

## Вариант 1

1. Провести полное исследование функции и построить её график:  $y = 3 \ln \frac{x}{x-3} - 1$ .
2. Найдите мнимую часть комплексного числа  $z = \frac{3+i}{i} + 4 + 2i$ .
3. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{\sqrt[6]{x^5} - 5x^2 + 3}{x} dx$ .
4. Найти неопределенный интеграл:  $\int \sin(3-4x) dx$ .
5. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{(\sin x - 4)^3}}$ .
6. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$ .
7. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{1+x}{x+\sqrt{x}} dx$ .
8. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^1 \arccos x dx$ .
9. Вычислить определенный интеграл:  $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-1}$ .
10. Вычислить несобственный интеграл или указать его расходимость:  $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x-2)^5}}$
11. Вычислить длину дуги кривой  $y = x^{\frac{3}{2}}$ ,  $0 \leq x \leq 4$ .
12. Вычислить объем тела вращения вокруг оси OX фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2$ ,  $y = x$ .
13. Найти значения частных производных функции  $u = \frac{y}{\sqrt{x^2 + z^2}}$  в точке  $M_0(-1;1;0)$ .
14. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$ .
15. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = xy - 2x - y$  в области  $D: y = 0, x = 0, x = 3, y = 4$ .

## Вариант 2

1. Провести полное исследование функции и построить её график:  $y = (1 - 2x^3)/x^2$ .
2. Найдите действительную часть комплексного числа  $z = \frac{1-i}{1+i} + 1$ .
3. Найти неопределенный интеграл:  $\int \left( x^2 - \frac{\sqrt[6]{x}}{x} - 3 \right) dx$ .
4. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{\operatorname{tg}^4 7x}{\cos^2 7x} dx$ .
5. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{2x+3}{1-3x^2} dx$ .
6. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{\sqrt{1+2x-x^2}}$ .
7. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}$ .
8. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^{\sqrt{3}} x \cdot \operatorname{arctg} x dx$ .
9. Вычислить определенный интеграл:  $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x-1}}$ .
10. Вычислить несобственный интеграл или указать его расходимость:  $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-2}}$ .
11. Вычислить длину дуги кривой  $y = \ln \cos x + 2$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ .
12. Вычислить объем тела вращения вокруг оси ОУ фигуры, ограниченной графиками функций  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 1$ ,  $x = 0$ .
13. Найти значения частных производных функции  $u = \operatorname{arctg}(xz/y^2)$  в точке  $M_0(2;1;1)$ .
14. Исследовать на экстремум функцию  $z = (x-2)^2 + 2y^2 - 10$ .
15. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = \frac{1}{2}x^2 - xy$  в области

$$D: y = 8, y = 2x^2.$$

### Вариант 3

1. Провести полное исследование функции и построить её график:  $y = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}$ .
2. Найдите действительную часть комплексного числа  $z = \frac{1-i}{1+i} + \frac{1+i}{1-i}$ .
3. Найти неопределенный интеграл:  $\int \left( x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 1 \right) dx$ .
4. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{4x dx}{\sqrt{3-4x^2}}$ .
5. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{x-3}{9x^2+7} dx$ .
6. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{3x^2-8x-3}$ .
7. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x-1}$ .
8. Вычислить определенный интеграл:  $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{dx}{2\sin x + \sin 2x}$ .
9. Вычислить определенный интеграл:  $\int_1^2 \ln x dx$ .
10. Вычислить несобственный интеграл или указать его расходимость:  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{2x+1}$
11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = (x-2)^3$ ;  $y = 4x-8$ .
12. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t), \end{cases} 0 \leq t \leq \pi$ .
13. Найти значения частных производных функции  $u = \ln \sin(x-2y+z/4)$  в точке  $M_0(1; 1/2; \pi)$ .
14. Исследовать на экстремум функцию  $z = (x-5)^2 + y^2 + 1$ .
15. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2$  в области  $D: x=0, y=0, x+y-1=0$ .

## Вариант 4

1. Провести полное исследование функции и построить её график:  $y = 8(x-1)/(x+1)^2$ .
2. Найдите мнимую часть комплексного числа  $z = \frac{1-i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1+i}$ .
3. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2x^5 + 3}{x} dx$ .
4. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt[5]{\ln(x+1)}}$ .
5. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{\arctg^7 3x}{1+9x^2} dx$ .
6. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 - x + 4}}$ .
7. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{3 + \sqrt{x+5}}$ .
8. Вычислить определенный интеграл:  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx$ .
9. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^1 (x+1) \sin x dx$ .
10. Вычислить несобственный интеграл или указать его расходимость:  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$ .
11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = 4 - x^2$ ;  $y = x^2 - 2x$ .
12. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = 10 \cos^3 t \\ y = 10 \sin^3 t, \end{cases} 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ .
13. Найти значения частных производных функции  $u = \frac{y}{x} + \frac{z}{y} - \frac{x}{z}$  в точке  $M_0(1;1;2)$ .
14. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .
15. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = 2x^2y - x^3y - x^2y^2$  в области  $D: x = 0, y = 0, x + y - 6 = 0$ .

## Вариант 5

1. Провести полное исследование функции и построить её график:  $y = 5(x-1)/(x-2)^2$ .
2. Найдите действительную часть комплексного числа  $z = \begin{vmatrix} 1-i & 1 \\ i & 1+i \end{vmatrix}$ .
3. Найти неопределенный интеграл:  $\int \left( \frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x^3 - 4 \right) dx$ .
4. Найти неопределенный интеграл:  $\int \sin^3 4x \cos 4x dx$ .
5. Найти неопределенный интеграл:  $\int e^{\sin x} \cos x dx$ .
6. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{5x - x^2 - 6}$ .
7. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x-1}}$ .
8. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx$ .
9. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^3 x dx$ .
10. Вычислить несобственный интеграл или указать его расходимость:  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(x+1)^2}$ .
11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$  и осью абсцисс от  $t_1 = \frac{\pi}{2}$  до  $t_2 = \frac{\pi}{3}$ .
12. Вычислить длину дуги кривой  $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$ ,  $1 \leq x \leq 2$ .
13. Найти значения частных производных функции  $u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - z^2}}$  в точке  $M_0(1;2;2)$ .
14. Исследовать на экстремум функцию  $z = 2xy - 2x^2 - 4y^2$ .
15. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$  в области  $D: x = -3, y = 0, x + y + 1 = 0$ .

## Вариант 6

1. Провести полное исследование функции и построить её график:  $y = (3 - x)e^{x-2}$ .

2. Найдите действительную часть комплексного числа  $z = \begin{vmatrix} 1+2i & i \\ 1 & 1-2i \end{vmatrix}$ .

3. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{\sqrt{x^3 - 3x^4 + 2}}{x} dx$ .

4. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{\cos^2 4x \sqrt{\operatorname{tg} 4x}}$ .

5. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{3x-1}{4-x^2} dx$ .

6. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{\sqrt{2+4x-3x^2}}$ .

7. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-7}}$ .

8. Вычислить определенный интеграл:  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin x dx}{\cos^2 x + \cos x - 2}$ .

9. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ .

10. Вычислить несобственный интеграл или указать его расходимость:  $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2x}}$

11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции

$$\begin{cases} x = \sin t \\ y = 2 \cos t \end{cases} \text{ и осью абсцисс от } t_1 = \frac{\pi}{3} \text{ до } t_2 = \frac{\pi}{2}.$$

12. Вычислить длину дуги кривой  $y = \ln(1-x^2)$ ,  $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$ .

13. Найти значения частных производных функции  $u = \ln(x+y^2) - \sqrt{x^2+z^2}$  в точке  $M_0(5;2;3)$ .

14. Исследовать на экстремум функцию  $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$ .

15. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = 3x^2 + 3y^2 - x - y + 1$  в области  $D: x = 5, y = 0, x - y - 1 = 0$ .

## Вариант 7

1. Провести полное исследование функции и построить её график:  $y = 2 \ln \frac{x+3}{x} - 3$ .

2. Найдите действительную часть комплексного числа  $z = \begin{vmatrix} i & 1+i \\ 1-i & 1+i \end{vmatrix}$ .

3. Найти неопределенный интеграл:  $\int \left( 2x^3 - 3\sqrt{x^5} + \frac{4}{x} \right) dx$ .

4. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{2x dx}{\sqrt{7-2x^2}}$ .

5. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{1+3x}{\sqrt{1+4x^2}} dx$ .

6. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{2x^2 - 8x + 30}$ .

7. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-1}} dx$ .

8. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1+2\sin^2 x}$ .

9. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^1 \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$ .

10. Вычислить несобственный интеграл или указать его расходимость:  $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$

11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций

$$y = 2x - x^2 + 3; y = x^2 - 4x + 3.$$

12. Вычислить объем тела вращения вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной графиками функций  $2x - x^2 - y = 0$ ,  $y = 0$ .

13. Найти значения частных производных функции  $u = \sqrt{z}x^y$  в точке  $M_0(1;2;4)$ .

14. Исследовать на экстремум функцию  $z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$ .

15. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = 2x^2 + 2xy - 0,5y^2 - 4x$  в области  $D: y = 2x, y = 2, x = 0$ .

## Вариант 8

1. Провести полное исследование функции и построить её график:  $y = 4/(x^2 + 2x - 3)$ .
2. Найдите  $|z|$ , если  $z = 5e^{i\pi} \cdot 3e^{i\frac{\pi}{2}}$ .
3. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 5}{x^2} dx$ .
4. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{\ln^4(3x+1)}{3x+1} dx$ .
5. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx$ .
6. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$ .
7. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-4}}$ .
8. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^{\pi} \frac{dx}{3 + 2 \cos x}$ .
9. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^1 \frac{x dx}{(x+2)(x+3)}$ .
10. Вычислить несобственный интеграл или указать его расходимость:  $\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}$
11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = (x+1)^2$ ;  $y = \sqrt{x+1}$ .
12. Вычислить объем тела вращения вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной графиками функций  $y = -x^2 + 5x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ .
13. Найти значения частных производных функции  $u = \frac{-z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  в точке  $M_0(\sqrt{2}; \sqrt{2}; \sqrt{2})$ .
14. Исследовать на экстремум функцию  $z = xy(12 - x - y)$ .
15. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 - 2xy + 2,5y^2 - 2x$  в области  $D: x = 0, x = 2, y = 0, y = 2$ .



## Вариант 9

1. Провести полное исследование функции и построить её график:  $y = (x^3 + 4)/x^2$ .
2. Комплексное число  $z = e^{i\frac{\pi}{2}}$  в алгебраической форме имеет вид...
3. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{3x^2 - \sqrt{x^3} + 7}{x^3} dx$ .
4. Найти неопределенный интеграл:  $\int \sqrt{\cos^3 2x} \sin 2x dx$ .
5. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{e^{tgx} dx}{\cos^2 x}$ .
6. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{2x^2 - 2x + 5}$ .
7. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-4}}$ .
8. Вычислить определенный интеграл:  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \cos x}$ .
9. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^1 x e^{3x} dx$ .
10. Вычислить несобственный интеграл или указать его расходимость:  $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{(x-1)^3}}$
11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $\begin{cases} x(t) = 4(t - \sin t) \\ y(t) = 4(1 - \cos t) \end{cases}$  и осью абсцисс ( $0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ ).
12. Вычислить объем тела вращения вокруг оси ОУ фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$ .
13. Найти значения частных производных функции  $u = \ln(x^3 + \sqrt[3]{y} - z)$  в точке  $M_0(2;1;8)$ .
14. Исследовать на экстремум функцию  $z = xy - x^2 - y^2 + 9$ .
15. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = xy - 3x - 2y$  в области  $D : x = 0, x = 4, y = 0, y = 4$ .

## Вариант 10

1. Провести полное исследование функции и построить её график:  $y = 2 \ln \frac{x}{x-4} - 3$ .
2. Найти действительную часть комплексного числа  $z = \frac{3+2i}{i} - 4 + i$ .
3. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{3x^4 - \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2} dx$ .
4. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{\sqrt{\operatorname{ctg} 4x}}{\sin^2 4x} dx$ .
5. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{2x-4}{x^2+16} dx$ .
6. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2-x+3}}$ .
7. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{\sqrt{x+4} dx}{x}$ .
8. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^{\pi/2} \frac{6 \sin^2 x}{3 \cos 2x - 4} dx$ .
9. Вычислить определенный интеграл:  $\int_2^3 x \ln x dx$ .
10. Вычислить несобственный интеграл или указать его расходимость:  $\int_1^2 \frac{dx}{x^2+2x-3}$
11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции 
$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = 3 \sin t, \end{cases}$$
 и осью абсцисс от  $t_1 = \frac{\pi}{2}$  до  $t_2 = \frac{\pi}{3}$ .
12. Вычислить объем тела вращения вокруг оси ОУ фигуры, ограниченной графиками функций  $y = 2x$ ,  $y = 2$ ,  $x = 0$ .
13. Найти значения частных производных функции  $u = \frac{z}{x^4 + y^2}$  в точке  $M_0(2;3;5)$ .
14. Исследовать на экстремум функцию  $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$ .
15. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + 2xy + 4x - y^2$  в области  $D: x = 0, y = 0, x + y + 2 = 0$ .