Индивидуальное домашнее задание № 2

Работа состоит из трех частей:

2.1.Расчет трехфазной цепи;

2.2.Расчет цепи с несинусоидальными периодическими напряжениями и токами;

2.3.Определение параметров четырехполюсника.

Часть 2

На рис.16 изображены схемы, на вход которых воздействует одно из периодических напряжений $u_1(t)$. Графики напряжений приведены на рис.17. Схемы нагружены на активное сопротивление нагрузки $R_н$. Численные значения амплитуды напряжения U_m, периода T, параметров схемы L, C и величины сопротивления нагрузки приведены в табл. 5. Требуется:

1. Разложить напряжение $u_1(t)$ в ряд Фурье до пятой гармоники включительно, используя табличные разложения, приведенные в учебниках, и пояснения, которые даны в указаниях к данной задаче.

2. Обозначив сопротивления элементов схемы в общем виде как $R_н$, $j\,x_L$, $-j\,x_C$, вывести формулу для напряжения на нагрузке $\underline{U}_{2m}$ через комплексную амплитуду входного напряжения $\underline{U}_{1m}$. Полученное выражение пригодно для каждой гармоники, следует лишь учитывать, что $x_L = k \cdot \omega \cdot L$; $x_C = \dfrac{1}{k \cdot \omega \cdot C}$, где k – номер гармоники.

3. Используя формулу п. 2, определить комплексную амплитуду напряжения на выходе (на нагрузке) для 0, 1-й и 3-й гармоник ряда Фурье в схемах рис. 16 *в*, *г*; для 1-й, 3-й и 5-й гармоник в схемах рис. 16 *а*, *б*.

4. Записать мгновенное значение напряжения на нагрузке в виде ряда Фурье.

5. Построить друг под другом линейчатые спектры входного (U_1) и выходного (U_2) напряжений.

Таблица 5

Исходные данные к заданию 2 часть 2

№ вар.	L, мГн	C, мкФ	T, мс	U_m, В	$R_н$, Ом	Схема, рис. 16	График, рис. 17
1	1,44	0,8	0,48	12	35,4	б)	е)
2	11	4	2	100	65,7	в)	д)
3	0,5	0,4	0,167	50	27	г)	г)
4	0,4	0,5	0,159	50	36,4	а)	б)
5	0,7	0,24	0,134	45	41,4	б)	в)
6	5	1	0,625	25	86,5	в)	е)

7	5,6	2,28	1,20	48,5	38,6	г)	д)
8	2,52	1,4	0,63	17	55,0	а)	д)
9	4,2	1,44	0,8	40	41,4	б)	г)
10	20	1	1,67	80	185	в)	в)
11	1	1	0,314	100	25	г)	е)
12	20	8	5,88	30	59	а)	е)
13	1,5	0,3	0,354	33,4	64,5	б)	а)
14	2,58	1,43	0,484	75	49,6	в)	з)
15	3	0,9	0,565	40	44,7	г)	а)
16	5,4	3	1,34	12,78	55,2	а)	ж)
17	6,25	12,4	3,13	40	17,5	б)	б)
18	6,25	10	2,5	70	31,5	в)	в)
19	0,5	0,4	0,167	110	27	г)	е)
20	0,7	0,875	0,277	70	36,4	а)	г)
21	1,6	0,89	0,536	18,85	35,4	б)	б)
22	9,57	3,48	1,74	104,6	65,7	в)	а)
23	0,55	0,44	0,184	33,4	27	г)	а)
24	0,357	0,447	0,142	150	36,4	а)	г)
25	0,62	0,212	0,118	15	41,4	б)	а)

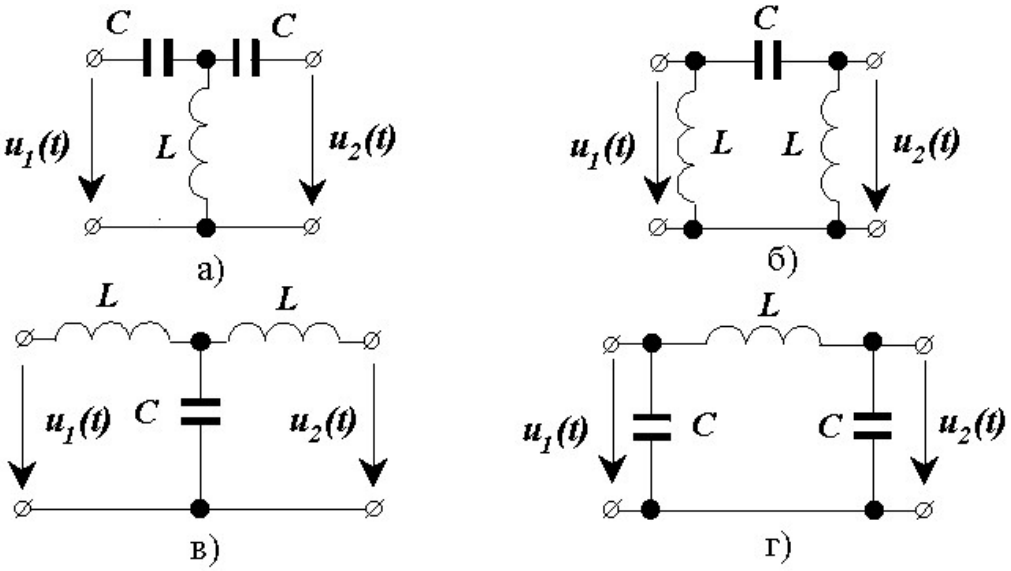

Рис. 16. Схемы к задаче 2.2

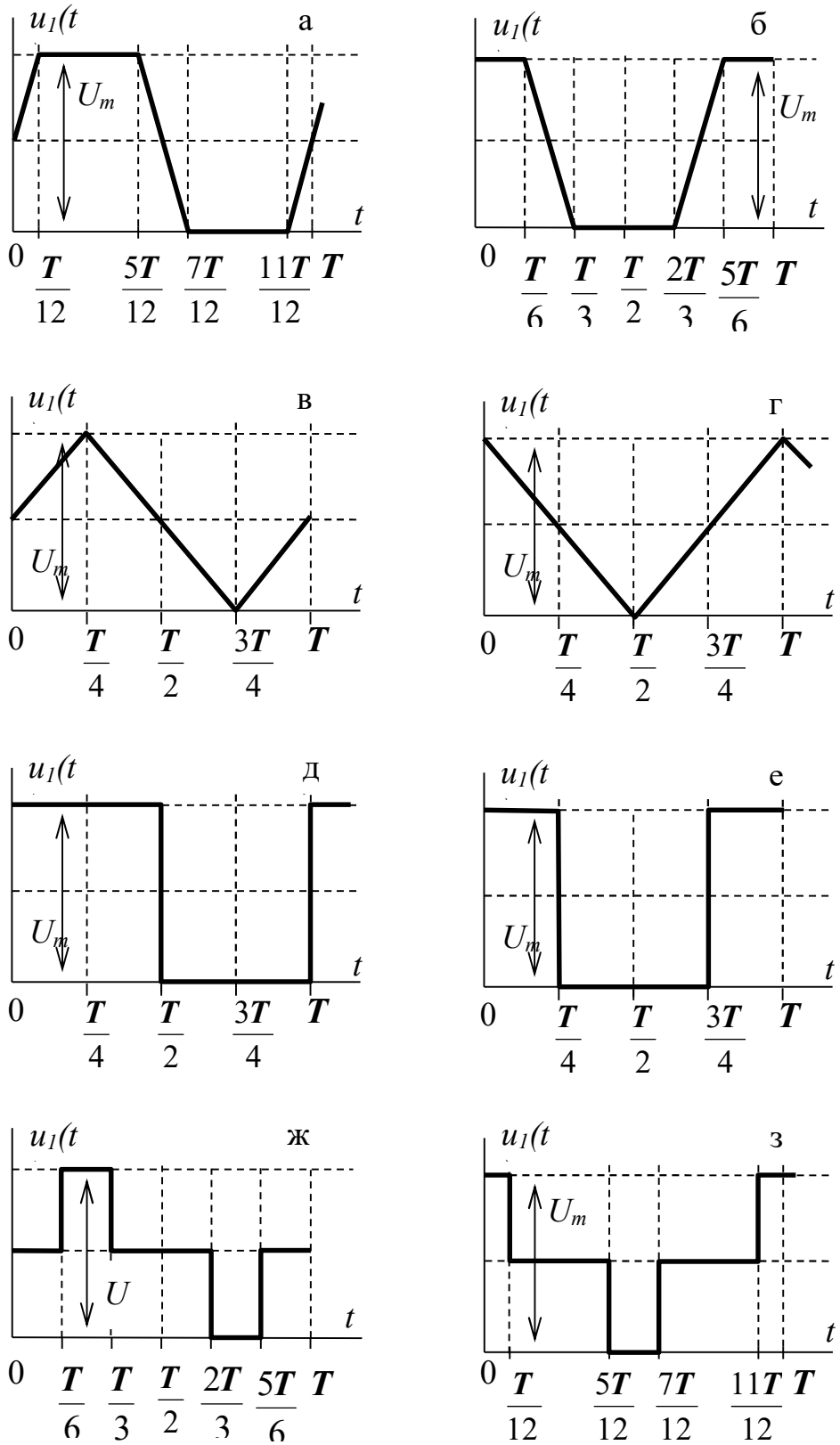

Рис. 17. К задаче 2.2. Графики периодических напряжений $u_1(t)$

Методические указания к заданию 2 часть 2

Разложение несинусоидальных функций в ряд Фурье подробно описано в [5], гл. 4.4. Например, для кривой рис. 17, *з* с учетом постоянной составляющей ½ · U_m получим:

$$u_1(t)=\frac{U_m}{2}+\frac{2\cdot U_m}{\pi}\cdot\left(\sin\frac{\omega T}{12}\cdot\cos\omega t+\frac{1}{3}\cdot\sin\frac{3\omega T}{12}\cdot\cos 3\omega t+\frac{1}{5}\cdot\sin\frac{5\omega T}{12}\cdot\cos 5\omega t\right);$$

здесь $\frac{\omega T}{12}=\alpha=30°$ – начальная фаза кривой, поэтому $\frac{3\omega T}{12}=90°$; $\frac{5\omega T}{12}=150°$. В результате получаем формулу для разложения u_1(t) до пятой гармоники включительно:

$$u_1(t)=\frac{U_m}{2}+\frac{2\cdot U_m}{\pi}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\cos\omega t+\frac{1}{3}\cdot\cos 3\omega t+\frac{1}{2\cdot 5}\cdot\cos 5\omega t\right).$$

Кривая рис. 17, *ж* запаздывает относительно кривой рис. 17, *з* на время ¼ · T, поэтому для нее разложение будет выглядеть следующим образом:

$$u_1(t)=\frac{U_m}{2}+\frac{2\cdot U_m}{\pi}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\cos\omega\left(t-\frac{T}{4}\right)+\frac{1}{3}\cdot\cos 3\omega\left(t-\frac{T}{4}\right)+\frac{1}{10}\cdot\cos 5\omega\left(t-\frac{T}{4}\right)\right]=$$

$$=\frac{U_m}{2}+\frac{2\cdot U_m}{\pi}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\sin\omega t+\frac{1}{3}\cdot\sin 3\omega t+\frac{1}{10}\cdot\sin 5\omega t\right).$$

Вывод формулы напряжения на выходе схемы $\underline{U}_{2m}$ через параметры схемы и напряжение на ее входе $\underline{U}_{1m}$ покажем на примере схемы рис. 19:

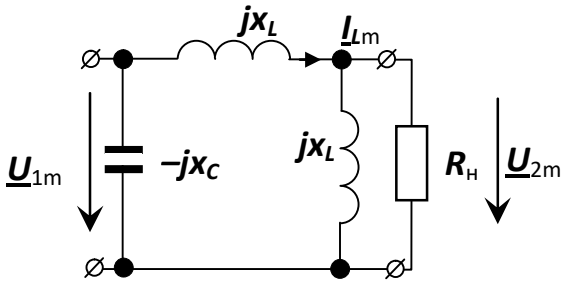

Рис. 19. Схема для расчета комплексных амплитуд гармоник напряжения $\underline{U}_{2m}$

Согласно второму закону Кирхгофа,

$$\underline{U}_{1m}=\underline{U}_{2m}+\underline{I}_{Lm}\cdot jx_L.$$

С другой стороны, $\underline{I}_{Lm} = \dfrac{\underline{U}_{1m}}{\underline{Z}_{\text{экв}}}$,

где $\underline{Z}_{\text{экв}} = j \cdot x_L + \dfrac{j \cdot x_L \cdot R_{\text{Н}}}{j \cdot x_L + R_{\text{Н}}} = \dfrac{2 \cdot j \cdot x_L \cdot R_{\text{Н}} - x^2}{j \cdot x_L + R_{\text{Н}}}$.

Тогда $\underline{I}_L = \underline{U}_{1m} \cdot \dfrac{j \cdot x_L + R_{\text{Н}}}{2 \cdot j \cdot x_L \cdot R_{\text{Н}} - x^2}$. Подставляя это выражение в уравнения для $\underline{U}_{2m}$, получим:

$$\underline{U}_{2m} = \underline{U}_{1m} \cdot \left[1 - \frac{\left(j \cdot x_L + R_{\text{Н}} \right) \cdot j \cdot x_L}{2 \cdot j \cdot x_L \cdot R_{\text{Н}} - x_L^2} \right] = \underline{U}_{1m} \cdot \frac{j \cdot R_{\text{Н}}}{2 \cdot j \cdot R_{\text{Н}} - x_L} =$$

$$= \underline{U}_{1m} \cdot \frac{2 \cdot R_{\text{Н}}^2 + j \cdot R_{\text{Н}} \cdot x_L}{4 \cdot R_{\text{Н}}^2 + x_L^2}$$

Выведенная формула справедлива только для гармоник, начиная с первой. Ее нельзя применить для расчета постоянной составляющей выходного напряжения, поскольку при ее выводе производилось деление на x_L, которое для постоянной составляющей равно 0.

При выводе формулы можно использовать любые известные методы расчета, например, метод контурных токов.

При определении комплексных амплитуд гармонических составляющих необходимо учитывать, что

$$x_L^{(k)} = k \cdot \omega \cdot L = k \cdot x_L^{(1)};$$

$$x_C^{(k)} = \frac{1}{k \cdot \omega \cdot C} = \frac{x_C^{(1)}}{k},$$

где k – номер гармоники; $x_L^{(1)}$, $x_C^{(1)}$, $x_L^{(k)}$, $x_C^{(k)}$ – реактивные сопротивления индуктивности и емкости для первой и k-й гармоник соответственно.

Допустим, что на схему рис. 19, элементы которой имеют параметры: $\boldsymbol{C}$ = 10,61 мкФ; L = 159 мГн, $R_{\text{н}}$ = 100 Ом, воздействует напряжение, записываемое рядом Фурье (ω = 314 с$^{-1}$):

$$u_1(t) = 40 + 30 \cdot \cos \omega t + 20 \cdot \cos 3\omega t + 10 \cdot \cos 5\omega t,$$

тогда:

$$U_{1m}^{(0)} = 40\,\text{В}; \quad \underline{U}_{1m}^{(1)} = 30 \cdot e^{j90^\circ}\,\text{В}; \quad \underline{U}_{1m}^{(3)} = 20 \cdot e^{j90^\circ}\,\text{В}; \quad \underline{U}_{1m}^{(5)} = 10 \cdot e^{j90^\circ}\,\text{В}.$$

Определим реактивные сопротивления для отдельных гармоник: при $k = 0$ (для постоянной составляющей), получаем $x_L^{(0)} = 0,\ x_C^{(0)} = \infty$, поэтому в данной схеме $U_{2m}^{(0)} = 0$;

$$x_L^{(1)} = 1 \cdot 314 \cdot 0{,}159 \approx 50 \text{ Ом}; \quad x_C^{(1)} = \frac{1}{1 \cdot 314 \cdot 10{,}61 \cdot 10^{-6}} \approx 300 \text{ Ом};$$

$$x_L^{(3)} = 3 \cdot x_L^{(1)} = 150 \text{ Ом}; \qquad x_C^{(3)} = \frac{x_C^{(1)}}{3} = 100 \text{ Ом};$$

$$x_L^{(5)} = 5 \cdot x_L^{(1)} = 250 \text{ Ом}; \qquad x_C^{(5)} = \frac{x_C^{(1)}}{5} = 60 \text{ Ом}.$$

Определим гармонический состав выходного напряжения. Как уже указывалось выше, постоянной составляющей на выходе схемы не будет: $\underline{U}_{2m}^{(0)} = 0$.

Комплексные амплитуды гармоник, начиная с первой, определятся как:

$$\underline{U}_{2m}^{(1)} = \underline{U}_{1m}^{(1)} \cdot \frac{2 \cdot R_{\text{н}}^2 + j \cdot R_{\text{н}} \cdot x_L^{(1)}}{4 \cdot R_{\text{н}}^2 + x_L^{(1)2}} = 14{,}55 \cdot e^{j76^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{2m}^{(3)} = \underline{U}_{1m}^{(3)} \cdot \frac{2 \cdot R_{\text{н}}^2 + j \cdot R_{\text{н}} \cdot x_L^{(3)}}{4 \cdot R_{\text{н}}^2 + x_L^{(3)2}} = 8{,}00 \cdot e^{j53^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{2m}^{(5)} = \underline{U}_{1m}^{(5)} \cdot \frac{2 \cdot R_{\text{н}}^2 + j \cdot R_{\text{н}} \cdot x_L^{(5)}}{4 \cdot R_{\text{н}}^2 + x_L^{(5)2}} = 3{,}12 \cdot e^{j39^\circ} \text{ В}.$$

Примечание. Емкостное сопротивление для расчета данной конкретной схемы не понадобилось, что вовсе не означает, что оно не понадобится для расчета схем другой конфигурации. Поэтому в примере приведена методика расчета такого сопротивления для всех гармоник воздействующего напряжения.

Итак, мгновенное значение напряжения на нагрузке запишется в виде

$$u_2(t) = 14{,}55 \cdot \sin(\omega \cdot t + 76^\circ) + 8{,}00 \cdot \sin(3 \cdot \omega \cdot t + 53^\circ) + 3{,}12 \cdot \sin(5 \cdot \omega \cdot t + 39^\circ) \text{В}.$$

Линейчатые амплитудно-частотные спектры входного и выходного напряжений приведены на рис. 20.

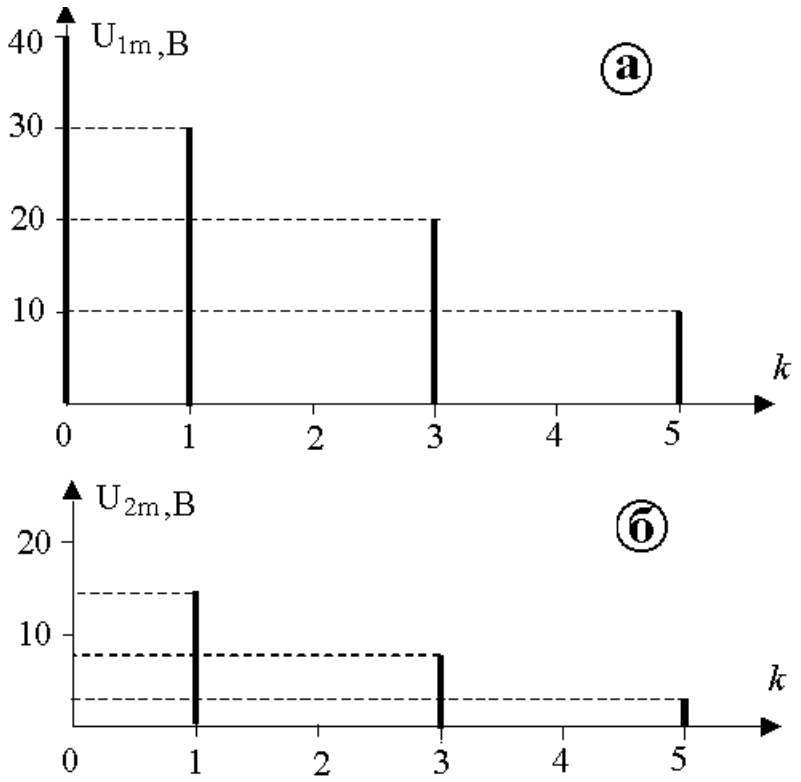

Рис. 20. Линейчатые амплитудно-частотные спектры входного (а) и выходного напряжений (б)