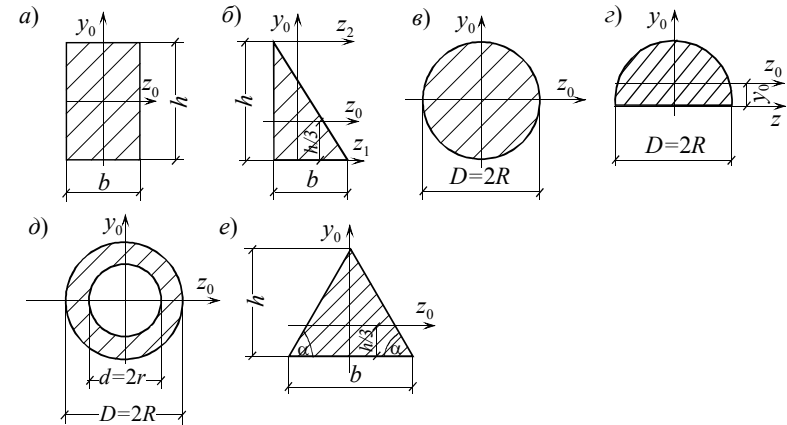


Рис. 9.2

$$W_{z_0} = W_{y_0} = W = \frac{\pi R^3}{4} = \frac{\pi D^3}{32}; \quad (9.18)$$

$$W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16}; \quad (9.19)$$

полукруг (рис. 9.2, з):

$$y_0 = \frac{4R}{3\pi};$$

$$S_z = \frac{2}{3} R^3, \quad (9.20)$$

$$I_z = 0,108R^4 \approx 0,11R^4; I_{y_0} = \frac{\pi D^4}{128} = \frac{\pi R^4}{8};$$

кольцо (рис. 9.2, д):

$$I_{z_0} = I_{y_0} = I = \frac{\pi}{4}(R^4 - r^4) = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = \frac{\pi D^4}{64}(1 - \alpha^4), \quad (9.21)$$

где

$$\alpha = \frac{d}{D};$$

$$I_\rho = \frac{\pi D^4}{32}(1 - \alpha^4); \quad (9.22)$$

$$W_{z_0} = W_{y_0} = W = \frac{\pi D^3}{32}(1 - \alpha^4); \quad (9.23)$$

$$W_\rho = \frac{\pi D^3}{16}(1 - \alpha^4). \quad (9.24)$$

Пример 9.1. Определить положение главных осей и главные моменты инерции сечения, состоящего из швеллера 22а (ГОСТ 8240-89) и равнополочного уголка 100×100×10 мм (ГОСТ 8509-93) (рис. 9.3).

Решение. Сечение разобьем на простые сечения (фигуры) I, II и выпишем из таблиц ГОСТ необходимые значения с учетом поворота осей уголка (табл. 9.1)

За начальные примем оси z_1 и y_1 , проходящие через центр тяжести швеллера. Координаты центров тяжести простых фигур относительно начальных осей равны:

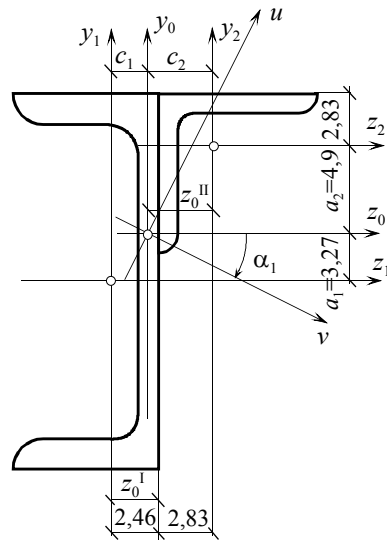


Рис. 9.3

$$z_1 = 0; y_1 = 0;$$

$$z_2 = z_0^I + z_0^II = 2,46 + 2,83 = 5,29 \text{ см};$$

$$y_2 = \frac{h}{2} - z_0^II = 11 - 2,83 = 8,17 \text{ см}.$$

Статические моменты сечения относительно начальных осей:

$$S_{z_1} = \sum_{i=1}^n y_i A_i = 28,8 \cdot 0 + 19,2 \cdot 8,17 = 157 \text{ см}^3,$$

$$S_{y_1} = \sum_{i=1}^n z_i A_i = 0 \cdot 28,8 + 5,29 \cdot 19,2 = 102 \text{ см}^3.$$

Таблица 9.1

Номер фигуры	A_i , см ²	I_{z_i} , см ⁴	I_{y_i} , см ⁴	I_{\max} , см ⁴	I_{\min} , см ⁴	z_0 , см	$I_{z_{y_0}}$, см ⁴
I	28,8	2330	187	—	—	2,46	—
II	19,20	179	179	284	74,1	2,83	110,00

Координаты центра тяжести всего сечения:

$$y_0 = \frac{S_{z_1}}{\Sigma A} = \frac{157}{48} = 3,27 \text{ см},$$

$$z_0 = \frac{S_{y_1}}{\Sigma A} = \frac{102}{48} = 2,13 \text{ см}.$$

Моменты инерции сечения относительно центральных осей будем вычислять по формулам (9.7), но вначале найдем

$$a_1 = -3,27 \text{ см}; c_1 = -2,13 \text{ см};$$

$$a_2 = y_2 - y_0 = 8,17 - 3,27 = 4,9 \text{ см};$$

$$c_2 = z_2 - z_0 = 5,29 - 2,13 = 3,16 \text{ см};$$

тогда

$$I_{z_0} = 2330 + 3,27^2 \cdot 28,8 + 179 + 4,9^2 \cdot 19,2 = 3278 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_0} = 187 + 2,13^2 \cdot 28,8 + 179 + 3,16^2 \cdot 19,2 = 689 \text{ см}^4.$$

Абсолютную величину центробежного момента I_{zy} при любом положении уголка необходимо взять для его табличного положения (как в ГОСТе). Знак I_{zy} наиболее просто установить по следующему правилу: *если концы полков уголка (перья) располагаются в I и III четверти системы координат, то I_{zy} положителен, если во II и IV четверти, то I_{zy} отрицателен.*

Центробежный момент всего сечения относительно центральных осей равен

$$I_{z_0, y_0} = (-2,13)(-3,27)28,8 + 4,9 \cdot 3,16 \cdot 19,2 + 110,0 = 608,5 \text{ см}^4.$$

Пользуясь формулой (9.9), вычислим главные моменты инерции сечения:

$$I_{\max/\min} = \frac{3278 + 689}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(3278 - 689)^2 + 4 \cdot 608,5^2};$$

$$I_{\max} = 3411 \text{ см}^4; \quad I_{\min} = 555 \text{ см}^4.$$

Проверка: $3278 + 689 = 3411 + 555$.

По формуле (9.10) найдем положение главных осей v и u :

$$\operatorname{tg} \alpha_{\max} = -\frac{I_{z_0, y_0}}{I_{\max} - I_{y_0}} = -\frac{608,5}{3411 - 689} = -0,221,$$

а $\alpha_1 = \alpha_{\max} = -12^{\circ}49'$, тогда ось v повернута по часовой стрелке, так как α_1 — отрицательное значение.

Указание. Далее решить задачи №9 и 10 контрольной работы.

ТЕМА 10

КРУЧЕНИЕ СТЕРЖНЕЙ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

Теория: [1], гл. 8, § 8.1-8.6; [2], гл. VII, § 53-61.

Крутящий момент

Круглый стержень, работающий на кручение, обычно называют *валом*. Кручение возникает при действии на вал внешних пар сил, лежащих в плоскостях, перпендикулярных оси вала. Внешний момент в виде пары сил передается на вал при помощи

шкива или зубчатого колеса и может быть выражен через силы натяжения ветвей ременной передачи:

$$M_{кр} = R(T - t) = \frac{D}{2}(T - t), \quad (10.1)$$

где T — натяжение ведущей ветви, а t — ведомой ветви ременной передачи.

Если мощность двигателя N дана в л.с., а n — число оборотов вала, то

$$M_{кр} = 716,2 \frac{N}{n} (\text{кгс} \cdot \text{м}) \approx 7,162 \frac{N}{n} (\text{кН} \cdot \text{м}). \quad (10.2)$$

Если мощность двигателя N дана в киловаттах, то

$$M_{кр} = 973,6 \frac{N}{n} (\text{кгс} \cdot \text{м}) \approx 9,736 \frac{N}{n} (\text{кН} \cdot \text{м}). \quad (10.3)$$

На вал могут действовать одновременно несколько внешних пар сил, приложенных в разных сечениях.

При расчете вала на кручение необходимо сначала построить эпюру крутящих моментов $M_{кр}$, представляющую собой график изменения крутящих моментов по длине вала. *Крутящий момент в произвольном сечении стержня равен алгебраической сумме моментов относительно продольной оси от внешних сил, взятых по одну сторону от сечения. Условимся считать $M_{кр}$ положительным* (и откладывать на эпюре вверх), *если он, при взгляде на отсеченную часть со стороны отброшенной части, стремится повернуть вал по ходу часовой стрелки.* В сечениях вала, где приложены внешние сосредоточенные пары сил, на эпюре $M_{кр}$ должны быть разрывы непрерывности (скачки), равные моментам этих пар.

Напряжения и деформации. Условия прочности и жесткости

В любой точке поперечного сечения вала на расстоянии ρ от центра тяжести сечения возникают касательные напряжения

$$\tau_{\rho} = \frac{M_{кр}}{I_{\rho}} \rho. \quad (10.4)$$

Наибольшие касательные напряжения будут на контуре:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\text{кр}}}{W_{\rho}}. \quad (10.5)$$

Здесь I_{ρ} — полярный момент инерции; W_{ρ} — полярный момент сопротивления.

Угол закручивания определяют по закону Гука:

$$\varphi = \frac{M_{\text{кр}} l}{GI_{\rho}}, \quad (10.6)$$

где l — длина участка; GI_{ρ} — жесткость вала при кручении; φ — измеряется в радианах.

Относительный угол закручивания

$$\theta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_{\text{кр}}}{GI_{\rho}}. \quad (10.7)$$

Проектирование вала ведется по двум условиям:

а) условие прочности

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\text{кр}}^{\max}}{W_{\rho}} = \frac{16M_{\text{кр}}^{\max}}{\pi D^3} \leq [\tau], \quad (10.8)$$

б) условие жесткости

$$\theta_{\max} = \frac{M_{\text{кр}}^{\max}}{GI_{\rho}} = \frac{32M_{\text{кр}}^{\max}}{G\pi D^4} \leq [\theta]. \quad (10.9)$$

Пример 10.1. На стальной вал постоянного сечения, вращающийся с частотой $n = 200$ об./мин, насажено четыре шкива (рис. 10.1, а). На шкив 2 от двигателя подается мощность 75 кВт. Остальные шкивы передают потребителям мощности $N_1 = 20$, $N_3 = 30$ и $N_4 = 25$ кВт.

Требуется:

- 1) построить эпюру $M_{\text{кр}}$;
- 2) определить диаметры сплошного и трубчатого валов;
- 3) сравнить их по площади;
- 4) построить эпюру углов закручивания сплошного вала.

Дано: $[\tau] = 40$ МПа; $[\theta] = 0,5$ град/м; $G = 8 \cdot 10^4$ МПа и $\alpha = d/D = 0,7$.

Решение. По формуле (10.3) определим

$$M_{кр}^1 = 9736 \frac{20}{200} \approx 974 \text{ Н}\cdot\text{м}; M_{кр}^2 = 3651 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{кр}^3 = 1460 \text{ Н}\cdot\text{м}; M_{кр}^4 = 1217 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Для построения эпюры $M_{кр}$ (рис. 10.1, в) определяем моменты в сечениях каждого из пяти участков вала:

$$M_{кр}^I = 0; M_{кр}^{II} = -M_{кр}^1 = -974 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{кр}^{III} = -M_{кр}^1 + M_{кр}^2 = 2677 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{кр}^{IV} = M_{кр}^4 = 1217 \text{ Н}\cdot\text{м}; M_{кр}^V = 0.$$

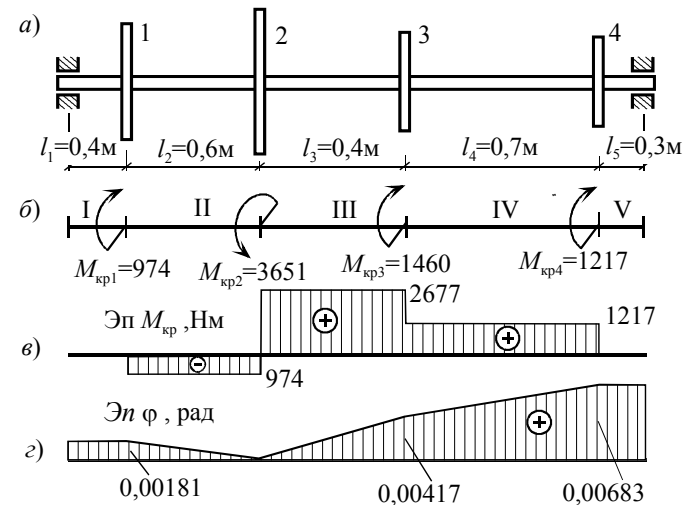


Рис. 10.1

Из условия прочности (10.8) определим диаметр сплошного вала:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16M_{кр}^{max}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{M_{кр}^{max}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{2677}{0,2 \cdot 40 \cdot 10^6}} = 0,0695 \text{ м.}$$

Округлим до стандартного размера: $D = 70$ мм. Для вала кольцевого сечения

$$D_1 \geq \sqrt[3]{\frac{M_{кр}^{max}}{0,2(1-\alpha^4)[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{2677}{0,2(1-0,7^4)40 \cdot 10^6}} = 0,0762 \text{ м.}$$

Округлим: $D_1 = 78$ мм.

Внутренний диаметр вала кольцевого сечения

$$d = \alpha D_1 = 0,7 \cdot 78 = 55 \text{ мм.}$$

Отношение площадей

$$\Delta = \frac{0,07^2}{(0,078 - 0,055)^2} = 1,59.$$

Как показывают расчеты, площадь поперечного сечения сплошного вала оказалась в 1,59 раза больше площади сечения вала кольцевого сечения.

Определим диаметр вала из условия жесткости. Так как вал имеет постоянное сечение по всей длине, то θ_{max} будет на участке III. Если

$$[\theta] = 0,5 \text{ град/м} = \frac{\pi \cdot 0,5}{180} = 0,872 \cdot 10^{-2} \text{ рад/м},$$

то из формулы (10.9)

$$\theta_{max} = \frac{2677}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot I_p} \leq 0,872 \cdot 10^{-2},$$

откуда

$$I_p \geq \frac{2677}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,872 \cdot 10^{-2}} = 384 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4,$$

а

$$D \geq \sqrt[4]{\frac{I_p}{0,1}} = \sqrt[4]{3840 \cdot 10^{-8}} = 7,87 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Окончательно принимаем для вала сплошного сечения $D = 80$ мм, удовлетворяющий обоим условиям.

Для построения эпюры углов закручивания φ определим углы закручивания сплошного вала на отдельных участках по формуле (10.6):

$$\varphi^I = 0; \varphi^{II} = -0,00181 \text{ рад}; \varphi^{III} = 0,417 \cdot 10^{-2} \text{ рад};$$

$$\varphi^{IV} = 0,266 \cdot 10^{-2} \text{ рад}; \varphi^V = 0.$$

Условно принимаем в качестве неподвижного сечение вала, в котором расположен шкив 2. По формуле

$$\varphi = \varphi_{\text{пр}} - \varphi_{\text{лев}}$$

найдем

$$\varphi_2 = 0; \varphi_1 = \varphi_2 - \varphi^{II} = 0,181 \cdot 10^{-2} \text{ рад};$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \varphi^{III} = 0,417 \cdot 10^{-2} \text{ рад}; \varphi_4 = \varphi_3 + \varphi^{IV} = 0,683 \cdot 10^{-2} \text{ рад}.$$

По этим данным построена эпюра углов закручивания сечений (рис. 10.1, з).

Указание. Далее решить задачу №11 контрольной работы.

ТЕМА 11 ПЛОСКИЙ ИЗГИБ

Теория: [1], гл. 6, § 6.1-6.8; [2], гл. VIII, § 62-72.

Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

В строительных конструкциях и машинах имеются элементы, работающие на изгиб. Элементы конструкций, работающие на изгиб, называют *балками*. Изгиб представляет собой такую деформацию, при которой ось бруса и его продольные волокна искривляются.

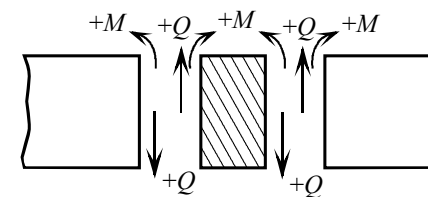


Рис. 11.1

Если поперечное сечение балки имеет хотя бы одну ось симметрии и все внешние силы и опорные

реакции лежат в плоскости симметрии, то балка испытывает плоский изгиб. При этом внутренними усилиями в поперечных сечениях балки являются поперечная сила Q и изгибающий момент M (рис. 11.1). Чтобы определить внутренние усилия, надо балку расчлени на две части плоскостью, перпендикулярной продольной оси, затем одну часть балки отбросить и рассмотреть равновесие оставленной части.

Поперечная сила Q в произвольном сечении численно равна алгебраической сумме проекций на плоскость сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от сечения. Изгибающий момент M равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, взятых по одну сторону от сечения, относительно центра тяжести сечения. В произвольном сечении балки с координатой x между Q и M существуют дифференциальные зависимости

$$\frac{dM}{dx} = Q; \quad \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = q. \quad (11.1)$$

Чтобы произвести расчет изгибаемой балки, необходимо знать величину наибольших поперечной силы и изгибающего момента. Для этого определяют внутренние усилия и строят эпюры Q и M . При определении Q и M необходимо соблюдать правила знаков (рис. 11.2):

– если внешние силы вращают оставленную часть балки по часовой стрелке, то Q считают положительной, а если против часовой стрелки, то отрицательной;

– если внешние силы загибают конец оставленной части балки относительно сечения вверх, то M считают положительным, а если вниз, то отрицательным.

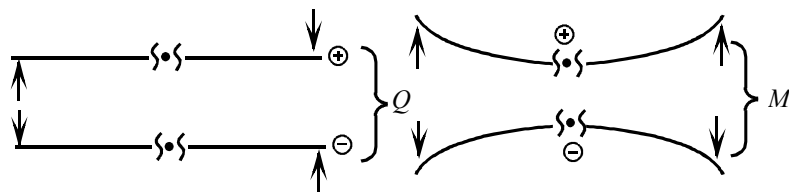


Рис. 11.2

Порядок построения эпюр следующий:

1. Для балок на двух опорах сначала необходимо найти опорные реакции. Для балок-консолей, жестко защемленных одним концом, опорные реакции можно не находить, а определение Q и M вести от свободного конца.

2. Балку разбивают на участки и для каждого участка в произвольном сечении x составляют аналитические выражения Q и M . Границами участков являются точки приложения внешних сил, а также точки начала и конца распределенной нагрузки.

3. Строят графики (эпюры) выражений $Q(x)$ и $M(x)$, полученных в п.2. При этом ординаты $Q > 0$ откладывают вверх.

4. Эпюры изгибающих моментов строят на растянутых волокнах. Поэтому положительные ординаты M откладывают вниз от базы эпюры, а отрицательные вверх. Ход построения эпюр Q и M рассмотрен в примерах 11.1 и 11.2.

На эпюрах должны выполняться проверки: по очертанию эпюр, по скачкам на эпюрах, по производным.

1. *Проверка по очертанию эпюр.* На участках, где есть распределенная нагрузка q , эпюра Q — наклонная прямая, а эпюра M — квадратная парабола; на участках, свободных от распределенной нагрузки, эпюра Q очерчивается линией, параллельной оси балки, эпюра M — прямой линией. Изгибающий момент на участке будет максимальным в сечении, где Q равна нулю.

2. *Проверка по скачкам на эпюрах.* Если в каком-то сечении к балке приложена сосредоточенная сила, то на эпюре Q в этом сечении должен быть скачок, равный величине силы. Если приложена пара сил (сосредоточенный изгибающий момент), то на эпюре M — скачок, равный величине сосредоточенного момента.

3. *Проверка по производным.*

$$\frac{dQ}{dx} = q \text{ — производная от } Q \text{ равна интенсивности } q.$$

$$\frac{dM}{dx} = Q \text{ — производная от изгибающего момента равна } Q \text{ —}$$

поперечной силе в сечении.

Производная равна тангенсу угла между осью x и касательной, проведенной к точке, взятой на эпюре.

Нормальные и касательные напряжения при изгибе

При изгибе балки поперечные сечения поворачиваются на некоторый угол, оставаясь плоскими (гипотеза плоских сечений). Если при этом верхние волокна растягиваются, то нижние сжимаются, и наоборот. Продольные волокна, лежащие в плоскости, проходящей через центр тяжести сечения перпендикулярно силовой плоскости, своих размеров не изменяют. Эта плоскость называется *нейтральным слоем*. Линия пересечения нейтрального слоя с плоскостью поперечного сечения называется *нейтральной осью*. Можно доказать, что при плоском изгибе в вертикальной плоскости нейтральная ось в сечении совпадает с осью z . В любой точке поперечного сечения, находящейся на расстоянии y от нейтральной оси, величину нормальных напряжений σ можно определить по формуле

$$\sigma = \frac{M_z}{I_z} y. \quad (11.2)$$

Наибольшие σ будут в точках, наиболее удаленных от нейтральной оси, где y_{\max} , а на нейтральной оси $\sigma = 0$. Условие прочности по нормальным напряжениям при изгибе имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{I_z} y_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq R, \quad (11.3)$$

где W_z — момент сопротивления сечения относительно оси z .

Эта формула дает возможность решать задачи, связанные с проверкой прочности балки, подбором сечений и определением грузоподъемности.

Касательные напряжения в поперечном сечении определяют по формуле Журавского

$$\tau_y = \frac{Q_y S_z^{\text{отс}}}{I_z b}, \quad (11.4)$$

где Q_y — поперечная сила в рассматриваемом сечении балки; $S_z^{\text{отс}}$ — статический момент отсеченной части площади сечения, лежащей выше или ниже рассматриваемой точки, относительно

нейтральной оси z ; I_z — осевой момент инерции сечения относительно нейтральной оси; b — ширина поперечного сечения балки на уровне рассматриваемой точки.

Знак касательного напряжения τ_y определяется знаком поперечной силы Q для данного сечения балки (берется с эпюры Q). Очертание эпюры τ_y зависит от изменения b и $S_z^{\text{отс}}$ по высоте сечения. Для большинства сечений максимальные касательные напряжения возникают на уровне нейтрального слоя. Условие прочности изгибаемой балки по касательным напряжениям

$$\tau_{\max} = \frac{Q_y^{\max} S_z^{\text{отс}}}{I_z b} \leq R_{\text{сп}}, \quad (11.5)$$

где $S_z^{\text{отс}}$ — статический момент полусечения относительно нейтральной оси.

В частных случаях — для прямоугольного сечения $\tau_{\max} = \frac{3Q}{2A}$,

для круга $\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{Q}{A}$, где A — соответствующая площадь поперечного сечения.

Установлено, что в произвольной точке балки при изгибе имеет место плоское напряженное состояние. Продольные слои балки не давят друг на друга, поэтому $\sigma_y = 0$. Обозначим $\sigma_x = \sigma$, $\tau_y = \tau$. Тогда главные напряжения в изгибаемой балке определяют по формуле

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \quad (11.6)$$

а экстремальные касательные напряжения по формуле

$$\tau_{\max/\min} = \pm \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \quad (11.7)$$

Подробно анализ напряженного состояния при изгибе см. [1], §6.5; [2], §69.

Пример 11.1. Для консольной балки (рис. 11.3) построить эпюры Q и M и подобрать круглое сечение из дерева при $R = 10$ МПа (100 кгс/см^2) и $R_{\text{ср}} = 2$ МПа (20 кгс/см^2).

Решение. Балка имеет два участка. Расчет ведем от свободного конца.

I участок: $0 \leq x \leq 4$.

Для произвольного сечения запишем выражения Q и M :

$$Q = qx = 5x \text{ (прямая линия),}$$

$$M = -qx \frac{x}{2} = -q \frac{x^2}{2} \text{ (квадратная парабола).}$$

При $x = 0$ $Q = 0$, $M = 0$; при $x = 4$ $Q = 20 \text{ кН}$, $M = -40 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

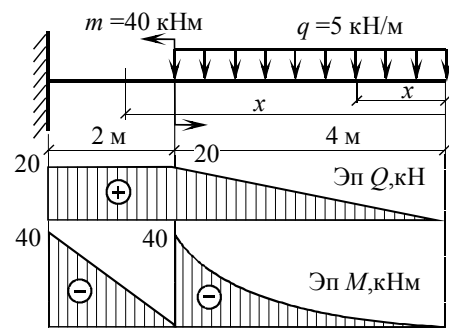


Рис. 11.3

II участок: $4 \leq x \leq 6$

$$Q = q \cdot 4 = 20 \text{ кН} = \text{const (не зависит от } x),$$

$$M = -4q(x-2) + m \text{ (прямая линия).}$$

При $x = 0$ $M = 0$; при $x = 2$ $M = -40 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

Условие прочности по нормальным напряжениям (11.3) для круглого сечения имеет вид:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{32M_{\text{max}}}{\pi D^3} \leq R,$$

откуда

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 40 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 10 \cdot 10^6}} = 0,34 \text{ м.}$$

Максимальное касательное напряжение для круглого сечения равно

$$\tau_{\max} = \frac{4 Q}{3 A} = \frac{4 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 4}{3 \cdot 3,14 \cdot 0,34^2} = 0,29 \text{ МПа} < R_{\text{ср}} = 2 \text{ МПа} .$$

Пример 11.2. Для балки на двух опорах (рис. 11.4) определить опорные реакции; построить эпюры Q и M ; подобрать сечение из прокатных двутавров (по ГОСТ 8239-89*) и для одного из сечений построить эпюры σ и τ .

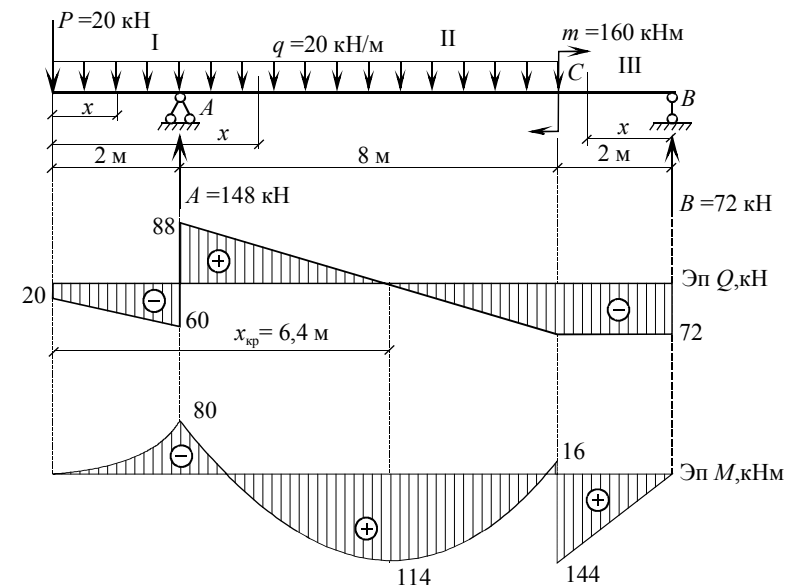


Рис. 11.4

Дано: $R = 210$ МПа (2100 кгс/см^2); $R_{\text{ср}} = 110$ МПа (1100 кгс/см^2).

Решение. Найдем опорные реакции из уравнений равновесия

$$\sum m_B = 0, \quad P \cdot 12 - A \cdot 10 + q \cdot 10 \cdot 7 - m = 0,$$

$$A = \frac{12P + 70q - m}{10} = \frac{12 \cdot 20 + 70 \cdot 20 - 160}{10} = 148 \text{ кН},$$

$$\sum m_A = 0; B \cdot 10 + P \cdot 2 - m - q \cdot 10 \cdot 3 = 0,$$

$$B = \frac{-2P + m + 30q}{10} = \frac{-20 \cdot 20 + 160 + 30 \cdot 20}{10} = 72 \text{ кН}.$$

Сделаем проверку правильности определения опорных реакций:

$$\sum P_y = 0, -P - 10q + A + B = 0, \\ -20 - 10 \cdot 20 + 148 + 72 = 0,$$

а так как горизонтальных сил на балке нет, то из уравнения $\sum P_x = 0$ горизонтальная реакция в точке A равна нулю.

Построение эюр. Балку разделим на три участка. На I и II участках построение эюр ведем от сил слева, а на III — от сил справа.

I участок: $0 \leq x \leq 2$.

$$Q = -P - qx = -20 - 20x \text{ (прямая),}$$

$$M = -Px - q \frac{x^2}{2} = -20x - 10x^2 \text{ (квадратная парабола).}$$

При $x = 0$ $Q = -20$ кН, $M = 0$; при $x = 2$ $Q = -60$ кН, $M = -80$ кН·м.

II участок: $2 \leq x \leq 10$.

$$Q = -P - qx + A = -20x + 128 \text{ (прямая),}$$

$$M = -Px - q \frac{x^2}{2} + A(x - 2) = -20x - 10x^2 + 148(x - 2) \text{ (квадратная}$$

парабола).

При $x = 2$ $Q = 88$ кН, $M = -80$ кН·м; при $x = 10$ $Q = -72$ кН, $M = -16$ кН·м.

Максимальное значение M будет в сечении, где $Q = 0$. Для этого уравнение $Q = -P - qx + A$ приравняем нулю и найдем x .

Так как $\frac{dM}{dx} = Q = -20x + 128 = 0$, то $x = 6,4$ м, а $M_{\max} = 114$ кН·м.

III участок: $0 \leq x \leq 2$.

$Q = -B = -72 \text{ кН} — \text{const}$ (не зависит от x),

$M = Bx = 72x$ (прямая).

При $x = 0$ $M = 0$; при $x = 2$ $M = 144 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

Из условия прочности (11.3) определим

$$W_{\text{тр}} \geq \frac{M_{\text{max}}}{R} = \frac{144 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^6} = 0,685 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 685 \text{ см}^3.$$

Из таблиц сортамента выбираем двутавр №36, имеющий $A = 61,9 \text{ см}^2$; $W_z = 743 \text{ см}^3$; $I_z = 13380 \text{ см}^4$; $S_z^{\text{н.с}} = 423 \text{ см}^3$; $h = 36 \text{ см}$; $b = 14,4 \text{ см}$; $t = 1,23 \text{ см}$; $s = 0,75 \text{ см}$.

Найдем фактическое напряжение в крайних волокнах:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{max}} &= \frac{M_{\text{max}}}{W_z} = \frac{144 \cdot 10^3}{743 \cdot 10^{-6}} = 1,94 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2 = \\ &= 194 \text{ МПа} \leq R = 210 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Делаем проверку по касательным напряжениям:

$$\begin{aligned} \tau_{\text{max}} &= \frac{Q_{\text{max}} S_z^{\text{н.с}}}{I_z b} = \frac{88 \cdot 10^3 \cdot 423 \cdot 10^{-6}}{13380 \cdot 10^{-8} \cdot 0,75 \cdot 10^{-2}} = \\ &= 37 \text{ МПа} < R_{\text{ср}} = 110 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Балка удовлетворяет условиям прочности.

Далее переходим к построению эпюр σ и τ . Рассмотрим на балке (рис. 11.4) сечение, бесконечно близкое от точки C справа. Для построения эпюры τ заменим прокатный двутавр условным, состоящим из прямоугольников. По высоте возьмем семь точек и в каждой определим τ по формуле (11.4). Для точек 1 и 5 $\tau = 0$, так как $S_z^{\text{отс}} = 0$. Точки 2 и 2' представляют собой две бесконечно близкие точки, но точка 2 принадлежит полке, поэтому в формуле (11.4) $b = 14,5 \text{ см}$, а точка 2' — стенке двутавра и $b = d = 0,75 \text{ см}$.

Для этих точек

$$S_z^{\text{отс}} = A_{\text{н}} y_{\text{н}} = bt \frac{h-t}{2} = 14,5 \cdot 1,23 \frac{36-1,23}{2} = 310 \text{ см}^3;$$

$$\tau_{(2)} = \tau_{(4)} = -\frac{72 \cdot 10^3 \cdot 310 \cdot 10^{-6}}{13380 \cdot 10^{-8} \cdot 14,5 \cdot 10^{-2}} = -0,95 \text{ МПа};$$

$$\tau_{(2')} = \tau_{(4')} = -\frac{72 \cdot 10^3 \cdot 310 \cdot 10^{-6}}{13380 \cdot 10^{-8} \cdot 0,75 \cdot 10^{-2}} = -17,8 \text{ МПа};$$

$$\tau_{(3)} = -\frac{72 \cdot 10^3 \cdot 423 \cdot 10^{-6}}{13380 \cdot 10^{-8} \cdot 0,75 \cdot 10^{-2}} = -24,8 \text{ МПа}.$$

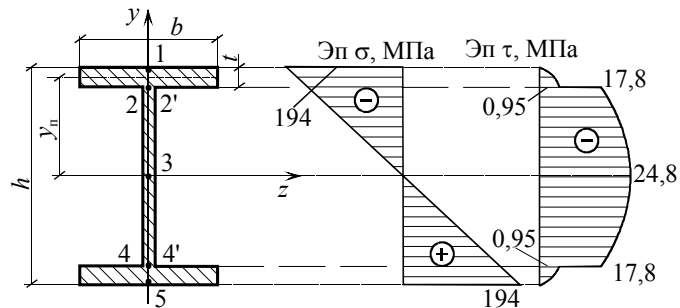


Рис. 11.5

По формуле (11.3) определим σ_{\max} :

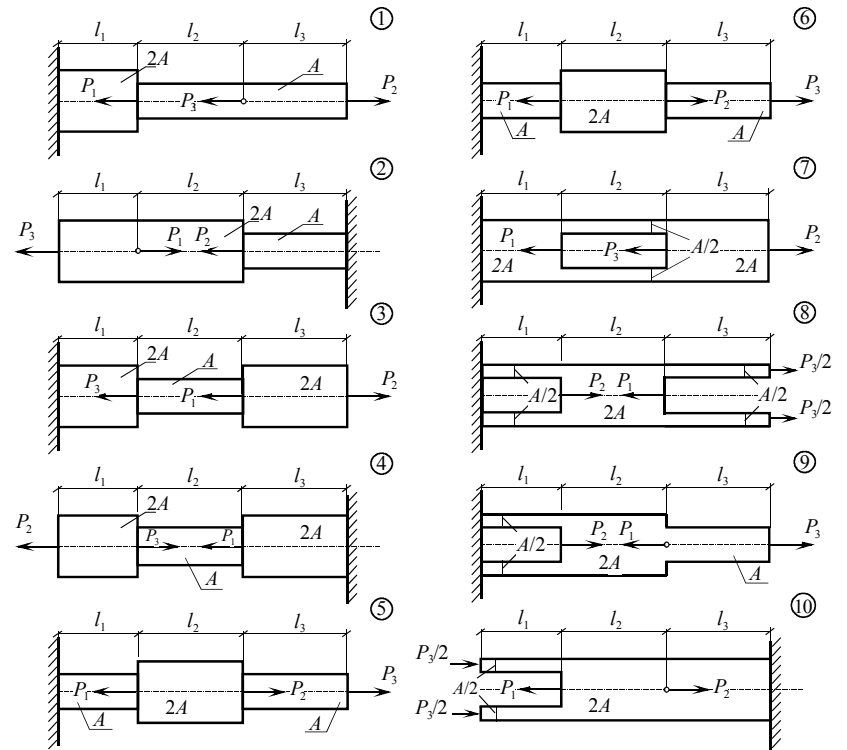
$$\sigma_{\max} = \frac{144 \cdot 10^3}{743 \cdot 10^{-6}} = 194 \text{ МПа}.$$

Тогда $\sigma_{(1)} = -194$ МПа; $\sigma_{(5)} = 194$ МПа, $\sigma_{(1)}$ имеет знак минус, так как точка 1 находится в сжатой зоне сечения. По найденным значениям напряжений строим эпюры σ и τ (рис. 11.5).

Указание. Далее можно решить задачи №12 и 13 контрольной работы.

ЗАДАЧИ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

Задача 1. (Темы 1–4). Для стального стержня переменного сечения (см. рисунок), нагруженного сосредоточенными силами, требуется:



1. Используя метод сечений, определить продольные силы N и нормальные напряжения σ в поперечных сечениях на каждом участке. Построить эпюры N и σ по длине бруса.

2. Найти полное удлинение бруса $\Delta l_{\text{полн}}$, просуммировав удлинение его отдельных участков.

3. Построить эпюру продольных перемещений Δ по длине бруса. Построение эпюры перемещений вести от жесткой заделки, где перемещение равно нулю. Данные к задаче взять из таблицы. Во всех вариантах принять модуль упругости для стали

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2.$$

(К задаче 1)

Номер строки	Номер схемы	A , см ²	P_1 , кН	P_2 , кН	P_3 , кН	l_1 , м	l_2 , м	l_3 , м
1	1	30	300	150	70	0,60	0,40	0,50
2	2	31	270	130	80	0,50	0,50	0,40
3	3	32	290	140	90	1,00	0,60	1,00
4	4	33	280	120	60	0,90	0,70	0,80
5	5	34	260	160	75	0,80	0,80	0,60
6	6	35	250	150	50	0,70	0,90	0,70
7	7	36	240	140	80	1,00	1,00	1,00
8	8	37	230	130	75	1,10	0,80	0,80
9	9	38	220	120	70	1,15	0,40	0,90
10	10	39	210	110	100	1,20	1,20	1,20
	e	e	z	∂	e	z	∂	e

Задача 2. (Темы 1–4). Для заданной статически определимой стержневой системы (фермы) (см. рисунок) необходимо:

1. По известной нагрузке P , действующей на сооружение, определить реакции опор и найти продольные силы N в трех стержнях — k , m , n фермы.

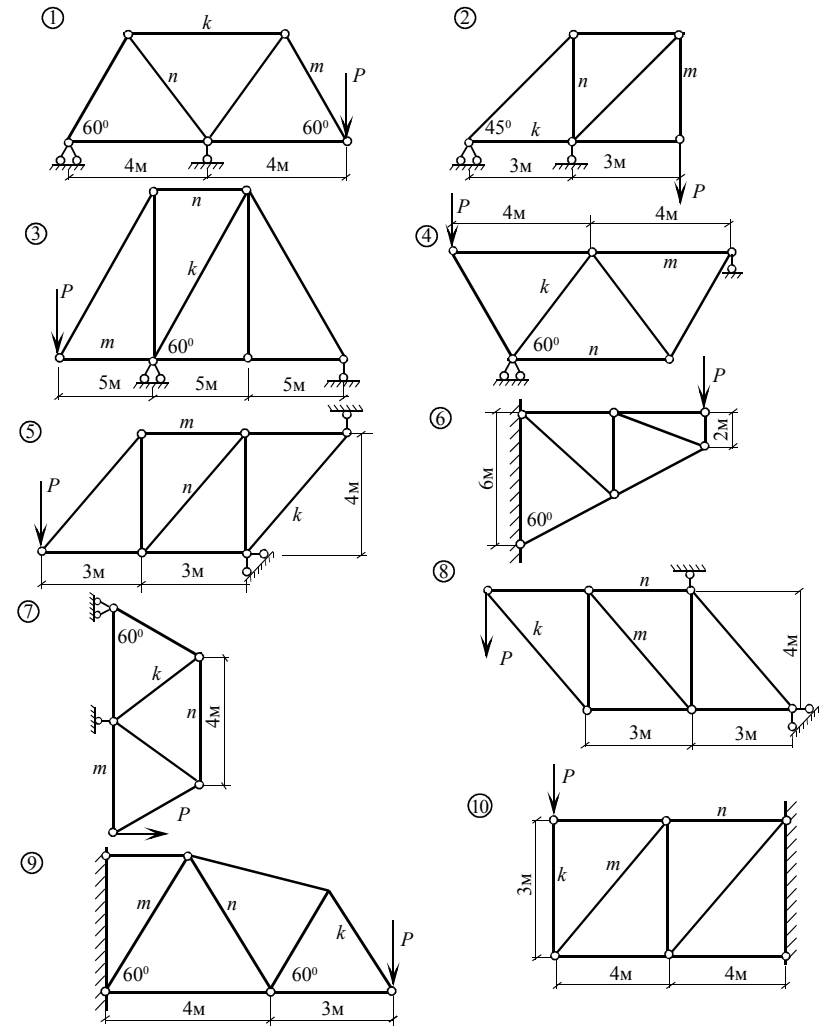
2. Пользуясь таблицами сортамента, подобрать по найденным продольным силам номера прокатных профилей для стержней k , m , n в соответствии с типом сечения по варианту. Принять $[\sigma] = 160$ МПа.

3. Для одного из тех же стержней (по выбору) подсчитать его удлинение, если $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Данные к задаче взять из таблицы.

(К задаче 2)

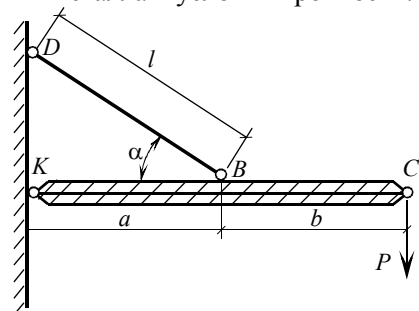
Номер строки	Номер схемы	P , кН	Тип сечения
1	1	500	Равнобокий уголок
2	2	600	Швеллер
3	3	700	Два швеллера
4	4	800	Неравнобокий уголок
5	5	900	Швеллер
6	6	1000	Равнобокий уголок
7	7	950	Два швеллера
8	8	900	Неравнобокий уголок
9	9	850	Швеллер
10	10	800	Два равнобоких уголка
	e	∂	z



Методические указания. Решение задачи надо начать с определения опорных реакций фермы по уравнениям равновесия для плоской системы сил. Для определения усилий в стрелках k , m , n рекомендуется так составлять уравнения равновесия, чтобы в каждое из них входило только по одному неизвестному усилию

(стержни выбраны так, что для одного из них наиболее эффективным приемом при определении усилия будет способ вырезания узлов, для другого — способ разрезов, для третьего — способ моментной точки). При подборе прокатного профиля разрешается вместо, например, одного уголка взять два, но обязательно одинаковых, соблюдая интересы экономии металла и условия прочности.

Задача 3. (Темы 1–4). Бесконечный жесткий стержень KC (см. рисунок), шарнирно закрепленный в точке K , поддерживается стальным наклонным стержнем DB длиной l , площадью поперечного сечения A . В точке C бруса приложена сила P («+» вниз, «-» вверх). Определить вертикальное перемещение точки C . Принять $R = 210$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.



(К задаче 3)

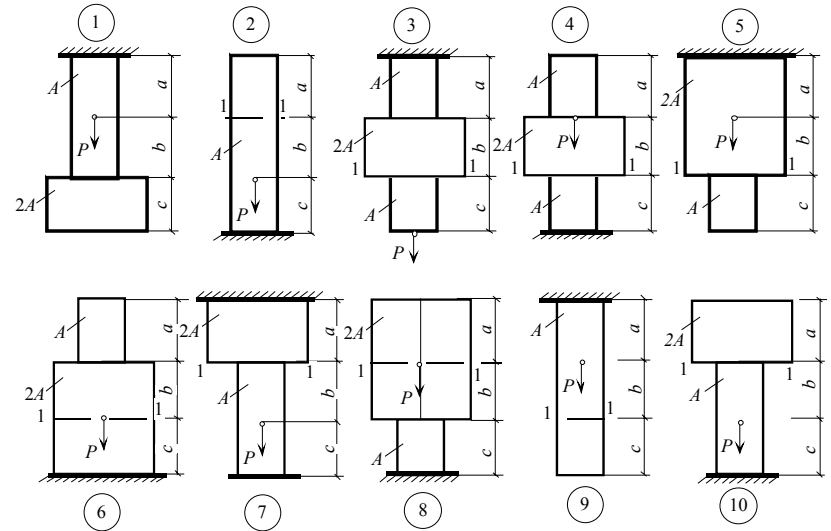
Номер строки	P , кН	α^0	a , м	b , м
1	+10	30	1,00	2,00
2	-12	45	1,25	1,75
3	+14	60	1,50	1,50
4	-16	30	1,75	1,25
5	+18	45	2,00	1,00
6	-20	60	1,75	1,25
7	+18	30	1,50	1,50
8	-16	45	1,25	1,75
9	+14	60	1,00	2,00
10	-12	30	0,75	0,75
	e	z	d	b

Методические указания. Находим длину l стержня DB , затем из условия равновесия ($\sum m_k = 0$) определяем величину продольной силы N_{DB} , после чего из условия прочности находим требуемую площадь поперечного сечения A стержня N_{DB} .

Далее следует изобразить схему возможной деформации конструкции, вычислить удлинение стержня DB (Δl_{DB}), после чего

нетрудно найти сначала вертикальное перемещение точки B , а затем перемещение точки C (из подобия).

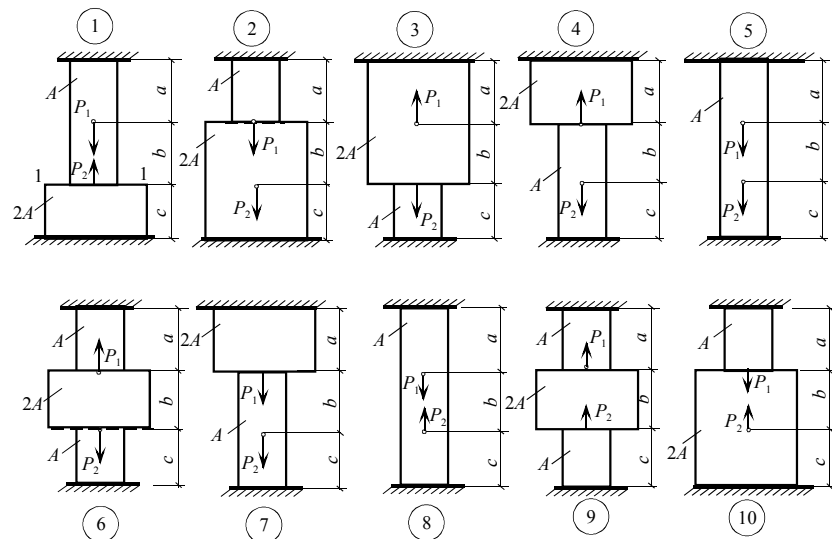
Задача 4. (Тема 5). Стальной стержень ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа) находится под действием силы P , направленной вдоль его оси (см. рисунок), и собственного веса ($\gamma = 78,5$ кН/м³). Построить эпюру продольных сил N по участкам и найти перемещение сечения I-I (с учетом собственного веса). Исходные данные взять из таблицы.



(К задаче 4)

Номер строки	Номер схемы	P , кН	A , см ²	a , м	b , м	c , м
1	1	2,00	100	2,00	2,00	1,30
2	2	2,20	110	2,20	2,50	1,60
3	3	2,40	120	2,40	2,70	1,70
4	4	2,60	130	2,60	3,00	1,80
5	5	2,80	140	2,80	3,10	2,00
6	6	3,00	150	3,00	3,40	2,10
7	7	3,20	160	3,20	3,60	2,20
8	8	3,40	170	3,40	2,90	2,30
9	9	3,60	180	3,60	2,60	1,90
0	10	3,80	190	3,80	2,40	1,50
	e	z	∂	e	z	∂

Задача 5. (Тема 6). Стальной стержень жестко зашпемлен обоими концами и нагружен двумя силами по оси. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений.

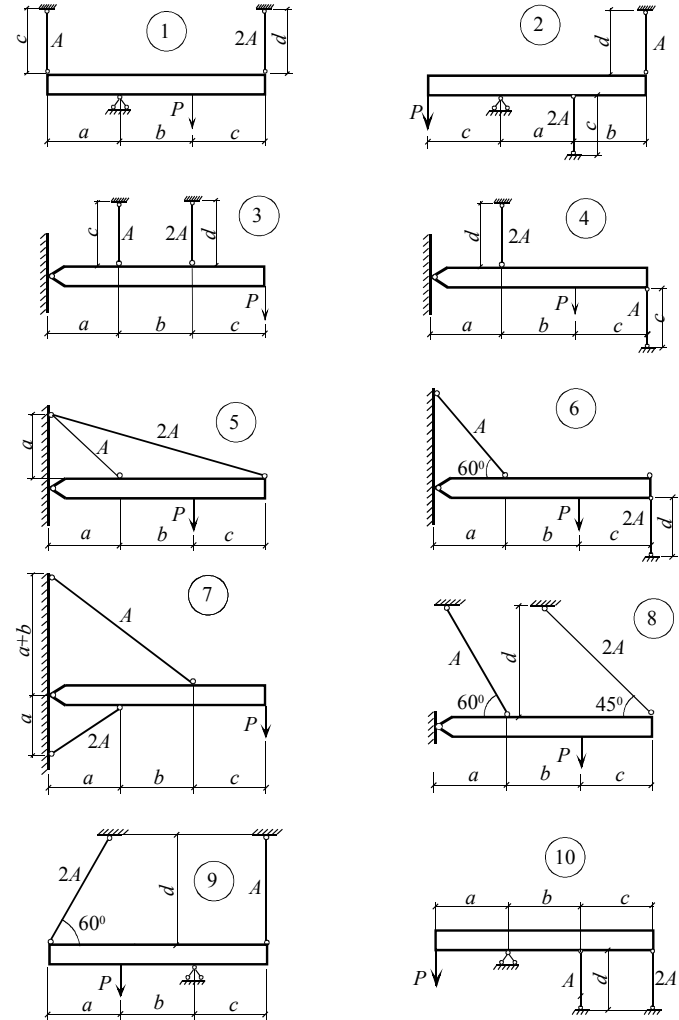


Исходные данные: см. рисунок, таблицу.

(К задаче 5)

Номер строки	Номер схемы	P_1 , кН	P_2 , кН	A , см ²	a , м	b , м	c , м
1	1	50	100	10	0,40	1,30	0,80
2	2	55	90	11	0,50	1,20	0,90
3	3	60	85	12	0,60	1,10	1,00
4	4	65	80	13	0,70	1,00	1,20
5	5	70	75	14	0,80	0,90	1,40
6	6	75	70	15	0,90	0,80	1,60
7	7	80	65	16	1,00	0,70	0,90
8	8	85	60	17	1,10	0,60	1,00
9	9	90	55	18	1,20	0,50	1,30
0	10	100	50	19	1,30	0,40	1,50
	e	z	d	e	z	d	e

Задача 6. (Тема 6). Конструкция в виде абсолютно жесткого (недеформируемого) стержня (см. рисунок), несущая на себе постоянную поперечную нагрузку P , прикреплена к основанию при помощи неподвижного шарнира и двух стальных ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа) стержней, закрепленных шарнирно. Исходные данные приведены в таблице.



Требуется определить предельную величину нагрузки на сооружение $P_{\text{доп}}$. Допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа.

(К задаче 6)

Номер строки	Номер схемы	$A, \text{см}^2$	$a, \text{м}$	$b, \text{м}$	$c, \text{м}$	$d, \text{см}$
1	1	11	3,10	2,10	1,10	1,10
2	2	12	3,20	2,20	1,20	1,20
3	3	13	3,30	2,30	1,30	1,30
4	4	14	3,40	2,40	1,40	1,40
5	5	15	3,50	2,50	1,50	1,50
6	6	16	3,60	2,60	1,60	1,60
7	7	17	3,70	2,70	1,70	1,70
8	8	18	3,80	2,80	1,80	1,80
9	9	19	3,90	2,90	1,90	1,90
0	10	20	4,00	3,00	2,00	2,00
	e	δ	z	z	δ	\bar{b}

Методические указания. Задача является один раз статически неопределимой, поэтому уравнение статики (сумма моментов относительно шарнира) следует дополнить уравнением деформаций, выражающим зависимость между удлинениями обеих стержней, и решить совместно оба уравнения.

Задача 7. (Тема 7).

А. Для элементарного кубика (см. рисунок), выполненного из стали ($\nu = 0,30$) и находящегося в плоском напряженном состоянии (одно из трех главных напряжений равно нулю), требуется:

1. Определить аналитически и проверить с помощью круга Мора величину главных напряжений и положение главных площадок.

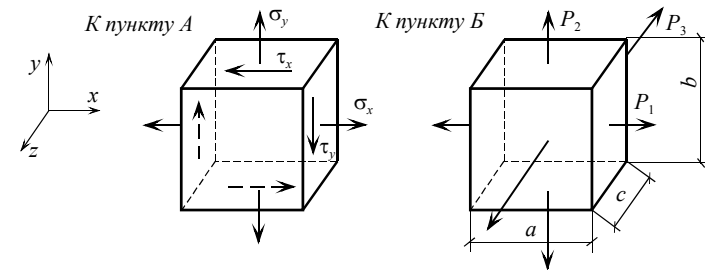
2. С помощью круга Мора найти величину экстремальных касательных напряжений и положение площадок наибольшего сдвига. Найти также величину нормальных напряжений на этих площадках.

3. Пользуясь выражением обобщенного закона Гука, вычислить относительные деформации ребер — $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$, параллельных соответствующим осям.

(К задаче 7)

К пункту А				К пункту Б						
Номер строки	σ_x , МПа	σ_y , МПа	τ_{xy} , МПа	Номер строки	P_1 , кН	P_2 , кН	P_3 , кН	a , см	b , см	c , см
1	10	-10	10	1	-25	25	-25	2,1	2,1	2,1
2	-20	20	-20	2	30	-30	30	2,2	2,2	2,2
3	30	-30	30	3	-35	35	-35	2,3	2,3	2,3
4	-40	40	-40	4	40	-40	40	2,4	2,4	2,4
5	50	-50	50	5	-45	45	-45	2,5	2,5	2,5
6	-60	60	-60	6	50	-50	50	2,6	2,6	2,6
7	70	-70	70	7	-55	55	-55	2,7	2,7	2,7
8	-80	80	-80	8	60	-60	60	2,8	2,8	2,8
9	90	-90	90	9	-65	65	-65	2,9	2,9	2,9
0	-100	100	-100	0	70	-70	70	3,0	3,0	3,0
	e	δ	z		e	δ	z	e	δ	z

Примечание. При наличии знака минус у какой-либо величины исходных данных нужно изменить направление этой величины на противоположное указанному на рисунке.

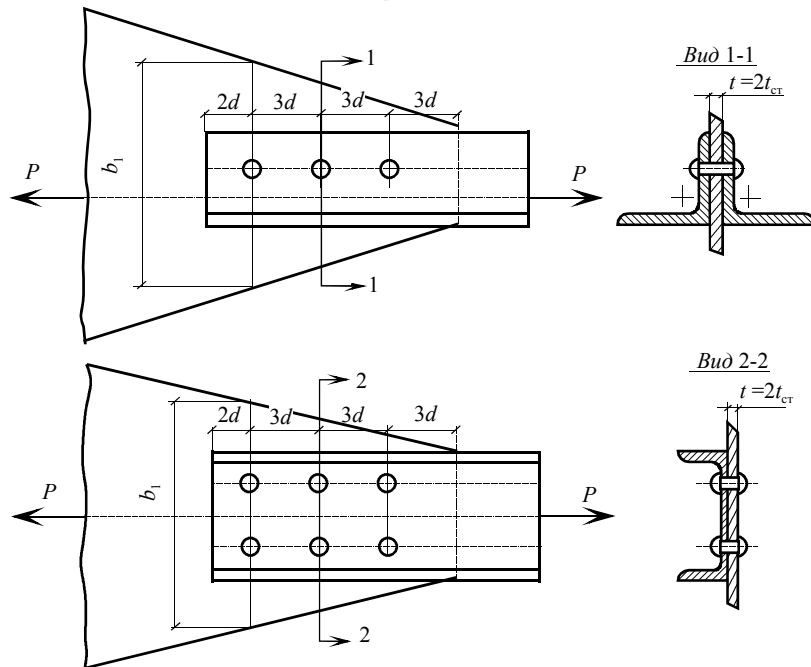


Б. Стальной параллелепипед ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0,25$), размеры a , b , c известны, находится под действием сил, создающих объемное напряженное состояние. Требуется:

1. Определить нормальные напряжения.
2. Вычислить абсолютные удлинения ребер параллелепипеда.
3. Вычислить полную потенциальную энергию тела.
4. Найти изменение объема параллелепипеда.
5. Вычислить экстремальные касательные напряжения τ_{\max} .

Методические указания к пункту Б. Для облегчения решения задачи целесообразно выделить из параллелепипеда единичный кубик (например, со стороной в 1 см) и найти главные напряжения в 1 см и найти главные напряжения по его граням, после чего нетрудно определить все искомые величины.

Задача 8. (Тема 8). Рассчитать прикрепление растянутого стрежня из прокатных профилей к фасонному листу (косынке) двумя способами: при помощи заклепок и на сварке. Данные к задаче взять из таблицы и рисунка, приняв $R = 210$ МПа; $R_{cp} = 150$ МПа; $R_{cm} = 300$ МПа; $R_{cp}^{CB} = 80$ МПа.



Номер строки	P , кН	Тип и число прокатных профилей
1	700	Один неравнобокий уголок
2	750	Два швеллера
3	800	Два равнобоких уголка
4	850	Один швеллер
5	900	Два неравнобоких уголка
6	950	Один неравнобокий уголок
7	1000	Два швеллера
8	1100	Два равнобоких уголка
9	1200	Два неравнобоких уголка
0	1300	Два швеллера
	e	d

Расчет заклепочного соединения

1. В соответствии с вариантом подобрать сечение из прокатных профилей, пользуясь таблицами ГОСТов (см. прил. 1). При предварительном подборе сечения пользоваться формулой (8.8), учитывающей ослабление сечения заклепочными отверстиями.

2. Диаметр заклепок d и размещение их по полкам уголков и стенке швеллеров принять согласно рекомендациям (таблица и рис. 8.3).

3. Определить необходимое число заклепок по срезу и смятию, толщину фасонного листа принять $t = 2t_{ст}$ ($t_{ст}$ — толщина стенки принятого профиля).

4. Построить эпюры N в стержне и фасонном листе.

5. Из условия прочности ослабленного сечения на растяжение определить ширину фасонного листа b_1 .

Расчет сварного соединения

1. Подбор прокатных профилей произвести заново, не учитывая ослабления сечения заклепочными отверстиями.

Принять толщину фасонного листа равной двум толщинам полки уголка или стенки швеллера, вычислить ее ширину b_1 на уровне крайнего левого торца прокатного профиля.

3. Соединение элементов на сварке запроектировать фланговыми швами с одинаковой высотой швов ($h_{ш} \leq t_{ст}$). Вычислить длину фланговых швов.

4. Вычертить на миллиметровке в масштабе 1:5 заклепочное и сварное соединения, указав все требуемые размеры в миллиметрах.

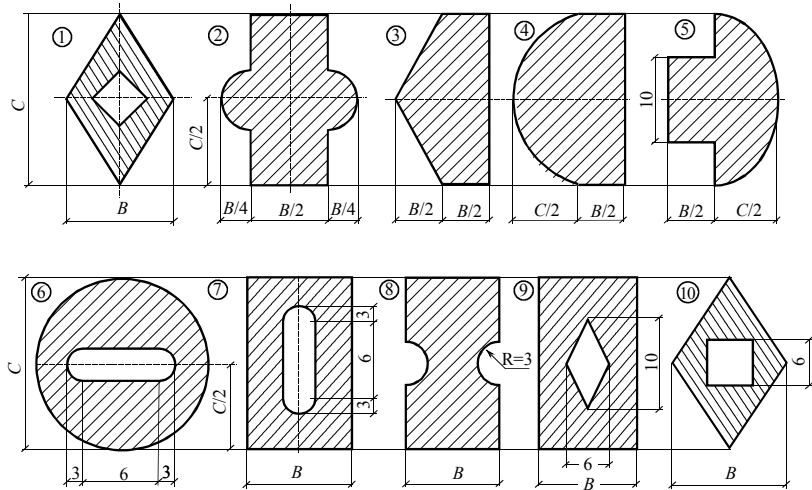
Замечание. При расчете длины швов у пера и обушка уголков необходимо учесть следующее:

1. Нагрузка P передается центрально (проходит через центр тяжести профиля).

2. Расстояние от центра тяжести до обушка — y_0 , до пера — $h - y_0$. Поэтому сначала надо определить силы, воспринимаемые швами (из условия равновесия), а затем — длину швов.

Задача 9. (Тема 9). Для плоских фигур (см. рисунок и таблицу) определить:

1. Общую площадь и центр тяжести сечения.
2. Величину осевых и центробежного моментов инерции относительно центральных осей z_0 и y_0 .
3. Вычертить в масштабе 1:2 и указать все размеры в см.

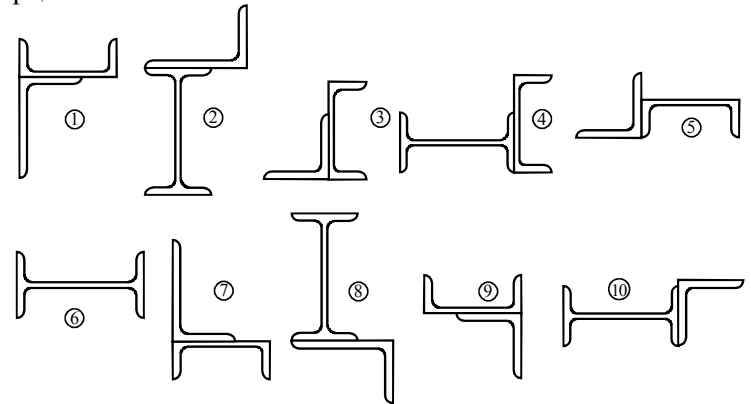


(К задаче 9)

Номер строки	Тип сечения	Размеры, см	
		C	B
1	1	24	10
2	2	22	12
3	3	20	14
4	4	18	16
5	5	16	18
6	6	14	20
7	7	16	18
8	8	18	16
9	9	20	14
10	10	22	12
	e	d	z

Задача 10. (Тема 9). Для плоских фигур (см. рисунок и таблицу) требуется определить:

1. Общую площадь и центр тяжести сечения.
2. Величину осевых и центробежного моментов инерции относительно центральных осей z_0 и y_0 .
3. Положение главных осей и величину главных моментов инерции.



Указание. Выписать из таблиц ГОСТов все необходимые размеры и моменты инерции для заданных профилей (согласно чертежу). Вычертить в масштабе заданное сечение, проведя через центр тяжести каждого профиля горизонтальную ось z и вертикальную — y .

(К задаче 10)

Номер строки	Тип сечения	Двутавры	Швеллеры	Уголки	Уголки нерав-
		ГОСТ 8239-89	ГОСТ 8240-89	равнополочные ГОСТ 8509-93	нополочные ГОСТ 8510-86
1	1	18	12	70x70 x5	90x56x6
2	2	18a	14	75 x75 x7	100x65x10
3	3	20	16	80 x80 x6	110x70x8
4	4	20a	18	90 x90 x8	125x80x10
5	5	22	20	100 x100 x10	140x90x8
6	6	22a	18	110 x110 x8	160x100x10
7	7	24	16	125 x125 x10	140x90x10
8	8	24a	14	140 x140 x10	125x80x7
9	9	27	12	100 x100 x16	110x70x6,5
10	10	27a	10	90 x90 x6	100x63x6
	<i>e</i>	<i>δ</i>	<i>z</i>	<i>в</i>	<i>б</i>

Задача 11. (Тема 10). Для стального вала, несущего на себе шкивы (см. рисунок и таблицу), требуется:

1. Определить крутящие моменты по мощности на шкивах (формула (10.3)).

2. Построить эпюру крутящих моментов $M_{кр}$.

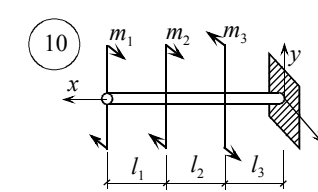
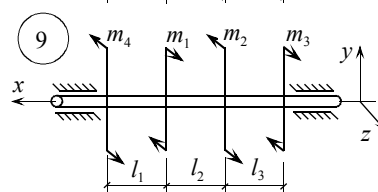
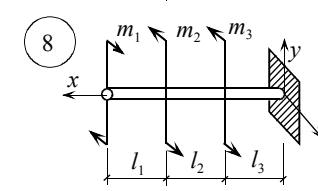
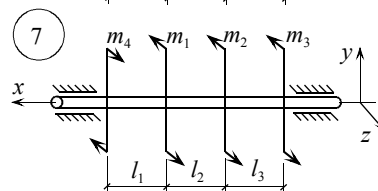
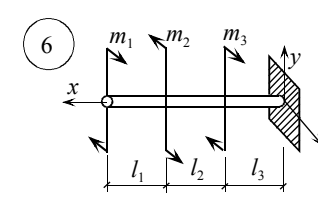
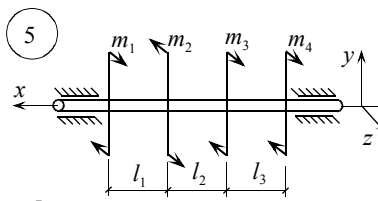
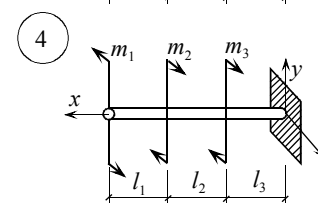
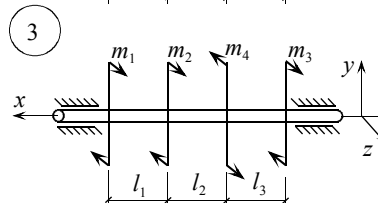
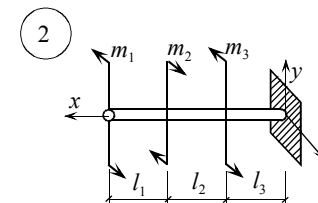
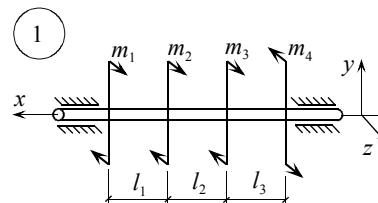
3. Определить диаметр вала D из условия прочности и жесткости.

4. Построить эпюру углов закручивания φ (приняв за начало отсчета правый конец вала) и эпюру относительных углов закручивания Θ . Принять $G = 8 \cdot 10^4$ кгс/см².

(К задаче 11)

Номер строки	Длина участка, м			Мощность на шкивах, кВт			Число n , об/мин	[τ], МПа	[Θ], град/ м
	l_1	l_2	l_3	N_1	N_2	N_3			
1	0,5	1,1	1,4	20	40	80	50	55	1,5
2	0,6	1,2	1,3	25	50	75	100	60	1,4
3	0,7	1,3	1,2	30	60	70	150	65	1,3
4	0,8	1,4	1,1	35	70	65	200	70	1,2
5	0,9	1,5	1,0	40	80	60	250	75	1,1
6	1,0	1,6	0,9	45	90	55	300	80	1,0
7	1,1	1,7	0,8	50	100	50	350	75	0,9
8	1,2	1,8	0,7	55	110	45	400	70	0,8
9	1,3	1,9	0,6	60	120	40	450	65	0,7
0	1,4	2,0	0,5	65	130	35	500	60	0,6
	<i>e</i>	<i>δ</i>	<i>z</i>	<i>e</i>	<i>б</i>	<i>z</i>	<i>e</i>	<i>δ</i>	<i>e</i>

Указание: В схемах 1, 3, 5, 7, 9 момент m_4 определить из условия равновесия вала.

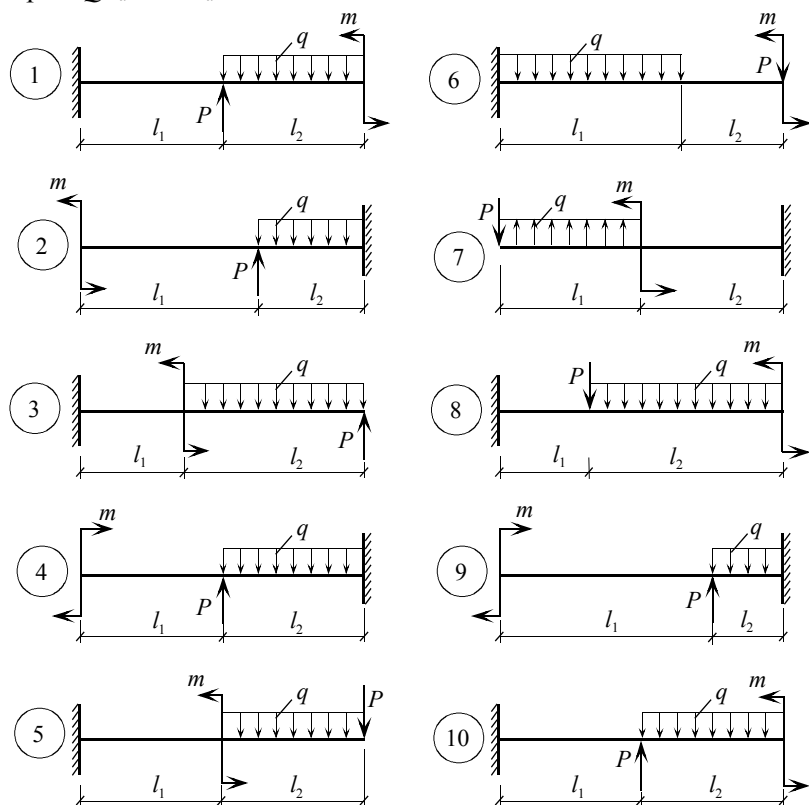


Задача 12. (Тема 11). Для балки-консоли (см. рисунок и таблицу) необходимо:

1. Построить эпюры Q и M с составлением аналитических выражений Q и M на каждом участке.

2. Подобрать поперечное сечение в виде прямоугольника с отношением сторон $h = 1,5b$ при расчетном сопротивлении для сосны $R = 10 \text{ МПа}$ (100 кгс/см^2).

3. Сделать проверку по касательным напряжениям при $R_{\text{ср}} = 2 \text{ МПа}$ (20 кгс/см^2). Построить эпюры σ и τ для сечений, в которых Q_{max} и M_{max} .



(К задачам 12 и 13)

Номер строки	Схема балок к задаче 12 и 13	Нагрузки			Длина участков	
		P , кН	m , кН·м	q , кН/м	l_1 , м	l_2 , м
1	1	2	14	2	1,0	3,0
2	2	-4	16	-4	1,2	2,8
3	3	6	-18	6	1,4	2,6
4	4	-8	20	-8	1,6	2,4
5	5	10	22	10	1,8	2,2
6	6	-12	-20	-12	2,0	2,0
7	7	14	18	-10	2,2	1,8
8	8	-16	-16	8	2,4	1,6
9	9	18	-14	6	2,6	1,4
0	10	-20	12	4	3,0	1,2
	e	∂	z		e	∂

Указание. Решение начинают с вычерчивания в масштабе схем балок. При наличии знака минус у нагрузки необходимо еще раз начертить схему балки с измененным направлением нагрузки.

Если требуется высота прямоугольного сечения более 30 см, то необходимо переходить на две или три балки одинакового размера, каждая из которых воспринимается $\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{3}$ величины Q_{\max} и M_{\max} .

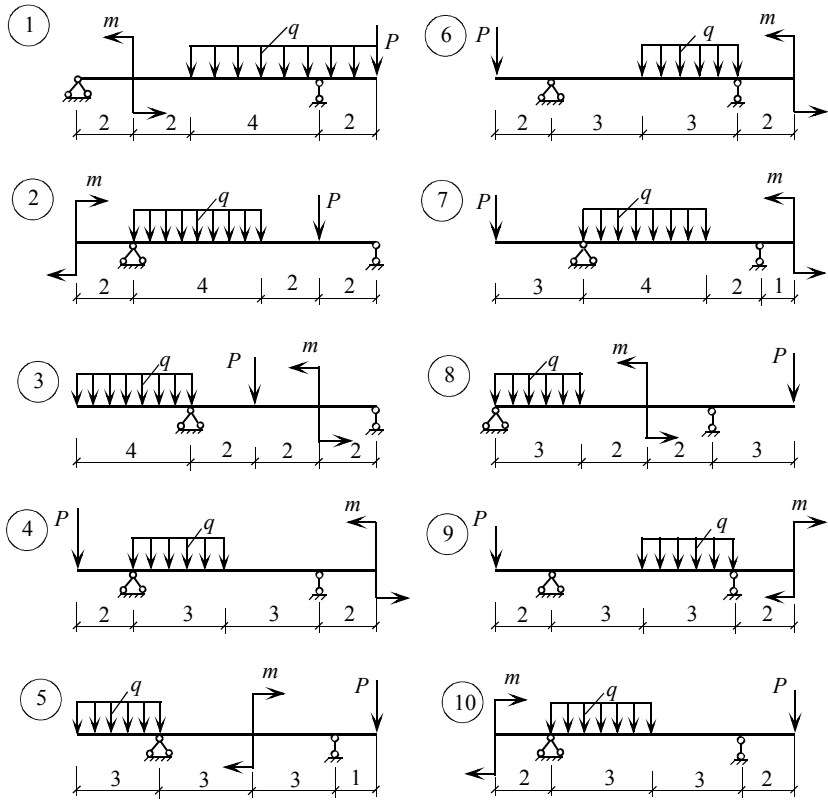
Задача 13. Для балки (см. рисунок и таблицу, приведенную в задаче 12) необходимо:

1. Все нагрузки, указанные в таблице, увеличить в 10 раз. Решение начинать с определения опорных реакций. Учесть указания к задаче 12.

2. Построить эпюры Q и M с составлением аналитических выражений Q и M на каждом участке.

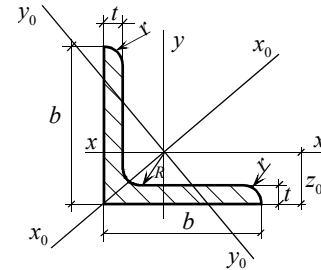
3. Подобрать двутавровое сечение, приняв $R = 210$ МПа (2100 кгс/см²), и сделать проверку по касательным напряжениям, если $R_{\text{ср}} = 100$ МПа (1000 кгс/см²).

Указание. Длина участков задана в метрах.



ПРИЛО

**Сортамент стального проката
Уголки стальные горячекатаные**



b – ширина полки;
 t – толщина полки;
 R – радиус внутреннего закругления;
 r – радиус закругления полкок.

Номер уголка	Размеры уголка, мм				Площадь поперечного сечения, см ²	Справочные	
	b	t	R	r		$x - x$	
						$J_x, \text{см}^4$	$i_x, \text{см}$
2	20	3	3,5	1,2	1,13	0,40	0,59
		4			1,46	0,50	0,58
2,5	25	3	3,5	1,2	1,43	0,81	0,75
		4			1,86	1,03	0,74
		5			2,27	1,22	0,73
2,8	28	3	4,0	1,3	1,62	1,16	0,85
3	30	3	4,0	1,3	1,74	1,45	0,91
		4			2,27	1,84	0,90
		5			2,78	2,20	0,89
3,2	32	3	4,5	1,5	1,86	1,77	0,97
		4			2,43	2,26	0,96
3,5	35	3	4,5	1,5	2,04	2,35	1,07
		4			2,67	3,01	1,06
		5			3,28	3,61	1,05
4	40	3	5,0	1,7	2,35	3,55	1,23
		4			3,08	4,58	1,22
		5			3,79	5,53	1,21
		6			4,48	6,41	1,20
4,5	45	3	5,0	1,7	2,65	5,13	1,39
		4			3,48	6,63	1,38
		5			4,29	8,03	1,37
		6			5,08	9,35	1,36
5	50	3	5,5	1,8	2,96	7,11	1,55
		4			3,89	9,21	1,54
		5			4,80	11,20	1,53
		6			5,69	13,07	1,52
		7			6,56	14,84	1,50
		8			7,41	16,51	1,49

ЖЕНИЯ

Приложение 1

(для учебных целей)

равнополочные. Сортамент (ГОСТ 8509-93)

Таблица П. 1.1

J — момент инерции;

i — радиус инерции;

z_0 — расстояние от центра тяжести до наружной грани полки;

J_{xy} — центробежный момент инерции (абс. величина).

величины для осей						Масса 1 м уголка, кг/м
$X_0 - X_0$		$Y_0 - Y_0$		$J_{xy},$ $см^4$	$z_0,$ $см$	
$J_{x_0 \max},$ $см^4$	$i_{x_0 \max},$ $см$	$J_{y_0 \min},$ $см^4$	$i_{y_0 \min},$ $см$			
0,63	0,75	0,17	0,39	0,23	0,60	0,89
0,78	0,73	0,22	0,38	0,28	0,64	1,15
1,29	0,95	0,34	0,49	0,47	0,73	1,12
1,62	0,93	0,44	0,48	0,59	0,76	1,46
1,91	0,92	0,53	0,48	0,69	0,80	1,78
1,84	1,07	0,48	0,55	0,68	0,80	1,27
2,30	1,15	0,60	0,59	0,85	0,85	1,36
2,92	1,13	0,77	0,58	1,08	0,89	1,78
3,47	1,12	0,94	0,58	1,27	0,93	2,18
2,80	1,23	0,74	0,63	1,03	0,89	1,46
3,58	1,21	0,94	0,62	1,32	0,94	1,91
3,72	1,35	0,97	0,69	1,37	0,97	1,60
4,76	1,33	1,25	0,68	1,75	1,01	2,10
5,71	1,32	1,52	0,68	2,10	1,05	2,58
5,63	1,55	1,47	0,79	2,08	1,09	1,85
7,26	1,53	1,90	0,78	2,68	1,3	2,42
8,75	1,52	2,30	0,78	3,22	1,17	2,98
10,13	1,50	2,70	0,78	3,72	1,21	3,52
8,13	1,75	2,12	0,89	3,00	1,21	2,08
10,52	1,74	2,74	0,89	3,89	1,26	2,73
12,74	1,72	3,33	0,88	4,71	1,30	3,37
14,80	1,71	3,90	0,88	5,45	1,34	3,90
11,27	1,95	2,95	1,00	4,16	1,33	2,32
14,63	1,94	3,80	0,99	5,42	1,38	3,05
17,77	1,92	4,63	0,98	6,57	1,42	3,77
20,72	1,91	5,43	0,98	7,65	1,46	4,47
23,47	1,89	6,21	0,97	8,63	1,50	5,15
26,03	1,87	6,98	0,97	9,52	1,53	5,82

Номер уголка	Размеры уголка, мм				Площадь поперечного сечения, см ²	Справочные	
	b	t	R	r		x – x	
						J _x , см ⁴	i _x , см
5,6	56	4	6,0	2,0	4,38	13,10	1,73
		5			5,41	15,97	1,72
6	60	4	7,0	2,3	4,72	16,21	1,85
		5			5,83	19,79	1,84
		6			6,92	23,21	1,83
		8			9,04	29,55	1,81
6,3	63	4	7,0	2,3	4,96	18,86	1,95
		5			6,13	23,10	1,94
7	70	6	8,0	2,7	7,28	27,06	1,93
		4,5			6,20	29,04	2,16
7,5	75	5	9,0	3,0	6,86	31,94	2,16
		6			8,15	37,58	2,15
		7			9,42	42,98	2,14
		8			10,67	48,16	2,12
		10			13,11	57,90	2,10
8	80	5	9,0	3,0	7,39	39,53	2,31
		6			8,78	46,57	2,30
		7			10,15	53,34	2,29
		8			11,50	59,84	2,28
9	90	9	10,0	3,3	13,83	66,10	2,27
		5,5			8,63	52,68	2,47
		6			9,38	56,97	2,47
		7			10,85	65,31	2,45
		8			12,30	73,36	2,44
10	100	10	12,0	4,0	15,14	88,58	2,42
		12			17,90	102,74	2,40
		6			10,61	82,10	2,78
		7			12,28	94,30	2,77
		8			13,93	106,11	2,76
		9			15,60	118,00	2,75
11	110	10	12,0	4,0	17,17	128,60	2,74
		12			20,33	149,67	2,71
		6,5			12,82	122,10	3,09
		7			13,75	130,59	3,08
		8			15,60	147,19	3,07
		10			19,24	178,95	3,05
		12			22,80	208,90	3,03
14	26,28	237,15	3,00				
15	27,99	250,68	2,99				
16	29,68	263,82	2,98				
11	110	7	12,0	4,0	15,15	175,61	3,40

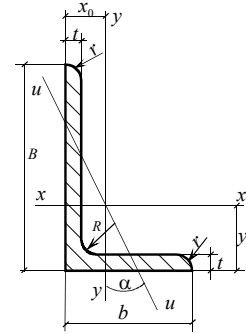
Продолжение табл. П. 1.1

величины для осей						Масса 1 м уголка, кг/м
$X_0 - X_0$		$Y_0 - Y_0$		J_{xy}, CM^4	Z_0, CM	
$J_{x_0 \max}, \text{CM}^4$	$i_{x_0 \max}, \text{CM}$	$J_{y_0 \min}, \text{CM}^4$	$i_{y_0 \min}, \text{CM}$			
20,79	2,18	5,41	1,11	7,69	1,52	3,44
25,36	2,16	6,59	1,10	9,41	1,57	4,25
25,69	2,33	6,72	1,19	9,48	1,62	3,71
31,40	2,32	8,18	1,18	11,61	1,66	4,58
36,81	2,31	9,60	1,18	13,60	1,70	5,43
46,77	2,27	12,34	1,17	17,22	1,78	7,10
55,64	2,24	15,00	1,16	20,32	1,85	8,70
29,90	2,45	7,81	1,25	11,00	1,69	3,90
36,80	2,44	9,52	1,25	13,70	1,74	4,81
42,91	2,43	11,18	1,24	15,90	1,78	5,72
46,03	2,72	12,04	1,39	17,00	1,88	4,87
50,67	2,72	13,22	1,39	18,70	1,90	5,38
59,64	2,71	15,52	1,38	22,10	1,94	6,39
68,19	2,69	17,77	1,37	25,20	1,99	7,39
76,35	2,68	19,97	1,37	28,20	2,02	8,37
91,52	2,64	24,27	1,36	33,60	2,10	10,29
62,65	2,91	16,41	1,49	23,10	2,02	5,80
73,87	2,90	19,28	1,48	27,30	2,06	6,89
84,61	2,89	22,07	1,48	31,20	2,10	7,96
94,89	2,87	24,80	1,47	35,00	2,15	9,02
104,72	2,86	27,48	1,46	38,60	2,18	10,07
83,56	3,11	21,80	1,59	30,90	2,17	6,78
90,40	3,11	23,54	1,58	33,40	2,19	7,36
103,66	3,09	26,97	1,58	38,30	2,23	8,51
116,39	3,08	30,32	1,57	43,00	2,27	9,65
140,31	3,04	36,85	1,56	56,70	2,35	11,88
162,27	3,01	43,21	1,55	59,50	2,42	14,05
130,00	3,50	33,97	1,79	48,10	2,43	8,33
149,67	3,49	38,94	1,78	55,40	2,47	9,64
168,42	3,48	43,80	1,77	62,30	2,51	10,93
186,00	3,46	48,60	1,77	68,00	2,55	12,20
203,93	3,45	53,27	1,76	75,30	2,59	13,48
235,88	3,41	62,40	1,75	86,20	2,67	15,96
193,46	3,89	50,73	1,99	71,40	2,68	10,06
207,01	3,88	54,16	1,98	76,40	2,71	10,79
233,46	3,87	60,92	1,98	86,30	2,75	12,25
283,83	3,84	74,08	1,96	110,00	2,83	15,10
330,95	3,81	86,87	1,95	122,00	2,91	17,90
374,98	3,78	99,32	1,94	138,00	2,99	20,63
395,87	3,76	105,48	1,94	145,00	3,03	21,97
416,04	3,74	111,61	1,94	152,00	3,05	23,30
278,54	4,29	72,68	2,19	106,00	2,96	11,87

Номер уголка	Размеры уголка, мм				Площадь поперечного сечения, см ²	Справочные	
	b	t	R	r		x – x	
						J _x , см ⁴	i _x , см
12	120	8	14,0	4,5	17,20	198,17	3,39
		8			18,80	259,75	3,72
		10			23,24	317,16	3,69
		12			27,60	371,80	3,67
		15			33,89	448,90	3,63
12,5	125	8	14,0	4,6	19,69	294,36	3,87
		9			22,00	327,48	3,86
		10			24,33	359,82	3,85
		12			28,89	422,23	3,82
		14			33,37	481,76	3,80
		16			37,77	538,56	3,78
14	140	9	14,0	4,6	24,72	465,72	4,34
		10			27,33	512,29	4,33
		12			32,49	602,49	4,31
15	150	10	14,0	4,6	29,33	634,76	4,65
		12			34,89	747,48	4,63
		15			43,08	908,38	4,59
		18			51,09	1060,08	4,56
16	160	10	16,0	5,3	31,43	774,24	4,96
		11			34,42	844,21	4,95
		12			37,39	912,89	4,94
		14			43,57	1046,47	4,92
		16			49,07	1175,19	4,89
		18			54,79	1290,24	4,87
18	180	20	16,0	5,3	60,40	1418,85	4,85
		11			38,80	1216,44	5,60
		12			42,19	1316,62	5,59
		15			52,18	1607,36	5,55
		18			61,99	1884,07	5,51
20	200	20	18,0	6,0	68,43	2061,11	5,49
		12			47,10	1822,78	6,22
		13			50,85	1960,77	6,21
		14			54,60	2097,00	6,20
		16			61,98	2362,57	6,17
		18			69,30	2620,64	6,15
		20			76,54	2871,47	6,12
		24			90,78	3350,66	6,08
		25			94,29	3466,21	6,06
		30			111,54	4019,60	6,00
22	220	14	21,0	7,0	60,38	2814,36	6,83
		16			68,58	3175,44	6,80
25	250	16	24,0	8,0	78,40	4717,10	7,76
		18			87,72	5247,24	7,73
		20			96,96	5764,87	7,71
		22			106,12	6270,32	7,69
		25			119,71	7006,39	7,65
		28			133,12	7716,86	7,61
		30			141,96	8176,51	7,59

Продолжение табл. П. 1.1

величины для осей							Масса 1 м уголка, кг/м
$X_0 - X_0$		$Y_0 - Y_0$		J_{xy}, CM^4	z_0, CM		
$J_{x_0 \max}, \text{CM}^4$	$i_{x_0 \max}, \text{CM}$	$J_{y_0 \min}, \text{CM}^4$	$i_{y_0 \min}, \text{CM}$				
314,51	4,28	81,83	2,18	116,00	3,00	13,50	
412,45	4,68	107,04	2,39	153,00	3,25	14,76	
503,79	4,66	130,54	2,37	187,00	3,33	18,24	
590,28	4,62	153,33	2,36	218,00	3,41	21,67	
711,32	4,57	186,48	2,34	262,00	3,53	26,68	
466,76	4,87	121,96	2,49	172,00	3,36	15,46	
520,00	4,86	135,88	2,48	192,00	3,40	17,30	
571,04	4,84	148,59	2,47	211,00	3,45	19,10	
670,02	4,82	174,43	2,46	248,00	3,53	22,68	
763,90	4,78	199,62	2,45	282,00	3,61	26,20	
852,84	4,75	224,29	2,44	315,00	3,68	29,65	
739,42	5,47	192,03	2,79	274,00	3,78	19,41	
813,62	5,46	210,96	2,78	301,00	3,82	21,45	
956,98	5,43	248,01	2,76	354,00	3,90	25,50	
1008,56	5,86	260,97	2,98	374,00	4,07	23,02	
1187,86	5,83	307,09	2,97	440,00	4,15	27,39	
1442,60	5,79	374,17	2,95	534,00	4,27	33,82	
1680,92	5,74	439,24	2,93	621,00	4,38	40,11	
1229,10	6,25	319,38	3,19	455,00	4,30	24,67	
1340,66	6,24	347,77	3,18	496,00	4,35	27,02	
1450,00	6,23	375,78	3,17	537,00	4,39	29,35	
1662,13	6,20	430,81	3,16	615,00	4,47	33,97	
1865,73	6,17	484,64	3,14	690,00	4,55	38,52	
2061,03	6,13	537,46	3,13	771,00	4,63	43,01	
2248,26	6,10	589,43	3,12	830,00	4,70	47,44	
1933,10	7,06	499,78	3,59	716,00	4,85	30,47	
2092,78	7,04	540,45	3,58	776,00	4,89	33,12	
2554,99	7,00	659,73	3,56	948,00	5,01	40,96	
2992,69	6,95	775,44	3,54	1108,00	5,13	48,66	
3271,31	6,91	850,92	3,53	1210,00	5,20	53,72	
2896,16	7,84	749,40	3,99	1073,00	5,37	36,97	
3116,18	7,83	805,35	3,98	1156,00	5,42	39,92	
3333,00	7,81	861,60	3,97	1236,00	5,46	42,80	
3755,39	7,78	969,74	3,96	1393,00	5,54	48,65	
4164,54	7,75	1076,74	3,94	1544,00	5,62	54,40	
4560,42	7,72	1181,92	3,93	1689,00	5,70	60,08	
5313,59	7,65	1387,73	3,91	1963,00	5,85	71,26	
5494,04	7,63	1438,38	3,91	2028,00	5,89	74,02	
6351,05	7,55	1698,16	3,89	2332,00	6,07	87,56	
4470,15	8,60	1158,56	4,38	1655,00	5,91	47,40	
5045,37	8,58	1305,02	4,36	1862,00	6,02	53,83	
7492,10	9,78	1942,09	4,98	2775,00	6,75	61,55	
8336,69	9,75	2157,78	4,96	3089,00	6,83	68,86	
9159,73	9,72	2370,01	4,94	3395,00	6,91	76,11	
9961,60	9,69	2579,04	4,93	3691,00	7,00	83,31	
11125,52	9,64	2887,26	4,91	4119,00	7,11	93,97	
12243,84	9,59	3189,89	4,90	4527,00	7,23	104,50	
12964,66	9,56	3388,98	4,89	4788,00	7,31	111,44	



Уголки стальные горячекатаные

B – ширина большей полки;

b – ширина меньшей полки;

t – толщина полки;

R – радиус внутреннего закругления;

r – радиус закругления полки.

Номер уголка	Размеры уголка, мм					Площадь поперечного сечения, см ²	Справочные	
	B	b	t	R	r		$x - x$	
							J_x , см ⁴	i_x , см
2,5/1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,70	0,78
			4			1,43	1,27	0,94
3/2	30	20	3	3,5	1,2	1,86	1,61	0,93
			4			1,49	1,52	1,01
3,2/2	32	20	3	3,5	1,2	1,94	1,93	1,00
			4			1,89	3,06	1,27
4/2,5	40	25	4	4,0	1,3	2,47	3,93	1,26
			5			3,03	4,73	1,25
4/3	40	30	4	4,0	1,3	2,67	4,18	1,25
			5			3,28	5,04	1,24
4,5/2,8	45	28	3	5,0	1,7	2,14	4,41	1,43
			4			2,80	5,68	1,42
5/3,2	50	32	3	5,5	1,8	2,42	6,18	1,60
			4			3,17	7,98	1,59
5,6/3,6	56	36	4	6,0	2,0	3,58	11,37	1,78
			5			4,41	13,82	1,77
6,3/4,0	63	40	4	7,0	2,3	4,04	16,33	2,01
			5			4,98	19,91	2,00
6,5/5	65	50	6	6,0	2,0	5,90	23,31	1,99
			7			7,62	31,32	2,03
7/4,5	70	45	8	7,5	2,5	8,62	35,00	2,02
			5			5,59	27,76	2,23
7,5/5	75	50	5	8,0	2,7	6,11	34,81	2,39
			6			7,25	40,92	2,38
			7			8,37	46,77	2,36
			8			9,47	52,38	2,35

неравнополочные

Сортамент (ГОСТ 8510-86)

Таблица П. 1.2

J — момент инерции;

i — радиус инерции;

x_0, y_0 — расстояние от центра тяжести до наружных граней полок;

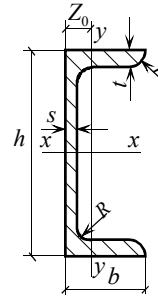
J_{xy} — центробежный момент инерции (абс. величина).

величины для осей						Угол на- клона оси $\text{tg } \alpha$	Масса 1 м уголка, кг/м	
$y - y$		$u - u$		$x_0,$ см	$y_0,$ см			$J_{xy},$ см ⁴
$I_y,$ см ⁴	$i_y,$ см	$J_{u \text{ мин}},$ см ⁴	$i_u,$ см					
0,22	0,44	0,13	0,34	0,42	0,86	0,22	0,392	0,91
0,45	0,56	0,26	0,43	0,51	1,00	0,43	0,427	1,12
0,56	0,55	0,34	0,43	0,54	1,04	0,54	0,421	1,46
0,46	0,55	0,28	0,43	0,49	1,08	0,47	0,382	1,17
0,57	0,54	0,35	0,43	0,53	1,12	0,59	0,374	1,52
0,93	0,70	0,56	0,54	0,59	1,32	0,96	0,385	1,48
1,18	0,69	0,71	0,54	0,63	1,37	1,22	0,381	1,94
1,41	0,68	0,86	0,53	0,66	1,41	1,44	0,374	2,38
2,01	0,87	1,09	0,64	0,78	1,28	1,68	0,544	2,09
2,41	0,86	1,33	0,64	0,82	1,32	2,00	0,539	2,57
1,32	0,79	0,79	0,61	0,64	1,47	1,38	0,382	1,68
1,69	0,78	1,02	0,60	0,68	1,51	1,77	0,379	2,20
1,99	0,91	1,18	0,70	0,72	1,60	2,01	0,403	1,90
2,56	0,90	1,52	0,69	0,76	1,65	2,59	0,401	2,49
3,70	1,02	2,19	0,78	0,84	1,82	3,74	0,406	2,81
4,48	1,01	2,65	0,78	0,88	1,87	4,50	0,404	3,46
5,16	1,13	3,07	0,87	0,91	2,03	5,25	0,397	3,17
6,26	1,12	3,73	0,86	0,95	2,08	6,41	0,396	3,91
7,29	1,11	4,36	0,86	0,99	2,12	7,44	0,393	4,63
9,15	1,09	5,58	0,85	1,07	2,20	9,27	0,386	6,03
12,08	1,47	6,41	1,07	1,26	2,00	9,77	0,576	4,36
14,12	1,46	7,52	1,07	1,30	2,04	11,46	0,575	5,18
16,05	1,45	8,60	1,06	1,34	2,08	12,94	0,571	5,98
18,88	1,44	9,65	1,06	1,37	2,12	13,61	0,570	6,77
9,05	1,27	5,34	0,98	1,05	2,28	9,12	0,406	4,39
12,47	1,43	7,24	1,09	1,17	2,39	12,00	0,436	4,79
14,60	1,42	8,48	1,08	1,21	2,44	14,10	0,435	5,69
16,61	1,41	9,69	1,08	1,25	2,48	16,18	0,435	6,57
18,52	1,40	10,87	1,07	1,29	2,52	17,80	0,430	7,43

Номер уголка	Размеры уголка, мм					Площадь поперечного сечения, см ²	Справочные	
	B	b	t	R	r		x – x	
							J _x , см ⁴	i _x , см
8/5	80	50	5	8,0	2,8	6,3	41,64	2,56
			6			7,55	48,98	2,55
8/6	80	60	6	8,0	2,9	8,15	52,06	2,53
			7			9,42	59,61	2,52
			8			10,67	66,88	2,50
9/5,6	90	56	5,5	9,0	3,0	7,86	65,28	2,88
			6			8,54	70,58	2,88
			8			11,18	90,87	2,85
10/6,3	100	63	6	10,0	3,3	9,58	98,29	3,20
			7			11,09	112,86	3,19
			8			12,57	126,96	3,18
			10			15,47	153,83	3,15
10/6,5	100	65	7	10,0	3,4	11,23	114,05	3,19
			8			12,73	138,31	3,18
			10			15,67	155,52	3,15
11/7	110	70	6,5	10,0	3,5	11,45	142,42	3,53
			8			13,93	171,54	3,51
12,5/8	125	80	7	11,0	3,7	14,06	226,53	4,01
			8			15,98	255,62	4,00
			10			19,70	311,61	3,98
			12			23,36	364,79	3,95
14/9	140	90	8	12,0	4,0	18,00	363,68	4,49
			10			22,24	444,65	4,47
16/10	160	100	9	13,0	4,3	22,87	605,97	5,15
			10			25,28	666,59	5,13
			12			30,04	784,22	5,11
			14			34,72	897,19	5,08
18/11	180	110	10	14,0	4,7	28,33	952,28	5,80
			12			33,69	1122,56	5,77
20/12,5	200	125	11	15,0	5,0	34,87	1449,02	6,45
			12			37,89	1568,19	6,43
			14			43,87	1800,83	6,41
			16			49,77	2026,08	6,38

Продолжение табл. П. 1.2

величины для осей							Угол наклона оси $\text{tg } \alpha$	Масса 1 м уголка, кг/м
$y - y$		$u - u$		x_0 , см	y_0 , см	J_{xy} , см ⁴		
I_y , см ⁴	i_y , см	$J_{u \text{ min}}$, см ⁴	i_u , см					
12,68	1,41	7,57	1,09	1,13	2,60	13,20	0,387	4,99
14,85	1,40	8,88	1,08	1,17	2,65	15,50	0,386	5,92
25,18	1,76	13,61	1,29	1,49	2,47	20,98	0,547	6,39
28,74	1,75	15,58	1,29	1,53	2,52	24,01	0,546	7,39
32,15	1,74	17,49	1,28	1,57	2,56	26,83	0,544	8,37
19,67	1,58	11,77	1,22	1,2	2,92	20,54	0,384	6,17
21,22	1,58	12,70	1,22	1,28	2,95	22,23	0,384	6,70
27,08	1,56	16,29	1,21	1,36	3,04	28,33	0,380	8,77
30,58	1,79	18,20	1,38	1,42	3,23	31,50	0,393	7,53
34,99	1,78	20,83	1,37	1,46	3,28	36,10	0,392	8,70
39,21	1,77	23,38	1,36	1,50	3,32	40,50	0,391	9,87
47,18	1,75	28,34	1,35	1,58	3,40	48,60	0,387	12,14
38,32	1,85	22,77	1,41	1,52	3,24	38,00	0,415	8,81
42,96	1,84	25,24	1,41	1,56	3,28	42,64	0,414	9,99
51,68	1,82	30,60	1,40	1,64	3,37	51,18	0,410	12,30
45,61	2,00	26,94	1,53	1,58	3,55	46,80	0,402	8,98
54,64	1,98	32,31	1,52	1,64	3,61	55,90	0,400	10,93
73,73	2,29	43,40	1,76	1,80	4,01	74,70	0,407	11,04
80,95	2,28	48,82	1,75	1,84	4,04	84,10	0,406	12,54
100,47	2,26	59,33	1,74	1,92	4,14	102,00	0,404	15,47
116,84	2,24	69,47	1,72	2,00	4,22	118,00	0,400	18,34
119,79	2,58	70,47	1,98	2,03	4,49	121,00	0,411	14,13
145,54	2,56	85,51	1,96	2,12	4,58	147,00	0,409	17,46
186,03	2,85	110,40	2,20	2,24	5,19	194,00	0,391	17,95
204,09	2,84	121,16	2,19	2,28	5,23	213,00	0,390	19,85
238,75	2,82	142,14	2,18	2,36	5,32	249,00	0,388	23,58
271,60	2,80	162,49	2,16	2,43	5,40	282,00	0,385	27,26
276,37	3,12	165,44	2,42	2,44	5,88	295,00	0,376	22,24
324,09	3,10	194,28	2,40	2,52	5,97	348,00	0,374	26,45
446,36	3,58	263,84	2,75	2,79	6,50	465,00	0,392	27,37
481,93	3,57	285,04	2,74	2,83	6,54	503,00	0,392	29,74
550,77	3,54	326,54	2,73	2,91	6,62	575,00	0,390	34,43
616,66	3,52	365,99	2,72	2,99	6,71	643,00	0,388	39,07



Сталь горячекатаная. Швеллеры.

h — высота;
 b — ширина полки;
 s — толщина стенки;
 t — толщина полки;
 R — радиус внутреннего закругления;
 r — радиус закругления полки

Номер швеллера	Размеры швеллера, мм						Площадь сечения, см ²	Масса 1 м, кг
	h	b	s	t	R	r		
5	50	32	4,4	7,0	6,0	3,5	6,16	4,84
6,5	65	36	4,4	7,2	6,0	3,5	7,51	5,90
8	80	40	4,5	7,4	6,5	3,5	8,98	7,05
10	100	46	4,5	7,6	7,0	4,0	10,90	8,59
12	120	52	4,8	7,8	7,5	4,5	13,30	10,40
14	140	58	4,9	8,1	8,0	4,5	15,60	12,30
14a	140	62	4,9	8,7	8,0	4,5	17,00	13,30
16	160	64	5,0	8,4	8,5	5,0	18,10	14,20
16a	160	68	5,0	9,0	8,5	5,0	19,50	15,30
18	180	70	5,1	8,7	9,0	5,0	20,70	16,30
18a	180	74	5,1	9,3	9,0	5,0	22,20	17,40
20	200	76	5,2	9,0	9,5	5,5	23,40	18,40
20a	200	80	5,2	9,7	9,5	5,5	25,20	19,80
22	220	82	5,4	9,5	10,0	6,0	26,70	21,00
22a	220	87	5,4	10,2	10,0	6,0	28,80	22,60
24	240	90	5,6	10,0	10,5	6,0	30,60	24,00
24a	240	95	5,6	10,7	10,5	6,0	32,90	25,80
27	270	95	6,0	10,5	11,0	6,5	35,20	27,70
30	300	100	6,5	11,0	12,0	7,0	40,50	31,80
33	330	105	7,0	11,7	13,0	7,5	46,50	36,50
36	360	110	7,5	12,6	14,0	8,5	53,40	41,90
40	400	115	8,0	13,5	15,0	9,0	61,50	48,30

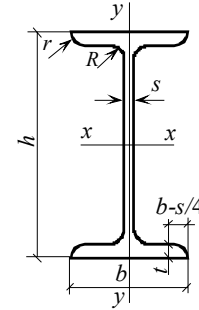
Сортамент (ГОСТ 8240-89)

Швеллеры с параллельными гранями полок

Таблица П. 1.3

J — момент инерции;
 W — момент сопротивления;
 i — радиус инерции;
 S_x — статический момент полусечения;
 Z_0 — расстояние от оси y — y до наружной грани стенки

Справочные величины для осей							Z_0 , см
$x - x$				$y - y$			
J_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	J_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	
22,8	9,14	1,92	5,61	5,95	2,99	0,983	1,21
48,8	15,00	2,55	9,02	9,35	4,06	1,120	1,29
89,8	22,50	3,16	13,30	13,90	5,31	1,240	1,38
175,0	34,90	3,99	20,50	22,60	7,37	1,440	1,53
305,0	50,80	4,79	29,70	34,90	9,84	1,620	1,66
493,0	70,40	5,61	40,90	51,50	12,90	1,810	1,82
547,0	78,20	5,68	45,20	65,20	15,70	1,960	2,04
750,0	93,80	6,44	54,30	72,80	16,40	2,000	1,97
827,0	103,00	6,51	59,50	90,50	19,60	2,150	2,19
1090,0	121,00	7,26	70,00	100,00	20,60	2,200	2,14
1200,0	133,00	7,34	76,30	123,00	24,30	2,350	2,36
1530,0	153,00	8,08	88,00	134,00	25,20	2,390	2,30
1680,0	168,00	8,17	96,20	162,00	29,70	2,540	2,53
2120,0	193,00	8,90	111,00	178,00	31,00	2,580	2,47
2340,0	212,00	9,01	121,00	220,00	37,00	2,770	2,75
2910,0	243,00	9,75	139,00	248,00	39,50	2,850	2,72
3200,0	266,00	9,86	152,00	302,00	46,50	3,030	3,01
4180,0	310,00	10,90	178,00	314,00	46,70	2,990	2,78
5830,0	389,00	12,00	224,00	393,00	54,80	3,120	2,83
8010,0	486,00	13,10	281,00	491,00	64,60	3,250	2,90
10850,0	603,00	14,30	350,00	611,00	76,30	3,380	2,99
15260,0	763,00	15,80	445,00	760,00	89,90	3,510	3,05



Сталь горячекатаная. Балки двутавровые

h — высота балки;
 b — ширина полки;
 s — толщина стенки;
 t — средняя толщина полки;
 R — радиус внутреннего закругления;
 r — радиус закругления полки.

Номер балки	Размеры балки, мм						Площадь сечения, см ²
	h	b	s	t	R	r	
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4
18a	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8
20a	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6
22a	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8
24a	240	125	5,6	9,8	10,5	4,0	37,5
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2
27a	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5
30a	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0

Сортамент (ГОСТ 8239-89)

Таблица П. 1.4

J — момент инерции;
 W — момент сопротивления;
 i — радиус инерции;
 S_x — статический момент полусечения.

Масса 1 м, кг/м	Справочные величины для осей						
	x — x				y — y		
	$J_x, \text{см}^4$	$W_x, \text{см}^3$	$i_x, \text{см}$	$S_x, \text{см}^3$	$J_y, \text{см}^4$	$W_y, \text{см}^3$	$i_y, \text{см}$
9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
19,90	1430	159,0	7,51	89,8	114,0	22,80	2,12
21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
22,70	2030	203,0	8,37	114,0	155,0	28,20	2,32
24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
25,80	2790	254,0	9,22	143,0	206,0	34,30	2,50
27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
29,40	3800	317,0	10,10	178,0	260,0	41,60	2,63
31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
33,90	5500	407,0	11,30	229,0	337,0	50,00	2,80
36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
39,20	7780	518,0	12,50	292,0	436,0	60,10	2,95
42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

**Основные физико-механические характеристики
некоторых материалов**

Материал	Модули упругости		Температурный коэффициент α	Коэффициент Пуассона ν	Плотность ρ , кг/м ³
	E , $\frac{\text{МПа}}{\text{кгс/см}^2}$	G , $\frac{\text{МПа}}{\text{кгс/см}^2}$			
Сталь	$\frac{2 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^6}$	$\frac{8 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^5}$	$125 \cdot 10^{-7}$	0,30	7800
Чугун	$\frac{1 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^6}$	$\frac{4,0 \cdot 10^4}{4,0 \cdot 10^5}$	$100 \cdot 10^{-7}$	0,25	7200
Медь	$\frac{1 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^6}$	$\frac{4 \cdot 10^4}{4 \cdot 10^5}$	$165 \cdot 10^{-7}$	0,32	8500
Алюминий и дюраль	$\frac{0,7 \cdot 10^5}{0,7 \cdot 10^6}$	$\frac{2,7 \cdot 10^4}{2,7 \cdot 10^5}$	$230 \cdot 10^{-7}$	0,30	2700
Дерево	$\frac{1 \cdot 10^4}{0,1 \cdot 10^6}$	$\frac{0,055 \cdot 10^4}{0,055 \cdot 10^5}$	–	–	550 (сосна) 750 (дуб)

СОДЕРЖАНИЕ

Указания к выполнению и оформлению контрольных работ 3
 Список рекомендуемой литературы 4
 Программа курса «Сопротивление материалов» (часть I) 5
 Тема 1. Основные понятия в сопротивлении материалов 7
 Тема 2. Механические характеристики материалов 10
 Тема 3. Продольная сила. Нормальные напряжения. Условия прочности при растяжении-сжатии 12
 Тема 4. Деформации при растяжении-сжатии. Закон Гука. Коэффициент Пуассона 18
 Тема 5. Влияние собственного веса 20
 Тема 6. Статически неопределимые системы при растяжении и сжатии 24
 Тема 7. Напряженно-деформированное состояние в точке 30
 Тема 8. Сдвиг. Практические методы расчета соединений 39
 Тема 9. Геометрические характеристики сечений 50
 Тема 10. Кручение стержней круглого сечения 58
 Тема 11. Плоский изгиб 63
 Задачи к контрольным работам 72
 Приложения 92

