

Министерство образования и науки РФ



**МОСКОВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. С.Ю.ВИТТЕ**

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОЛОГИИ  
СТАТИСТИЧЕСКОГО  
ИССЛЕДОВАНИЯ ПРИ  
ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНЫХ  
РАБОТ ПО ОБЩЕЙ ТЕОРИИ  
СТАТИСТИКИ**

**Учебное пособие**

**Пенза, 2017 г.**

УДК 311 (075)  
ББК 60.6 я7

***Рецензенты:***

д.э.н., профессор, заведующий кафедрой  
«Организация и информатизация производства»  
ФГБОУ ВПО «Пензенская государственная  
сельскохозяйственная академия»

**Винничек Л.Б.**

Кафедра «Информационно-вычислительные системы»  
ФГОУ ВПО «Пензенская архитектурно-  
строительная академия»

**Кошевой О. С., Некрылова Н.В.**

Использование методологии статистического  
исследования при выполнении лабораторных работ по общей  
теории статистики. Учеб. пособие

Представлен аппарат общей теории статистики в приложении к анализу социально-экономических процессов и явлений. Отражены теоретические вопросы, связанные с основными темами общей теории статистики в соответствии с ФГОС-3+ подготовки бакалавров в сфере управления. Приведены вопросы для самостоятельной проработки при подготовке к текущему тестированию при интерактивном контроле знаний обучаемых. Отличительной особенностью учебного пособия является комплексность изложения материала и системная связь теоретических положений с практикой статистического анализа данных по России и Пензенскому региону. Приведены лабораторные работы по изучаемым темам.

Учебное пособие подготовлено на кафедре «Экономика и финансы» Пензенского государственного университета и предназначено для студентов вузов экономических и гуманитарных специальностей.

**УДК 311 (075)  
ББК 60.6 я7**

## Содержание

Введение.....	5
Организация лабораторного практикума.....	6
Тема 1. Анализ и формализация статистической информации, представленной на сайте Росстата .....	9
Тема 2. Организация статистического наблюдения.....	12
Тема 3. Построение и анализ статистических группировок.....	17
Тема 4. Использование относительных статистических показателей при анализе социально-экономического положения региона.....	23
Тема 5. Определение вариации социально-экономических показателей.....	31
Тема 6. Определение структурных средних вариационных рядов.....	40
Тема 7. Определение показателей выборочного наблюдения....	49
Тема 8. Корреляционный анализ в исследовании статистической связи между социально-экономическими показателями.....	61
Тема 9. Использование регрессионного анализа при моделировании социально-экономического явления.....	69
Тема 10. Использование факторного анализа при выявлении и количественной оценке причинно-следственных связей.....	76

Тема 11. Непараметрические показатели оценки тесноты связи в исследовании социально-экономического явления.....	86
Тема 12. Прогнозирование развития социально-экономического явления на основе уровней ряда динамики.....	95
Тема 13. Статистический анализ структуры социально-экономического явления.....	103
Тема 14. Использование индексов в анализе социально-экономического явления.....	113
Список использованных источников.....	129
Приложения.....	131

## **Введение**

Учебное пособие предназначено для изучения студентами теоретических и практических основ статистики, позволяющих грамотно ориентироваться в вопросах исследования развития социально – экономических явлений и процессов.

Приведены основные теоретические сведения из предметной области общей теории статистики, необходимые обучаемым при выполнении лабораторных работ.

Целью учебного пособия является формирование у студентов теоретических знаний и профессиональных компетенций в решении практических задач.

Представленные в пособии задачи носят исследовательский характер, что дает студентам возможность реализовать теоретические знания на практике, расширяет их общий кругозор, что важно для формирования квалифицированного бакалавра-экономиста.

При подготовке учебного пособия был использован отечественный и зарубежный материал по базовым разделам дисциплины «Общая теория статистики». Кроме методического материала представлена рекомендуемая литература по всему курсу, а также необходимая статистическая база.

Знания, полученные в ходе освоения курса, могут быть использованы в дальнейшем при изучении таких дисциплин, как «Информационные технологии управления», «Основы социального прогнозирования и программирования», «Разработка управленческого решения», «Планирование и прогнозирование на предприятии», «Эконометрика» и др.

## **Организация лабораторного практикума**

**Целью** лабораторного практикума является формирование у студентов навыков по применению теоретических знаний в решении и анализе практических задач в предметной области статистики.

**Основными задачами** лабораторного практикума являются:

- установление неразрывной связи теории с практикой, повторение и закрепление знаний, полученных студентами на лекциях и при самостоятельном изучении;
- получение студентами практических навыков исследования социально экономических явлений и процессов с использованием методологии статистического анализа;
- формирование умений работать с учебной и учебно-методической литературой в традиционной и электронной форме;
- привитие студентам умений и навыков обращения с персональными компьютерами и программными средствами решения статистических задач;
- обучение студентов навыкам обобщения и оформления результатов исследований в виде отчета по произведенным исследованиям в соответствии с требованиями ЕСКД и ГОСТов;
- формирование у студентов навыков научно - исследовательской работы с целью вовлечения их в НИР;
- осуществление оперативного контроля знаний студентов.

**Организационные положения выполнения лабораторных работ:**

1. На выполнение и защиту каждой лабораторной работы отводится четыре академических часа учебного времени.
2. Лабораторные работы проводятся в типовом компьютерном классе, оснащенном, как правило, двенадцатью персональными компьютерами (ПК) с

установленным на них учебно-методическим обеспечением. К учебно-методическому обеспечению относится: система тестирования, тесты по каждой лабораторной работе, один или несколько электронных учебников по изучаемой дисциплине, электронные варианты заданий на выполнение лабораторной работы и т.п.

**3.** Преподаватель, проводящий лабораторные занятия, обязан перед началом семестра проверить состояние учебно-методического обеспечения. В случае обнаружения недостатков в подготовке лабораторного практикума следует информировать заведующего кафедрой.

**4.** На первом лабораторном занятии, которое является вводным, преподаватель знакомит студентов с правилами техники безопасности и внутреннего распорядка. Студенты, не прошедшие инструктаж, к занятиям не допускаются.

**5.** В начале лабораторного занятия преподаватель проверяет готовность каждого студента к выполнению лабораторной работы путем проведения тестирования по тематике предстоящего исследования. Итоги тестирования в последующем учитываются при выставлении студентам оценки за выполненную работу.

Студент должен знать основы теории исследуемого явления, порядок проведения исследования, представлять задачу исследования, инструментальные и компьютерные средства выполнения работы.

**6.** Выполнение лабораторных работ осуществляется рабочими группами студентов, состоящими, как правило, из двух человек. Это обосновывается тем, что проведение статистического исследования является формой слаженного коллективного труда с четким распределением обязанностей. Причем каждый участник должен представлять порядок проведения исследования в целом, смысл исследуемых и фиксируемых явлений. Каждый студент должен проделать все этапы работы.

Порядок и правила оформления отчета о проделанной лабораторной работе рабочей группой студентов приведены в приложениях 1, 2, 3.

**7.** Защита лабораторной работы производится на третьем академическом часе. Старший рабочей группы выступает перед аудиторией с докладом об основных результатах и выводах выполненной работы. После окончания доклада преподаватель и студенты задают уточняющие вопросы не только докладчику, но и остальным участникам рабочей группы. Оценка работы является бальной, построенной с учетом рекомендаций рейтинга успеваемости студентов, принятого руководящими документами системы менеджмента качества вуза ПГУ.



## Тема 1

# АНАЛИЗ И ФОРМАЛИЗАЦИЯ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ, ПРЕДСТАВЛЕННОЙ НА САЙТЕ РОССТАТА

В настоящее время четко прослеживается тенденция увеличения спроса на статистическую информацию со стороны органов государственного управления, руководителей предприятий и организаций, потенциальных инвесторов, рядовых граждан. Особый интерес к статистической информации наблюдается у преподавателей и студентов вузов, обучающихся по экономическим и менеджерским специальностям.

Предоставление полного доступа к статистическим материалам официального сайта Росстата (<http://www.gks.ru/>) всем категориям пользователей представляет важнейший шаг обеспечения доступности статистической информации в Российской Федерации.

С использованием сайта пользователю становятся доступными все вновь публикуемые статистические сборники, ежемесячные периодические издания, публикации методик. Не менее важно и то, что они становятся доступными сразу после опубликования, т.е. без задержек во времени.

Следует иметь в виду, что структура сайта и его предметное наполнение, постоянно совершенствуется. Так, например, появляются интерактивные статистические сервисы: калькулятор персональной инфляции, возрастно-половая пирамида, миграция.

Большое внимание разработчики сайта Росстата уделяют представлению баз данных. На сайте представлены: центральная база статистических данных (ЦБСД), единая межведомственная информационно – статистическая система (ЕМИСС), база статистических показателей муниципальных образований. Используя статистические показатели баз данных и специальный сервис **«список витрин данных»** имеется

возможность представить статистические данные в виде табличных и графических образов.

В разделе **методология** представлены пять выпусков методологических положений по статистике, позволяющих изучить методологические основы организации официального статистического наблюдения.

Полезной информацией, особенно для студентов и преподавателей вуза, является представленная на сайте **Энциклопедия статистических терминов**.

Значительное внимание на сайте уделено журналу **«Вопросы статистики»**, где приводится не только перечень статей, но и аннотации к статьям.

Помимо отмеченного выше, на сайте представлено огромное количество информации, касающейся социально-экономического положения страны.

### **Задание к лабораторной работе №1 «Анализ и формализация статистической информации, представленной на сайте Росстата»**

**Цель работы:** Изучить структуру и уметь формализовывать и анализировать статистическую информацию, размещенную на сайте Росстата

#### **Порядок выполнения работы**

Используя варианты задания на лабораторную работу, приведенные в приложении 4, необходимо:

1. Изучить и описать структурный элемент сайта Росстата.
2. Выбрать статистический показатель, представить динамику его изменения в табличном и графическом видах по Кировской, Пензенской и Ульяновской областям и проанализировать полученные данные.

## Контрольные вопросы

1. Кем назначается руководитель Федеральной службы государственной статистики?
2. Куда организационно входит Федеральная служба государственной статистики?
3. Как называется Федеральный закон № 282 ФЗ от 29.11.2007?
4. Как называется Постановление Правительства РФ от 2 июня 2008 г. N 420?
5. Как называется Указ Президента РФ от 12 мая 2008 г. N 724?
6. Что расположено в центре Геральдического знака Федеральной службы государственной статистики?



7. Какие функции обеспечивает ГМЦ?
8. Сколько и каких управлений в структуре Росстата?
9. Коллегия Федеральной службы государственной статистики относится...
10. Сколько совещательных органов в структуре Росстата?
11. Каково количество томов в энциклопедии статистических терминов, расположенной на сайте Росстата?
12. Какие единицы наблюдения присутствуют в статистическом регистре Росстата?

## Тема 2

### ОРГАНИЗАЦИЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

**Статистическое наблюдение** – это массовое, планомерное, научно организованное наблюдение за явлениями социальной и экономической жизни, которое заключается в регистрации отобранных признаков у каждой единицы совокупности [6-8].

Процесс проведения статистического наблюдения включает следующие этапы:

1. подготовка наблюдения;
2. проведение массового сбора данных;
3. подготовка данных к автоматизированной обработке.

*Подготовка статистического наблюдения* включает работы, важнейшими из которых являются: определение цели и объекта наблюдения, состава признаков, подлежащих регистрации, определение единицы наблюдения и отчетной единицы, места и времени наблюдения, а также формы, способа и вида статистического наблюдения.

*Проведение массового сбора данных* включает работы, связанные непосредственно с заполнением статистических формуляров.

*На этапе подготовки данных к автоматизированной обработке* полученные данные подвергаются арифметическому и логическому контролю. Оба эти контроля основываются на знании экспертов взаимосвязей между показателями и качественными признаками.

**Цель наблюдения** – получение достоверной информации для выявления закономерностей развития явлений и процессов.

**Объект наблюдения** – статистическая совокупность, в которой протекают исследуемые социально – экономические явления и процессы.

**Единица наблюдения** – составной элемент объекта, являющийся носителем признаков, подлежащих регистрации.

Единицу наблюдения следует отличать от отчетной единицы.

**Отчетная единица** – субъект, от которого поступают данные о единице наблюдения (например, при организации статистического наблюдения студентов вуза данные можно получить в деканате).

*К документальному сопровождению* статистического наблюдения относятся.

- *программа статистического наблюдения*, которая включает определение объекта наблюдения и единиц совокупности; перечень признаков, характеризующих единицы совокупности; перечень вопросов и последовательность их постановки.

- *статистический формуляр*, предназначенный для сбора статистических сведений и обеспечения их единообразия, что важно при последующей обработке информации.

Обязательными элементами статистического формуляра являются титульная и адресная части.

*Титульная часть* содержит наименование статистического наблюдения и органа, проводящего наблюдение, информацию о том, кто и когда утвердил этот формуляр.

*Адресная часть* включает адрес отчетной единицы и ее подчиненность.

Статистическое наблюдение классифицируется по следующим признакам:

- *по формам наблюдения* – статистическая отчетность, специально организованное наблюдение, регистрационное наблюдение.

- *по видам наблюдения*:

- а) по времени регистрации – текущее или непрерывное, прерывное (периодическое, единовременное);

- б) по охвату единиц совокупности – сплошное, не сплошное (выборочное, основного массива, монографическое).

– по способам наблюдения – непосредственное, документальное, опрос (экспедиционный, саморегистрации, корреспондентский, анкетный, явочный).

В процессе проведения статистического наблюдения особое внимание следует обращать на точности получаемых данных.

**Точностью статистического наблюдения** называют степень соответствия величины какого-либо показателя, определенного по материалам статистического наблюдения, действительной его величине.

Расхождение между расчетным и действительным значениями изучаемых величин называется **ошибкой наблюдения**.

В зависимости от причин различают следующие виды ошибок наблюдения:

- ошибки регистрации;
- ошибки репрезентативности.

**Ошибки регистрации** – это отклонение между значением показателя, полученного в ходе статистического наблюдения, и фактическим, действительным его значением. В основном связаны с ошибками методики регистрации, они носят систематический характер и их влияние может быть достаточно точно учтено в процессе окончательной корректировки результатов статистического наблюдения.

**Ошибки репрезентативности** характерны только для не сплошного наблюдения и представляют собой отклонение значения показателя обследованной выборочной совокупности от его величины по исходной совокупности.

Заключительным этапом наблюдения является проведение арифметического и логического контроля собранной информации.

**Арифметический и логический контроль** основывается на анализе количественных связей между значениями различных показателей.

## **Задание к лабораторной работе №2 «Организация статистического наблюдения»**

**Цель работы:** научиться формировать систему качественных и количественных признаков, характеризующих статистическую совокупность, и разрабатывать формализованные документы сопровождения статистического наблюдения.

### **Порядок выполнения работы**

Используя варианты задания на лабораторную работу, приведенные в приложении 5 необходимо:

1. Определить наиболее существенные количественные и нечисловые (атрибутивные) признаки, которыми можно охарактеризовать единицу статистической совокупности (в соответствии с вариантом задания).
2. Определить цель и разработать программу обследования (в соответствии с вариантом задания).
3. Разработать документальное сопровождение проведения наблюдения. В соответствии с вариантом задания требуется определить: а) объект и единицу наблюдения; б) признаки, подлежащие регистрации; в) разработать статистический формуляр.

### **Контрольные вопросы**

1. Что называется статистическим наблюдением?
2. Сколько этапов включает статистическое наблюдение?
3. Что является объектом статистического наблюдения?
4. Что называется единицей наблюдения?
5. Что называется отчетной единицей при организации наблюдения?
6. Что представляет собой статистическая отчетность?

7. Что представляет собой специально организованное наблюдение?
8. Как подразделяется статистическое наблюдение по охвату единиц совокупности?
9. Что представляет собой обследование основного массива?
10. Что представляет собой монографическое обследование?
11. Какие виды контроля применяются в ходе анализа результатов статистического наблюдения?
12. Что представляет собой точность статистического наблюдения?
13. Назовите виды ошибок статистического наблюдения?
14. Для какого вида наблюдения характерны ошибки репрезентативности?
15. Что такое самая «слабая» и самая «сильная» шкала при проведении статистического измерения?
16. Что называется критическим моментом наблюдения?
17. Назовите способы статистического наблюдения?
18. Какие формы статистического наблюдения вы знаете?
19. Назовите виды не сплошного статистического наблюдения?
20. Назовите условия конкретизации признака при его измерении?



## Тема 3

### ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГРУППИРОВОК

**Группировкой** называется расчленение множества единиц изучаемой совокупности на группы по определенным существенным признакам.

С помощью метода группировок решаются следующие задачи:

- выделения социально – экономических типов явлений;
  - изучения структуры явления и структурных сдвигов, происходящих в нем;
  - выявления связи и зависимости между явлениями.
- По решаемым задачам группировки подразделяются на:
- типологические,
  - структурные,
  - аналитические.

**Типологическая группировка** – это разделение качественно разнородной совокупности на классы, социально – экономические типы, группы единиц.

Примером типологической группировки может служить группировка промышленных предприятий Пензенского региона по формам собственности в *i*-ом году.

**Типологические группировки**, построенные для различных периодов времени, позволяют проследить зарождение, развитие и отмирание различных явления.

**Структурной** называется **группировка**, в которой происходит разделение однородной совокупности на группы, характеризующие ее структуру по какому-либо варьирующему признаку.

С помощью таких группировок могут изучаться: состав населения по полу, возрасту, месту проживания; состав предприятий по численности занятых, стоимости основных фондов и. т.д. Примером структурной группировки может

служить группировка населения Пензенской области по размеру среднедушевого дохода.

Группировка, выявляющая взаимосвязи между факторными и результативными признаками, называется **аналитической группировкой**. **Факторными**, называются признаки, под воздействием которых изменяются другие признаки – объединяемые в группу **результативных** признаков.

В основу группировки закладывается факторный признак. Каждая выделенная группа характеризуется средними значениями результативного признака.

Пример аналитической группировки представлен в таблице 1.

Таблица 1 – Группировка продолжительности договорных связей книжного магазина и качества продукции

Продолжительность договорных связей магазина с поставщиками, лет	Число поставщиков		Доля качественной стандартной книжной продукции, %
	абсолютное	% к итогу	
до 3	3	14	65
3 – 5	8	38	69
5 – 8	6	29	74
свыше 8	4	19	91
Итого	21	100	75

Данные таблицы 1 показывают зависимость между сроком договорных связей книжного магазина с поставщиками и качеством книжной продукции. Чем продолжительнее сотрудничество магазина с поставщиками, тем выше доля качественной стандартной книжной продукции в ассортименте магазина. У первой группы доля качественной книжной продукции в 1,4 раза ниже, чем у четвертой.

Методы построения группировок в своей основе используют понятие группировочного признака.

**Группировочным признаком** называется признак, по которому производится разбивка единиц совокупности на отдельные группы. В основе группировки могут быть положены

**как количественные** (объем торгов, курс доллара в рублях, возраст человека и т. д.), так и **качественные признаки** (пол человека, национальность, форма собственности и т. д.).

Число групп зависит от задач исследования и вида признака, положенного в основание группировки.

При построении группировки по качественному признаку, групп выбирается столько же, сколько состояний у исследуемого объекта (например, при построении группировки по полу, число групп две – мужчины и женщины).

В случае построения группировок по количественному признаку возникает проблема определения **количества групп**.

В практике проведения статистического исследования, для определения количества групп, наибольшее распространение получила формулы **Стерджесса**:

$$n = 1 + 3,332 \times \lg N, \quad (1)$$

где  $n$  – число групп;  $N$  – число единиц совокупности.

После определения числа групп необходимо определить интервалы группировки.

**Интервал** – это значение варьирующего признака, лежащего в определенных границах. Нижней границей интервала называется наименьшее значение признака в интервале и наоборот.

**Величина интервала** – разность между верхней и нижней границами интервала.

Интервалы группировки в зависимости от их величины бывают равными и неравными. Последние делятся на прогрессивно возрастающие (убывающие).

В случае, если вариация признака проявляется в сравнительно узких границах и распределение носит более или менее равномерный характер, то целесообразно формировать группировку с равными интервалами (пример – таблица 1). **Величина равного интервала** определяется по следующей формуле:

$$h = \frac{R}{n}, \quad (2)$$

где  $R = x_{\max} - x_{\min}$  - размах вариации;  $x_{\max}$  ;  $x_{\min}$  - наибольшее (наименьшее) значение признака в совокупности.

Если величина интервала, рассчитанная по формуле (2), представляет собой величину, имеющую один знак до запятой (0,66; 1,372; 5,8), то полученные значения целесообразно округлять до десятых и их использовать в качестве шага построения (0,7; 1,4; 5,8).

Когда величина интервала имеет две значащие цифры до запятой и несколько знаков после запятой, то значение надо округлять до целого числа (получено – 12,785; принимаем -13).

В случае, когда рассчитанная величина интервала представляет собой 3-х, 4-значное число и более, величину интервала следует округлять до ближайшего числа, кратного 100 или 50 (получено – 248; принимаем 250).

Группировки с *неравными интервалами* применяются, когда значение признака изменяется неравномерно и в значительных размерах, что характерно для большинства социально – экономических явлений, особенно при анализе макроэкономических показателей.

Величина интервалов, изменяющихся **в арифметической прогрессии**, определяется по формуле:

$$h_{i+1} = h_i + a \quad (3)$$

**в геометрической прогрессии** определяется по формуле:

$$h_{i+1} = h_i \times g, \quad (4)$$

где:  $a$  – константа – число, которое будет положительным при прогрессивно возрастающих интервалах и наоборот,  $g$  – константа – положительное число, которое при прогрессивно возрастающих интервалах будет больше 1 и наоборот.

Например, если необходимо построить группировку предприятий отрасли по показателю выручки от реализации продукции, которая варьируется от 500 млн. руб. до 4000 млн. руб., то строить группы с равными интервалами нецелесообразно, потому что распределение числа предприятий

по величине выручки является неравномерным. Строится группировка с неравными интервалами.

Примеры группировок с неравными интервалами показаны в таблице 2.

Таблица 2 – Группировка предприятий отрасли по показателю выручки от реализации продукции с неравными интервалами

Номер группы	Группы в арифметической прогрессии	Группы в геометрической прогрессии
2	500 – 800	500 – 765
3	800 – 1300	765 – 1163
3	1300 – 2000	1163 – 1760
4	2000 – 2900	1760 – 2656
5	2900 – 4000	2656 – 4000

Величина каждого последующего интервала у группировки, выстроенной в арифметической прогрессии, больше предыдущего интервала на 200 млн. руб.

Величина каждого последующего интервала у группировки, выстроенной в геометрической прогрессии, больше предыдущего интервала в 1,5 раза.

### **Задание к лабораторной работе №3 «Построение и анализ статистических группировок»**

**Цель работы:** научиться формировать и анализировать типологическую и структурную и аналитическую группировки.

#### **Порядок выполнения работы**

Используя варианты задания на лабораторную работу и справочно-статистический материал, приведенный в приложении 6, необходимо:

1. Построить и проанализировать типологическую группировку.

2. Построить и проанализировать структурную группировку.

При построении структурной группировки использовать равные интервалы.

При существенной разнице между максимальным и минимальным значениями признака целесообразно критически пересмотреть состав статистического материала, искусственно подогнав его к равномерному.

### **Контрольные вопросы**

1. Что относится к дискретным признакам группировок?

2. Назовите непрерывные признаки группировок.

3. Назовите количественные признаки группировок.

4. Что является атрибутивными признаками индивида?

5. Назовите атрибутивные признаки группировок.

6. Для чего применяется типологическая группировка?

7. Для чего применяется структурная группировка?

8. Для чего применяется аналитическая группировка?

9. Как называется подсчет единиц в подгруппах и группах совокупности?

10. Какой признак закладывается в основу формирования аналитической группировки?

11. Что определяют с помощью формулы Стерджесса?

12. В каких случаях используется группировка с неравными интервалами?

13. Как называется группировка, в которой величина интервала определяется по формуле:  $h_{i+1} = h_i + a$  ?

14. Как называется группировка, в которой величина интервала определяется по формуле:  $h_{i+1} = h_i \times g$  ?

## Тема 4

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРИ АНАЛИЗЕ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПОЛОЖЕНИЯ РЕГИОНА

**Статистический показатель** представляет собой количественную характеристику социально – экономических явлений и процессов.

**Система статистических показателей** - это совокупность взаимосвязанных показателей, имеющая одноуровневую или многоуровневую структуру и направленная на решение конкретной статистической задачи.

**Пример.** Для полной экономической характеристики функционирования предприятия необходимо использовать такие показатели, как прибыль, рентабельность, численность работников, производительность труда и т. д.

**Абсолютные показатели** - это показатели, полученные непосредственно в процессе статистического наблюдения как результат измерения, подсчета и оценки изучаемого количественного признака. Абсолютные статистические показатели всегда размерны.

Выделяют натуральные, трудовые и стоимостные абсолютные статистические показатели.

**Относительный показатель** представляет собой результат деления одного абсолютного показателя на другой.

При расчете относительного показателя абсолютный показатель, находящийся в числителе называется *текущим или сравниваемым*. Абсолютный показатель, с которым производится сравнение и который находится в знаменателе, называется *основанием или базой сравнения*.

Если база сравнения принимается за 1, то относительный показатель выражается в коэффициентах, если база принимается за 100, 1000, 10000, то относительный показатель

соответственно выражается в процентах (%), промилле (0/00) и продецимилле (0/000).

Все используемые на практике относительные статистические показатели подразделяются на следующие виды:

- динамики;
- плана и реализации плана;
- структуры;
- координации;
- интенсивности;
- сравнения.

**Относительный показатель динамики (ОПД)** представляет собой отношение уровня исследуемого процесса по состоянию на данный момент времени к уровню этого же процесса в прошлом:

$$\text{ОПД} = \frac{\text{Текущий показатель}}{\text{Предшествующий или базисный показатель}} \quad (5)$$

**Пример.** Потребность организаций в работниках, заявленная в службы занятости в феврале текущего года, составила 3644 человека, а в марте – 3876 человек. Тогда темп роста потребности числа рабочих мест будет равен:

$$\text{ОПД} = \frac{3876}{3644} \times 100\% = 106,4\%$$

**Вывод.** Потребность организаций в работниках в марте увеличилась по сравнению с февралем на 6,4%.

**Относительный показатель плана (ОПП)** представляет собой отношение планируемого уровня исследуемого процесса на (i+1)-й период времени к уровню исследуемого процесса, достигнутого в i - м периоде времени:



$$\text{ОПП} = \frac{\text{Показатель, планируемый на } (i+1) \text{ период}}{\text{Показатель, достигнутый в } i\text{-ом периоде}} \quad (6)$$

С данным показателем тесно связан *относительный показатель реализации плана (ОПРП)*, структура которого имеет вид:

$$\text{ОПРП} = \frac{\text{Показатель, достигнутый в } (i+1) \text{ период}}{\text{Показатель, планируемый на } (i+1) \text{ период}} \quad (7)$$

**Пример.** Оборот условной коммерческой фирмы в  $i$ -м году составил 20 млн. руб. Исходя из анализа состояния рынка, руководство фирмы считает реальным в следующем году довести оборот до 28 млн. руб. Тогда относительный показатель плана равен:

$$\text{ОПП} = \frac{28}{20} \times 100\% = 140\%$$

**Вывод.** Руководство фирмы планирует увеличение торгового оборота в следующем году на 40%.

Однако реальный оборот фирмы за  $(i+1)$ -й год составил 26 млн. руб. Следовательно, относительный показатель реализации плана равен:

$$\text{ОПРП} = \frac{26}{28} \times 100\% = 92,8\%$$

**Вывод.** Фирма недовыполнила плановое задание на 7,2%.

При этом ОПД для условий рассматриваемого примера равен:

$$\text{ОПД} = \frac{26}{20} \times 100\% = 130\%$$

**Вывод.** Оборот фирмы в  $i$ -м году по сравнению с прошлым вырос на 30%.

Представленные выше показатели связаны мультипликативной зависимостью:

$$\text{ОПП} \times \text{ОПРП} = \text{ОПД} \quad (8)$$

**Относительный показатель структуры (ОПС)** представляет собой отношение структурных частей изучаемого объекта и их целого:

$$\text{ОПС} = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности в целом}} \quad (9)$$

Относительный показатель структуры выражается в долях единицы или в процентах. Рассчитанные величины, соответственно называемые долями или удельными весами, показывают, какой долей обладает или какой удельный вес имеет  $i$ -я часть в общем итоге.

**Относительный показатель координации (ОПК)** характеризует соотношение отдельных частей целого между собой:

$$\text{ОПК} = \frac{\text{Показатель, характеризующий } i\text{-ю часть совокупности}}{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности, выбранную в качестве базы сравнения}} \quad (10)$$

**Пример.** Рассмотрим структуру перевозок пассажиров железнодорожным и автомобильным транспортом за определенный период времени (таблица 3).

Таблица 3 – Структура перевозок пассажиров

Перевезено	млн. чел.	% к итогу
Всего, в том числе:	37,4	100
- железнодорожным транспортом	0,7	1,9
- автомобильным транспортом	37,6	98,1

Рассчитанные данные в процентах представляют собой относительные показатели структуры (в данном случае удельные веса).

**Вывод.** В общей структуре перевозок пассажиров на долю железнодорожного транспорта приходилось около 2% от общего количества пассажиропотока.

Пользуясь данными таблицы 3, рассчитав ОПК, можно показать, что на каждую перевозку железнодорожным транспортом приходилось 52,4 перевозки автомобильным транспортом:

$$\text{ОПК} = \frac{36,7}{0,7} = 52,4$$

**Относительный показатель интенсивности (ОПИ)** характеризует степень распространения изучаемого процесса в присущей ему среде:

$$\text{ОПИ} = \frac{\text{Показатель, характеризующий явление А}}{\text{Показатель, характеризующий среду распространения явления А}} \quad (11)$$

Этот показатель определяется, когда абсолютная величина оказывается недостаточной для формулирования

обоснованных выводов о масштабах явления, его размерах, насыщенности, плотности распределения.

**Пример.** В населенном пункте численностью 150 тыс. чел. за год родилось 300 детей, зарегистрировано 50 браков и 100 разводов.

ОПИр = 0,002, т.е. на 1000 чел. приходится 2 ребенка.

ПИбр = 0,0003, т.е. на 10000 чел. приходится 3 брака.

ОПИраз = 0,0006, т.е. на 10000. чел. приходится 6 разводов.

**Относительный показатель сравнения (ОПСр)** представляет собой соотношение одноименных абсолютных показателей, характеризующих разные объекты (предприятия, фирмы, районы, области, страны и. т. п.):

$$\text{ОПСр} = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект А}}{\text{Показатель, характеризующий объект Б}} \quad (12)$$

**Пример.** Рассмотрим объем розничной торговли в январе i-го года по Пензенской области (834,6 млн. руб.), Тамбовской области (1232,6 млн. руб.) Республики Мордовия (502,2 млн. руб.). Тогда на основании расчета относительного показателя сравнения можно сделать выводы, что объем розничной торговли в январе в Пензенской области был в 1,7 раза больше чем в Республики Мордовия и в 1,5 раза меньше чем в Тамбовской области.

Таким образом, используя приведенную выше систему относительных статистических показателей, можно оперативно оценивать ситуацию, сложившуюся в той или иной сфере деятельности и намечать конкретные направления ее корректировки.

## **Задание к лабораторной работе №4**

### **«Использование статистических показателей при анализе социально-экономического положения региона»**

**Цель работы:** научиться рассчитывать, анализировать и делать выводы по численному значению относительных статистических показателей: динамики, структуры, координации, интенсивности и сравнения.

### **Порядок выполнения работы**

1. Используя статистические материалы, изложенные в сборниках Пензастата, сайтах Росстата [www.qks.ru](http://www.qks.ru) и Пензастата [pnz.gks.ru](http://pnz.gks.ru), выполнить расчеты относительных статистических показателей:

- динамики;
- структуры;
- координации;
- интенсивности;
- сравнения.

При этом ссылка на источник используемой информации является обязательным атрибутом работы.

2. Сделать выводы по каждому показателю.

### **Контрольные вопросы и задания**

1. В каких единицах измерения выражаются абсолютные статистические величины?

2. В каких единицах измерения выражаются относительные статистические величины?

3. Определить соответствие между видами относительных величин.

4. Каким соотношением выражается взаимосвязь относительных величин динамики (ОПД), планового задания (ОПП) и выполнения плана (ОПРП)?

5. Определить относительную величину планового задания по выпуску продукции (с точностью до 0,1 %) = ... %, если план выполнен на 104 %, а прирост выпуска продукции по сравнению с прошлым годом составил 7 %.

6. Определить относительную величину выполнения плана по выпуску продукции (с точностью до 0,1%) = ... %, если прирост выпуска продукции по сравнению с базисным годом составил:

7. - по плану - 6,7%;

8. - фактически - 9,2%.

9. На какие виды по охвату единиц совокупности подразделяются статистические показатели?

10. На какие виды по форме выражения подразделяются статистические показатели?

11. Как называются показатели, полученные непосредственно в процессе статистического наблюдения как результат измерения?

12. Как называется абсолютный показатель, находящийся в знаменателе, при расчете относительного показателя?

13. В каких единицах выражается относительный показатель, если база сравнения при его расчете принимается за 100, 1000, 10000?

14. Как называется показатель, определяемый по формуле:

$$15. \frac{\text{Текущий показатель}}{\text{Предшествующий или базисный показатель}} ?$$

16. Как называется показатель, определяемый выражением:

$$17. \frac{\text{Показатель , достигнутый в } (i + 1) \text{ период}}{\text{Показатель , планируемый на } (i + 1) \text{ период}} ?$$

18. Как называется показатель, определяемый как соотношение отдельных частей целого между собой?

## Тема 5

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВАРИАЦИИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Различие индивидуальных значений признака внутри изучаемой совокупности – это вариация признака, которая возникает в результате того, что его индивидуальные значения складываются под совокупным влиянием разнообразных факторов, которые по-разному сочетаются в каждом отдельном случае. По степени вариации можно судить об однородности совокупности, устойчивости значений признака, типичности средней, о взаимосвязи между какими-либо признаками.

К *абсолютным показателям вариации* относятся: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

**Размах вариации** – показатель, определяющий насколько велико различие между единицами совокупности, имеющими наибольшее и наименьшее значение признака. Зависимость для его расчета имеет вид:

$$R = x_{\max} - x_{\min} \quad (13)$$

где  $x_{\max}$ ;  $x_{\min}$  – наибольшее (наименьшее) значение признака в совокупности.

**Среднее линейное отклонение** – показатель, отражающий, на сколько в среднем каждое значение признака отклоняется от средней величины и представляет собой обобщенную характеристику степени колеблемости признаков совокупности. Расчетная зависимость для его определения имеет вид:

а) *простое среднее линейное отклонение* для не сгруппированных данных:

$$d = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}, \quad (14)$$

где  $n$  – число наблюдений признака.

б) *взвешенное среднее линейное отклонение* для интервального вариационного ряда:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x'_i - \bar{x}| \times f_i}{\sum f_i}, \quad (15)$$

где  $f$  – частота повторения признака.

**Пример.** Рассмотрим расчет взвешенного среднего линейного отклонения по исходным данным, приведенным в таблице 3.

Для удобства и наглядности вычислений преобразуем таблицу 4 к виду таблицы 5.

Таблица 4 – Распределение населения Пензенской области по возрастным группам на начало  $i$ -го года (без возрастной группы 70 лет и старше)

Возрастной интервал, $x_i$	Численность населения, тыс. чел, $f_i$	Возрастной интервал, $x_i$	Численность населения, тыс. чел, $f_i$
0 - 4	56,7	35 - 39	93,2
5 - 9	57,3	40 - 44	115,5
10 - 14	80,6	45 - 49	121,4
15 - 19	116,6	50 - 54	111,3
20 - 24	104,7	55 - 59	86,7
25 - 29	97,2	60 - 64	61,4
30 - 34	94,7	65 - 69	84,2

В соответствии с данными таблицы 4 имеем:

$$\bar{x} = \frac{\sum x'_i \times f_i}{\sum f_i} = \frac{45605}{1281,5} = 35,6 \text{ года}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |x'_i - \bar{x}| \times f_i}{\sum f_i} = \frac{20415,6}{1281,5} \approx 16 \text{ лет}$$



Таблица 5 – К расчету среднего линейного отклонения

Возрастной интервал, $x_i$ , лет	Численность населения, $f_i$ , тыс. чел.	$x'_i$	$x'_i \times f_i$	$ x'_i - \bar{x}  \times f_i$
0 - 4	56,7	2	113,4	1904,4
5 - 9	57,3	7	401,1	1638,0
10 - 14	80,6	12	967,2	1901,1
15 - 19	116,6	17	1982,2	2167,3
20 - 24	104,7	22	2303,4	1422,6
25 - 29	97,2	27	2624,4	834,7
30 - 34	94,7	32	3030,4	339,7
35 - 39	93,2	37	3448,4	131,7
40 - 44	115,5	42	4851	740,7
45 - 49	121,4	47	5705,8	1385,5
50 - 54	111,3	52	5787,6	1826,7
55 - 59	86,7	57	4941,9	1856,5
60 - 64	61,4	62	3806,8	1621,7
65 - 69	84,2	67	5641,4	2645,0
Итого	1281,5	-	45605	20415,6

**Вывод.** В начале  $i$ -го года в распределении населения Пензенской области по возрастным группам (без учета возрастной группы 70 лет и старше) среднее отклонение вариантов признака от их средней величины составило  $\pm 16$  лет от 35,6 года.

Среднее линейное отклонение позволяет определить обобщенную характеристику колеблемости признака в совокупности, однако при его исчислении приходится иметь дело с модулями алгебраических выражений, что при упрощенных конечных выражениях может приводить к ошибкам и неточностям. Более удобно использовать показатели вариации, найденные с использованием вторых степеней отклонений.

Полученная при этом мера вариации называется дисперсией ( $\sigma^2$ ), а корень квадратный из дисперсии – средним квадратическим отклонением ( $\sigma$ ).

**Дисперсия** - средняя величина квадратов отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины.

Рабочие зависимости для расчета дисперсии имеют вид:

а) *простая дисперсия* для не сгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (16)$$

б) *взвешенная дисперсия* для интервального вариационного ряда

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x'_i - \bar{x})^2 \times f_i}{\sum f_i} \quad (17)$$

**Среднее квадратическое отклонение** – корень квадратный из дисперсии:

а) *простое среднее квадратическое отклонение* для не сгруппированных данных:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (18)$$

б) *взвешенное среднее квадратическое отклонение* для интервального вариационного ряда:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x'_i - \bar{x})^2 \times f_i}{\sum f_i}} \quad (19)$$

Среднее квадратическое отклонение выражается в тех же единицах измерения, что и значение признака.

Дисперсия и среднее квадратическое отклонение определяются по зависимости:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (20)$$

Для удобства и наглядности вычислений преобразуем таблицу 5 к виду таблица 6.

Таблица 6 – К расчету дисперсии

Возрастной интервал, $X_i$ , лет	Численность населения, $f_i$ , тыс. чел.	$x'_i$	$(x'_i - \bar{x})^2 \times f_i$
0 - 4	56,7	2	63963,3
5 - 9	57,3	7	46827,2
10 - 14	80,6	12	44842,3
15 - 19	116,6	17	40283,4
20 - 24	104,7	22	19328,9
25 - 29	97,2	27	7167,5
30 - 34	94,7	32	1218,6
35 - 39	93,2	37	186,0
40 - 44	115,5	42	4749,8
45 - 49	121,4	47	15812,6
50 - 54	111,3	52	29982,0
55 - 59	86,7	57	39752,6
60 - 64	61,4	62	42834,8
65 - 69	84,2	67	83085,5
Итого	1281,5	-	440034,6

В соответствии с данными таблицы 6 имеем:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x'_i - \bar{x})^2 \times f_i}{\sum f_i} = \frac{440034,6}{1281,5} = 343,4$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{343,4} = 18,5 \text{ лет}$$

**Вывод.** Анализ численного значения дисперсии и среднего квадратического отклонения показывает, что в исследуемом интервальном вариационном ряду наблюдается значительный разброс признака относительно его среднего значения.

**Относительные показатели вариации** используются для сравнения колеблемости различных признаков в одной и той же совокупности, либо при сравнении колеблемости одного и

того же признака в разных совокупностях. Базой структуры этих показателей является средняя арифметическая.

К относительным показателям вариации относятся:

**1. Коэффициент осцилляции:**

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \times 100\% \quad (21)$$

**2. Линейный коэффициент вариации:**

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \times 100\% \quad (22)$$

**3. Коэффициент вариации:**

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\% \quad (23)$$

Последний показатель получил наибольшее распространение в практических расчетах. Если коэффициент вариации больше 33%, то статистическая совокупность считается неоднородной по своему составу.

В соответствии с ранее выполненными расчетами имеем:

$$\begin{aligned} V_R &= \frac{67,2}{35,6} \times 100\% \approx 183\% \\ V_{\bar{d}} &= \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \times 100\% = \frac{16}{35,6} \times 100\% \approx 50\% \\ V_{\sigma} &= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\% = \frac{18,5}{36,5} \times 100\% \approx 51\% \end{aligned}$$

**Вывод.** Учитывая, что полученный коэффициент вариации больше 33%, можно утверждать, что исследуемый интервальный вариационный ряд неоднороден по изучаемому признаку (возрастному составу).

## Задание к лабораторной работе №5 «Определение вариации социально-экономических показателей»

**Цель работы:** научиться рассчитывать, анализировать и делать выводы по численному значению абсолютных и относительных показателей вариации: размаху вариации, среднему линейному отклонению, дисперсии, среднему квадратическому отклонению, коэффициенту осцилляции, линейному коэффициенту вариации и коэффициенту вариации.

### Порядок выполнения работы

1. Используя статистический материал и варианты заданий, приведенные в приложении 7, рассчитать:

- простое среднее линейное отклонение;
- простое значение дисперсии;
- простое значение среднеквадратического отклонения;
- взвешенное значение дисперсии;
- взвешенное значение среднеквадратического отклонения;
- коэффициент осцилляции (по не сгруппированным данным);
- линейный коэффициент вариации (по не сгруппированным данным);
- коэффициент вариации (по не сгруппированным данным).

При расчете среднего значения варьирующего признака по не сгруппированным данным можно воспользоваться функцией **СРЗНАЧ** табличного процессора Excel.

При расчете простого среднего линейного отклонения можно воспользоваться функцией **СРОТКЛ** табличного процессора Excel.

При расчете простой дисперсии можно воспользоваться функцией **ДИСПР** табличного процессора Excel.

При расчете **простого** среднеквадратического отклонения можно воспользоваться функцией **СТАНДОТКЛОНП** табличного процессора Excel.

2. По каждому из полученных коэффициентов сделать **выводы**.

### Контрольные вопросы и задания

1. Дисперсия признака = ... (с точностью до 0,1) при условии:

Показатель	Значение показателя
Средняя величина признака, руб.	22
Коэффициент вариации, %	26

2. Коэффициент вариации = ...% (с точностью до 0,1%) при условии:

Показатель		Значение показателя
Средняя величина признака, руб.		22
Дисперсия		36

3. По какой формуле производится расчет дисперсии признака?

4. Средняя величина признака = ... при условии:

Показатель	Значение показателя
Средний квадрат индивидуальных значений признака	625
Дисперсия	400

5. Перечислите абсолютные показатели вариации.

6. Как определяется размах вариации?

7. Что относится к относительным показателям вариации?

8. По следующим данным рассчитайте среднее квадратическое отклонение: 10,20,30,40 с точностью до 0,1.

9. По следующим данным рассчитайте дисперсию:  
10,20,30.
10. Чему равна дисперсия постоянной величины?
11. Как изменится среднее квадратическое отклонение при увеличении всех значений признака совокупности в  $k$  раз?
12. Какое количество наблюдений случайной величины находится в интервале, определяемом правилом 3-х сигм?
13. Как называется отношение значения размаха вариации к значению средней арифметической?
14. Как называется отношение значения среднего квадратического отклонения к значению средней арифметической?
15. Какой из относительных показателей вариации получил на практике наибольшее распространение?

## Тема 6

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТРУКТУРНЫХ СРЕДНИХ ВАРИАЦИОННЫХ РЯДОВ

К структурным средним вариационного ряда относятся мода (Мо) и медиана (Ме).

**Мода** представляет собой значение изучаемого признака, повторяющегося с наибольшей частотой.

**Медианой** называется значение признака, приходящегося на середину ранжированной (упорядоченной) совокупности.

**Пример.** Рассмотрим пример вычисления моды и медианы по *не сгруппированным данным*. Предположим, что группа студентов из 5 человек, имеет следующие показатели роста, см.: 165, 160, 165, 170, 175. Так, как в группе больше всего студентов, имеющих рост 165 см., то этот рост и будет *модальным* для данной группы студентов.

Для определения медианы необходимо провести ранжирование: 160, 165, 165, 170, 175. Центральным в этом ряду является рост 165 см., следовательно, он и будет *медианным*. Если ранжированный ряд включает четное число единиц, то медиана определяется как средняя из двух центральных значений.

Для сгруппированных данных в виде дискретных рядов распределения определение моды и медианы рассмотрим для исходных данных, приведенных в таблице 7.

Таблица 7 – Распределение студентов учебной группы по текущей успеваемости

Текущая успеваемость	Численность студентов
«отлично»	4
«хорошо»	8
«удовлетворительно»	12
«неудовлетворительно»	2
Всего	26



Наибольшую частоту имеют студенты, успевающие на «удовлетворительно», следовательно, именно эта успеваемость является *модальной*.

Для определения медианного значения признака необходимо определить *номер медианной единицы* ряда по следующей зависимости:

$$N_{Me} = \frac{n + 1}{2}, \quad (24)$$

где  $n$  – объем совокупности.

Для рассматриваемого примера:

$$N_{Me} = \frac{26 + 1}{2} = 13,5$$

Полученное значение указывает на то, что точная середина находится между 13 и 14 студентами. Необходимо определить к какой группе относятся студенты с этими порядковыми номерами. Это можно установить, рассчитав *накопленные частоты*. Очевидно, что студентов с этими номерами нет в первой группе, ни во второй группе, так как накопленная частота для второй группы равна  $(4 + 8) = 12$ . 13 и 14 студенты находятся в третьей группе  $(4 + 8 + 12) = 24$ , следовательно, *медианной* является «удовлетворительная» успеваемость учебной группы.

Расчет моды и медианы для ***интервальных вариационных рядов*** производится по формулам:

$$M_o = x_o + i \times \frac{(f_{Mo} - f_{Mo-1})}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} + f_{Mo+1})}, \quad (25)$$

где  $X_o$  – нижняя граница модального интервала (*модальным* называется интервал, имеющий наибольшую частоту);  $i$  – величина модального интервала;  $f_{Mo}$  – частота модального интервала;  $f_{Mo-1}$ ;  $f_{Mo+1}$  – частота интервала, предшествующего модальному и следующего за модальным соответственно.

$$M_e = x_0 + i \times \frac{\frac{1}{2} \sum f_i - S_{Me-1}}{f_{Me}}, \quad (26)$$

где  $X_0$  – нижняя граница медианного интервала (*медианным* называется первый интервал, накопленная частота которого превышает половину общей суммы частот);  $i$  – величина медианного интервала;  $S_{Me-1}$  – накопленная частота интервала, предшествующего медианному;  $f_{Me}$  – частота медианного интервала.

Рассмотрим пример расчета моды и медианы, используя исходные данные, приведенные в таблице 4 лабораторной работы № 5.

Анализируя данные таблицы 4 видно, что наибольшую частоту (121,4) имеет значение показателя, находящегося в интервале (45-49) лет.

Тогда исходные данные, необходимые для расчета моды, имеют вид таблица 8.

Таблица 8 – Исходные данные для расчета моды

Обозначение	$X_0$ , лет	$i$ , лет	$f_{Mo}$ , тыс. чел.	$f_{Mo-1}$ , тыс. чел.	$f_{Mo+1}$ , тыс. чел.
Численное значение	45	4	121,4	115,5	111,3

Подставляя данные таблицы 8 в зависимость (25), получим:

$$M_o = 45 + 4 \times \frac{(121,4 - 115,5)}{(121,4 - 115,5) + (121,4 + 111,3)} = 46,5 \text{ лет}$$

**Вывод.** В начале  $i$ -го года в структуре населения Пензенской области наиболее часто встречался возраст, составляющий 46,5 лет.

Для определения медианного интервала рассчитаем накопленные частоты. Преобразуем таблицу 4 к виду, представленному в таблице 9.

Таблица 9 – К расчету медианы

Возрастной интервал, $X_i$ , лет	Численность населения, $f_i$ , тыс. чел	Накопленная частота	Структурные средние
0-4	56,7	56,7	-
5-9	57,3	114,0	-
10-14	80,6	194,6	-
15-19	116,6	311,2	-
20-24	104,7	415,9	Интервал первого квартиля
25-29	97,2	513,1	-
30-34	94,7	607,8	-
35-39	93,2	701,0	Медианный интервал
40-44	115,5	816,5	-
45-49	121,4	937,9	-
50-54	111,3	1049,2	Интервал третьего квартиля
55-59	86,7	1135,9	-
60-64	61,4	1197,3	-
65-69	84,2	1281,5	-
Итого	1281,5	-	-

Из таблицы 9 видно, что первым интервалом, накопленная частота которого превышает половину общей суммы накопленных частот ( $1281,5/2 = 640,7$ ), является интервал 35-39 лет.

Тогда, исходные данные, необходимые для расчета медианы, имеют вид таблицы 10.

Таблица 10 – Исходные данные для расчета медианы

Обозначение	$x_i$ , лет	$i$ , лет	$\frac{1}{2} \sum f_i$ , тыс. чел.	$S_{Me-1}$ , тыс. чел.	$f_{Me}$ , тыс. чел.
Численное значение	35	4	640,7	607,8	93,2

Подставляя данные таблицы 10 в зависимость (26), получим:

$$M_e = x_0 + i \times \frac{\frac{1}{2} \times \sum f_i - S_{Me-1}}{f_{Me}} = 35 + 4 \times \frac{(640,7 - 607,8)}{93,2}$$

$$= 36,4 \text{ лет}$$

**Вывод.** Одна половина населения Пензенской области в начале i-го года имела возраст до 36,4 лет, а вторая половина населения находилась в возрасте более 36,4 лет.

Аналогично с нахождением медианы в вариационных рядах распределения можно также отыскать значение признака у любой по порядку единицы ранжированного ряда. Так, например, можно найти значение признака у единиц, делящих ряд на четыре равные части, на пять равных частей, на десять или сто частей. Эти величины называются «квартили», «квинтили», «децили», и «перцентили» [13-16].

**Квартили** представляют собой значение признака, делящие ранжированную совокупность на четыре равные части.

Различают квартиль нижний ( $Q_1$ ), отделяющий  $\frac{1}{4}$  часть совокупности с наименьшими значениями признака, и квартиль верхний ( $Q_3$ ), отделяющий  $\frac{1}{4}$  часть с наибольшими значениями признака. Это означает, что 25 % единиц совокупности будут меньше по величине  $Q_1$ ; 25% единиц будут заключены между  $Q_1$  и  $Q_2$ ; 25 % - между  $Q_2$  и  $Q_3$  и остальные 25 % превосходят  $Q_3$ . При этом средним квартилем  $Q_2$  является медиана.

Для расчета квартилей по интервальному вариационному ряду используются формулы:

$$Q_1 = x_{Q_1} + i \times \frac{\frac{1}{4} \sum f_i - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}} \quad (28)$$

$$Q_3 = x_{Q_3} + i \times \frac{\frac{3}{4} \times \sum f_i - S_{Q_{3-1}}}{f_{Q_3}}, \quad (29)$$

где  $x_{Q_1}$  – нижняя граница интервала, содержащего нижний квартиль (интервал определяется по накопленной частоте, первой превышающей 25% общей суммы частот);  $x_{Q_3}$  – нижняя граница интервала, содержащего верхний квартиль (интервал определяется по накопленной частоте, первой превышающей 75%);  $i$  – величина интервала;  $S_{Q_1-1}$  – накопленная частота интервала, предшествующего интервалу, содержащему нижний квартиль;  $S_{Q_3-1}$  – то же для верхнего квартиля;  $f_{Q_1}$ ,  $f_{Q_3}$  – частота интервала, содержащего нижний и верхний квартиль соответственно.

Из таблицы 9 видно, что первым интервалом, накопленная частота которого превышает 25% общей суммы накопленных частот ( $1281,5 / 4 = 320,4$ ), является интервал 20-24 лет. Это и будет интервал первого квартиля. Аналогично для третьего квартиля ( $3/4 \times 1281,4 = 961$ ) интервал составляет 50-54 лет.

Исходные данные для расчета первого и третьего квартилей приведены в таблице 11.

Таблица 11 – Исходные данные для расчета первого и третьего квартилей

Первый квартиль	$x_{Q_1}$ , лет	$i$ , лет	$\frac{1}{4} \sum f_i$ тыс. чел.	$S_{Q_1-1}$ , тыс. чел.	$f_{Q_1}$ , тыс. чел.
	20	4	320,4	311,2	104,7
Третий квартиль	$x_{Q_3}$ , лет	$i$ , лет	$\frac{3}{4} \sum f_i$ , тыс. чел.	$S_{Q_3-1}$ , тыс. чел.	$f_{Q_3}$ , тыс. чел.
	50	4	961	937,9	111,3

Подставляя данные таблицы 11 в зависимости (28) и (29), получим:

$$Q_1 = x_{Q_1} + i \times \frac{\frac{1}{4} \times \Sigma f - S_{Q_{1-1}}}{f_{Q_1}} = 20 + 4 \times \frac{(320,4 - 311,2)}{104,7} = 20,4 \text{ года}$$

$$Q_3 = x_{Q_3} + i \times \frac{\frac{3}{4} \times \Sigma f - S_{Q_{3-1}}}{f_{Q_3}} = 50 + 4 \times \frac{(961 - 937,9)}{111,3} = 50,8 \text{ года}$$

**Вывод.** Наибольший возраст четверти самого молодого населения Пензенской области на начало  $i$ -го года (без учета возрастной группы 70 лет и старше) будет составлять 20,4 года, а наименьший возраст четверти наиболее пожилого населения Пензенской области на начало  $i$ -го года (без учета возрастной группы 70 лет и старше) будет составлять 50,8 года.

### Задание к лабораторной работе №6 «Определение структурных средних вариационных рядов»

**Цель работы:** научиться определять, анализировать и делать выводы по численным значениям моды, медианы и квартилей.

#### Порядок выполнения работы

1. В соответствии с вариантом задания и статистическим материалом, приведенным в приложении 8, последовательно выполнить расчеты:

- моды;
- медианы;
- квартилей

2. Сделать выводы по полученным данным.

## Контрольные вопросы и задания

1. Что такое вариационный ряд распределения?
2. Как графически описывается приведенный в таблице ряд?

3. Даны группы квартир по размеру:

Общая площадь, м <sup>2</sup>	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70
Число квартир, тыс. ед.	10	35	30	15	5

4. Назовите кривую, используемую для графического изображения относительной концентрации единиц совокупности?

5. Медиана в ряду распределения рабочих по уровню заработной платы равна 12 тыс. руб., сделайте вывод.

6. В каком интервале находится значение моды и медианы для приведенного ниже ряда распределения?

Группы семей по размеру жилой площади, приходящейся на одного человека, м <sup>2</sup>	3 - 5	5 - 7	7 - 9	9 - 11	11 и более
Число семей, тыс.ед.	10	22	28	30	26

7. Перечислите показатели структуры вариационного ряда.

8. Что представляет собой мода?
9. Что называется медианой?
10. О чем свидетельствует тот факт, что модальное значение признака больше средней величины признака?

11. Определите вид приведенного ниже ряда распределения.

Тарифный разряд рабочих	2	3	4	5	6
Число рабочих, чел.	8	16	17	12	7

12. Определите моду и медиану в ряду распределения.

13. Определите медиану на основе данных о результатах экзамена по статистике:

Балл оценки знаний студентов	2 (неудовлетво рительно)	3 (удовлетво рительно)	4 (хорошо)	5 (отлично)
Число студентов, чел.	9	12	24	15

14. С использованием какого графика определяется мода?

15. Определите моду и медиану по данным о распределении работников предприятия по размеру месячной заработной платы:

Группы работников по размеру заработной платы, руб.	Число работников, чел.
10000 – 12000	30
12000 – 14000	45
14000 – 16000	80
16000 – 18000	60
18000 - 20000	35

16. Определите моду для следующих значений признака: 3, 3, 3, 5, 5, 6, 9, 11, 12, 13

17. Определите моду для следующих значений признака: 3, 3, 4, 4, 6, 6, 6, 7, 9, 9

18. Определите моду и медиану по приведенному вариационному ряду:

x	30	40	50
m	2	5	4



## Тема 7

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВЫБОРОЧНОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Под **выборочным наблюдением** понимается такое не сплошное наблюдение, при котором статистическому наблюдению подвергаются единицы статистической совокупности, отобранные случайным образом.

Главная *цель выборочного наблюдения* - по результатам обследования части статистической совокупности дать характеристику всей совокупности в целом.

Совокупность отобранных для обследования единиц в статистике принято называть **выборочной**, а совокупность единиц, из которой производится отбор, - **генеральной**.

Обозначения основных характеристики параметров генеральной и выборочной совокупности приведены в таблице 12.

Таблица 12 – Основные характеристики генеральной и выборочной совокупностей

Характеристика	Генеральная совокупность	Выборочная совокупность
Объем совокупности (численность единиц).	N	n
Численность единиц, обладающих обследуемым признаком	M	m
Доля единиц, обладающих обследуемым признаком	$P = \frac{M}{N}$	$W = \frac{m}{n}$
Средний размер признака	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$	$\tilde{x} = \frac{\sum x_i}{n}$
Дисперсия признака	$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}$	$\sigma_{\tilde{x}}^2 = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2}{n}$
Дисперсия доли	$\sigma_P^2 = p \times q$	$\sigma_W^2 = W \times (1 - W)$

где  $q$  – доля единиц, не обладающих исследуемым признаком.

**Предельной ошибкой выборочной средней**

$\Delta_{\tilde{x}}$  называется разность между средней величиной показателя в генеральной совокупности и ее величиной, вычисленной по результатам выборочного наблюдения  $\Delta_{\tilde{x}} = |\bar{x} - \tilde{x}|$ .

В теории статистики доказано, что величина предельной ошибки выборки не должна превышать соотношения:

$$\Delta_{\tilde{x}} \leq t \times \mu, \quad (30)$$

где величина  $\mu$  называется средним квадратическим отклонением выборочной средней от генеральной средней либо **средней ошибкой выборки** и определяется по зависимости:

$$\mu = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n}}, \quad (31)$$

где  $\sigma_{\bar{x}}$  – среднее квадратическое отклонение в генеральной совокупности;  $n$  – число наблюдений;  $t$  – **коэффициент доверия**, параметр, указывающий на значение вероятности того, на какую величину генеральная средняя будет отличаться от выборочной средней.

Соотношения между дисперсиями генеральной и выборочной совокупности выражается формулой:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \sigma_{\tilde{x}}^2 \times \frac{n}{n-1} \quad (32)$$

Поскольку величина  $\frac{n}{n-1}$  при достаточно больших  $n$  близка к 1, то можно приближенно считать, что выборочная и генеральные дисперсии равны:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 \approx \sigma_{\tilde{x}}^2 \quad (33)$$

Математиком А. М. Ляпуновым составлены специальные таблицы, связывающие коэффициент доверия  $t$  с вероятностью того, что разность между выборочной и генеральной средними не превысит значения средней ошибки выборки  $\mu$ :

$t = 1 \Rightarrow F(t) = 0,683$	$t = 1,5 \Rightarrow F(t) = 0,866$
$t = 2 \Rightarrow F(t) = 0,954$	$t = 2,5 \Rightarrow F(t) = 0,988$
$t = 3 \Rightarrow F(t) = 0,997$	$t = 3,5 \Rightarrow F(t) = 0,999$

Из первой строки левого столбца видно: с вероятностью 0,683 можно утверждать, что разность между выборочной и генеральной средними не превысит одной величины средней ошибки выборки, или, другими словами, в 68,3% случаев ошибка репрезентативности не выйдет за пределы  $\pm \mu$ . И далее видно, что чем больше пределы, в которых допускается возможная ошибка, тем с большей вероятностью судят о ее величине.

Зная выборочную среднюю величину признака  $\tilde{x}$  и предельную ошибку выборочной средней  $\Delta_{\tilde{x}}$ , можно рассчитать *границы (пределы)*, в которых заключена генеральная средняя:

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}} \quad (34)$$

**Вид** формирования выборочной совокупности подразделяется на индивидуальный, групповой и комбинированный.

**Метод** отбора - бесповторный и повторный.

*Бесповторным* называется такой отбор, при котором попавшая в выборку единица не возвращается в совокупность, из которой осуществляется дальнейший отбор.

При *повторном* отборе попавшая в выборку единица после регистрации наблюдаемых признаков возвращается в

исходную (генеральную) совокупность для участия в дальнейшей процедуре отбора.

**Способ** отбора определяет конкретный механизм выборки единиц из генеральной совокупности и подразделяется на: собственно-случайный; механический; типический; серийный; комбинированный.

Рассмотрим более подробно собственно - случайный отбор, который технически проводится методом жеребьевки или по таблице случайных чисел.

**Собственно – случайный отбор** может быть *повторным* и *бесповторным*.

Средняя ошибка повторной собственно-случайной выборки определяется по зависимости (31).

**Пример.** По исходным данным, приведенным в таблице 13, рассчитать:

1. Предельную ошибку выборочной средней собственно случайной *повторной* выборки с вероятностью 0,954 и границы изменения генеральной средней.

2. Предельную ошибку выборочной средней собственно случайной *бесповторной* выборки с вероятностью 0,954 и границы изменения генеральной средней при условии, что приведенные в таблице 13 данные являются результатом 10% бесповторного отбора.

3. С вероятностью 0,954 в условиях собственно случайной *бесповторной* выборки определить границы доли лиц, у которых величина среднедушевого денежного дохода менее 3 тыс. д.е. при условии, что приведенные в таблице 13 данные являются результатом 10% бесповторного отбора.

Таблица 13 – Результаты выборочного обследования семей районного муниципального образования по величине среднедушевого денежного дохода

Доход, тыс. д.е.	до 1	1 - 2	2 - 3	3 - 4	4 - 5	5 - 6	6 - 7	свыше 7
Число семей, ед.	50	210	320	160	115	75	40	30

Алгоритм определения предельной ошибки выборочной средней собственно случайной *повторной* выборки с вероятностью 0,954 будет заключаться в следующем.

1. Определяем выборочную среднюю арифметическую взвешенную. Для удобства расчетов перестраиваем таблицу 13 к виду, представленному в таблице 14.

Таблица 14 – К расчету средней арифметической взвешенной

Доход $x_i$ , тыс. д.е.	Число семей $f_i$ , ед.	Середина интервала, $x'_i$ , тыс. д.е.	$x'_i \times f_i$ , тыс. д.е.
До 1	50	0,5	25
1 - 2	210	1,5	315
2 - 3	320	2,5	800
3 - 4	160	3,5	560
4 - 5	115	4,5	517,5
5 - 6	75	5,5	412,5
6 - 7	40	6,5	260
Свыше 7	30	7,5	225
Итого	1000	-	3115

$$\tilde{x} = \frac{\sum x'_i \times f_i}{\sum f_i} = \frac{3115}{1000} = 3,115 \text{ тыс. д.е.}$$

2. Рассчитываем дисперсию признака в выборочной совокупности. Для удобства расчетов перестраиваем таблицу 14 к виду, представленному в таблице 15.

$$\sigma_{\tilde{x}}^2 = \frac{\sum (x'_i - \tilde{x}) \times f_i}{\sum f_i} = \frac{2641,56}{1000} = 2,642$$

3. Выборочное значение среднего квадратического отклонения равно:

$$\sigma_{\tilde{x}} = \sqrt{\sigma_{\tilde{x}}^2} = \sqrt{2,642} = 1,625 \text{ тыс. д.е.}$$

Таблица 15 – К расчету дисперсии признака в выборочной совокупности

Доход $x_i$ , тыс. д.е.	Число семей $f_i$ , ед.	Середина интервала, $x'_i$ , тыс. д.е.	$(x'_i - \bar{x})^2 \times f_i$
До 1	50	0,5	341,91
1 - 2	210	1,5	472,50
2 - 3	320	2,5	121,03
3 - 4	160	3,5	23,72
4 - 5	115	4,5	220,60
5 - 6	75	5,5	426,62
6 - 7	40	6,5	458,33
Свыше 7	30	7,5	576,85
Итого	1000		2641,56

4. Определяем среднюю ошибку собственно случайной повторной выборки по зависимости:

$$\mu = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} = \frac{1,625}{\sqrt{1000}} = 0,052 \text{ тыс. д.е.}$$

5. По заданной в условии задачи вероятности 0,954, в соответствии с ранее приведенными данными, определяем значение коэффициента доверия  $t$ . Вероятности 0,954 соответствует значение  $t = 2$ .

6. Определяем предельную ошибку выборочной средней собственно - случайной повторной выборки:

$$\Delta_{\bar{x}} \leq t \times \mu = 2 \times 0,052 = 0,104 \text{ тыс. д.е.}$$

7. Границы изменения генеральной средней определяем по зависимости:

$$\begin{aligned} \bar{x} - \Delta_{\bar{x}} &\leq \bar{x} \leq \bar{x} + \Delta_{\bar{x}} \\ 3,115 - 0,104 &\leq \bar{x} \leq 3,115 + 0,104 \\ 3,011 &\leq \bar{x} \leq 3,219 \end{aligned}$$

**Вывод.** По результатам выборочного обследования семей районного муниципального образования в условиях собственно случайной повторной выборки с вероятностью 0,954 можно утверждать, что величина среднедушевого денежного

дохода в целом по району будет находиться в пределах от 3,011 тыс. д.е. до 3,219 тыс. д.е.

При расчете *средней ошибки собственно – случайной бесповторной выборки* необходимо учесть поправку на бесповторность отбора. В этом случае расчетная зависимость для определения *средней ошибки выборочной средней* имеет вид:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_{\tilde{x}}^2}{n} \times \left(1 - \frac{n}{N}\right)}, \quad (35)$$

где  $N$  - объем генеральной совокупности.

Тогда, с учетом ранее выполненных вычислений и условием того, что приведенные в таблице 13 данные являются результатом 10% бесповторного отбора получим:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_{\tilde{x}}^2}{n} \times \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{2,642}{1000} \times \left(1 - \frac{1000}{10000}\right)} = 0,049 \text{ тыс. д.е.}$$

Предельная ошибка выборочной средней:

$$\Delta_{\tilde{x}} \leq t \times \mu = 2 \times 0,049 = 0,098 \text{ тыс.д.е.}$$

Окончательно границы изменения генеральной средней соответственно равны:

$$3,115 - 0,098 \leq \bar{x} \leq 3,115 + 0,098$$

$$3,017 \leq \bar{x} \leq 3,213$$

**Вывод.** По результатам выборочного обследования семей районного муниципального образования в условиях собственно случайной бесповторной выборки с вероятностью 0,954 можно утверждать, что величина среднедушевого денежного дохода в целом по всему району будет находиться в пределах от 3,017 тыс. д.е. до 3,213 тыс. д.е.

Из приведенных результатов по первой и второй задаче видно, что границы изменения генеральной средней по

бесповторной собственно случайной выборке меньше, чем при повторной выборке.

При расчете по долевному признаку из таблицы 13 видно, что численность семей, среднедушевой доход которых менее 3 тыс. д.е. составляет 580. Тогда доля лиц, обладающих исследуемым признаком соответственно равна:

$$W = \frac{580}{1000} = 0,580$$

Дисперсия доли в выборочной совокупности равна:

$$\sigma_W^2 = W \times (1 - W) = 0,580 \times (1 - 0,580) = 0,244$$

Средняя ошибка выборочной доли равна:

$$\mu_W = \sqrt{\frac{\sigma_W^2}{n} \times \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,244}{1000} \times \left(1 - \frac{1000}{10000}\right)} = 0,015 \quad \text{П}$$

редельная ошибка выборочной доли равна:

$$\Delta_W \leq t \times \mu_W = 2 \times 0,015 = 0,03$$

Окончательно границы генеральной доли лиц, у которых величина среднедушевого денежного дохода менее 3 тыс. д.е. соответственно равны:

$$0,580 - 0,03 \leq P \leq 0,580 + 0,03$$

$$0,55 \leq P \leq 0,61$$

**Вывод.** По результатам выборочного обследования семей районного муниципального образования с вероятностью 0,954 можно утверждать, что доля семей, имеющих величину среднедушевого дохода менее 3 тыс. д.е., в целом по районному муниципальному образованию, будет находиться в пределах от 55% до 61%.

Для определения *необходимой численности выборки* исследователь должен знать уровень точности выборочной совокупности с определенной вероятностью.

В общем случае необходимая численность выборки прямо пропорциональна дисперсии признака и квадрату коэффициента доверия  $t^2$ .



Зависимости для определения необходимого объема выборки для собственно-случайного способа формирования выборочной совокупности приведены в таблице 16.

Таблица 16 - Необходимый объем выборки для собственно-случайного способа формирования выборочной совокупности

Цель отбора	Повторный отбор	Бесповторный отбор
определение среднего размера признака	$n = \frac{t^2 \times \sigma_{\bar{x}}^2}{\Delta_{\bar{x}}^2}$	$n = \frac{t^2 \times \sigma_{\bar{x}}^2 \times N}{\Delta_{\bar{x}}^2 \times N + t^2 \times \sigma_{\bar{x}}^2}$
определении доли признака	$n = \frac{t^2 \times W \times (1 - W)}{\Delta_w^2}$	$n = \frac{t^2 \times W \times (1 - W) \times N}{\Delta_w^2 \times N + t^2 \times W \times (1 - W)}$

Рассмотрим примеры использования приведенных в таблице 15 зависимостей.

**Пример 1.** Для определения средней длины детали следует провести обследование методом случайного *повторного* отбора. Какое количество деталей необходимо отобрать, чтобы ошибка выборочной средней не превышала 3 мм с вероятностью 0,997 при среднем квадратическом отклонении 6 мм. Ошибка и среднее квадратическое отклонение заданы, исходя из технических условий.

$$\text{При } P = 0,997 \Rightarrow t = 3$$

$$\text{Тогда } n = \frac{3^2 \times 6^2}{3^2} = 36 \text{ деталей}$$

**Пример 2.** В микрорайоне проживет 5000 семей. В условиях случайной *бесповторной* выборки определить необходимый объем выборки для расчета среднего размера семьи при условии, что ошибка выборочной средней не должна превышать 0,8 человека с вероятностью  $P = 0,954$  и при среднем квадратическом отклонении 3 человека. Ошибка и среднее

квадратическое отклонение определены на основе пробного исследования.

При  $P = 0,954 \Rightarrow t = 2$

$$\text{Тогда } n = \frac{2^2 \times 3^2 \times 5000}{0,8^2 \times 5000 + 2^2 \times 3^2} \approx 56 \text{ семей}$$

### **Задание к лабораторной работе №7** **«Определение показателей выборочного наблюдения»**

**Цель работы:** научиться рассчитывать характеристики случайной выборки.

#### **Порядок выполнения работы**

В соответствии с вариантом задания и статистическим материалом, приведенным в приложении 9, последовательно выполнить четыре задания и сделать выводы.

По результатам наблюдений проведена 10% случайная бесповторная выборка с целью определения среднего душевого денежного дохода. Определить:

1. Средний размер душевого дохода для заданной категории населения, гарантируя результат с заданной в п. 9.1 вероятностью.
2. Долю населения, имеющего заданный душевой доход и выше, гарантируя результат с заданной в п. 9.1 вероятностью;
3. Необходимую численность выборки при определении среднего размера душевого дохода, чтобы с заданной вероятностью предельная ошибка выборочной средней не превышала заданной в п. 9.1 величины;
4. Необходимую численность выборки при определении доли населения с заданным размером душевого дохода и выше, с заданной вероятностью такой, чтобы предельная ошибка выборочной доли не превышала заданного в п. 9.1 процента.

## Контрольные вопросы и задания

1. Что такое дисперсия альтернативного признака?
2. Какого значения не превышает доля браков «вдогонку» в регионе, с вероятностью 0,95 ( $t = 1,96$ )?
3. Во сколько раз увеличится объем повторной случайной выборки (с точностью до 0,01), если вероятность, гарантирующую результат, увеличить с 0,954 ( $t = 2$ ) до 0,997 ( $t = 3$ )?
4. Определите среднюю площадь в расчете на одного жителя при условии: средняя площадь, приходящаяся на одного жителя, в выборке составила 19 м<sup>2</sup>; средняя ошибка выборки равна 0,23 м<sup>2</sup>; коэффициент доверия  $t = 2$  (при вероятности 0,954).
5. Определите долю людей, не обеспеченных жильем, в генеральной совокупности с вероятностью 0,954 (коэффициенте доверия  $t = 2$ ) при условии: доля людей, не обеспеченных жильем в соответствии с социальными нормами составляет в выборке 10 %; средняя ошибка выборки равна 0,1%.
6. Во сколько увеличится объем повторной случайной выборки, если среднее квадратическое отклонение увеличится в 2 раза?
7. Какие виды выборки различают по способу формирования выборочной совокупности?
8. Дополните формулу расчета объема выборки при бесповторном случайном отборе (оценивается среднее значение признака):

$$n = \frac{t^2 \times N \times \dots}{N \times \Delta \frac{2}{\bar{x}} + t^2 \times \sigma_{\bar{x}}^2}$$

9. Дополните формулу расчета объема выборки при бесповторном случайном отборе (оценивается среднее значение признака):

$$n = \frac{t^2 \times N \times \sigma_{\bar{x}}^2}{N \times \dots + t^2 \times \sigma_{\bar{x}}^2}$$

10. Дополните формулу расчета объема выборки при бесповторном случайном отборе (оценивается среднее значение признака):

$$n = \frac{t^2 \times N \times \sigma_{\tilde{x}}^2}{N \times \Delta_{\tilde{x}}^2 + t^2 \times \dots}$$

11. От чего зависит репрезентативность результатов выборочного наблюдения?

12. Для расчета средней ошибки выборки используют формулу:

$$\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n - 1}}$$

Всегда ли это верно?

13. Как изменится средняя ошибка случайной повторной выборки, если ее объем увеличить в 4 раза?

14. Дополните формулу предельной ошибки случайной выборки при бесповторном отборе:

$$\dots \times \sqrt{\frac{\sigma_{\tilde{x}}^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

15. Что характеризует средняя ошибка выборки  $\mu$ ?

16. Что понимают под выборочным наблюдением?

17. Какие ошибки характерны для выборочного наблюдения?

18. Какие существуют способы отбора единиц в выборочную совокупность?

19. Чему равна дисперсия (с точностью до 0,0001), если:

1) при осмотре партии деталей среди них оказалось 2% бракованных? 2) при осмотре 200 деталей среди них оказалось 10 бракованных?

21. Чему равна численность выборки, которая позволила бы оценить долю брака в партии хлебобулочных изделий из 10000 единиц с точностью до 2% при 5%-м уровне значимости?

## Тема 8

### КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ В ИССЛЕДОВАНИИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ СВЯЗИ МЕЖДУ СОЦИАЛЬНО- ЭКОНОМИЧЕСКИМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

**Корреляционный метод анализа** является составляющим элементом более общего метода количественного статистического анализа связей – **корреляционно – регрессионного**.

При этом корреляционно – регрессионный анализ как общее понятие включает в себя измерение тесноты и направления связи (корреляционный анализ), а также установления аналитического выражения формы связи (регрессионный анализ).

Количественно оценить тесноту и направление связи между двумя признаками при парной корреляции можно посредством расчета линейного коэффициента корреляции.

**Линейный коэффициент корреляции** характеризует тесноту и направление связи между двумя коррелируемыми признаками в случае наличия между ними линейной зависимости.

Линейный коэффициент корреляции имеет большое значение при исследовании социально - экономических явлений и процессов, распределение которых *близко к нормальному*.

На практике применяются различные модификации формул для расчета данного коэффициента. Наиболее простой из них является зависимость вида:

$$r = \frac{\overline{x \times y} - \bar{x} \times \bar{y}}{\sigma_x \times \sigma_y} \quad (36)$$

Физическая интерпретация значений коэффициента корреляции приведена в таблице 17.

Таблица 17 - Оценка линейного коэффициента корреляции

Значение линейного коэффициента корреляции	Характер связи	Интерпретация связи
$r = 0$	Отсутствует	-
$0 < r < 1$	Прямая	С увеличением $x$ увеличивается $y$
$-1 < r < 0$	Обратная	С увеличением $x$ уменьшается $y$ , и наоборот
$r = 1$	Функциональная	Каждому значению факторного признака строго соответствует одно значение результативного признака

Значимость линейного коэффициента корреляции проверяется на основе  **$t$  – критерия Стьюдента**. При этом выдвигается и проверяется нулевая гипотеза ( $H_0$ ) о равенстве коэффициента корреляции нулю [ **$H_0: r = 0$** ]. При проверке этой гипотезы используется  $t$  – статистика:

$$t_p = \sqrt{\frac{r^2}{1 - r^2}} \times (n - 2) = \frac{|r|}{\sqrt{1 - r^2}} \times \sqrt{n - 2} \quad (37)$$

Если расчетное значение  $t_p > t_{кр}$  (табличного), то гипотеза  $H_0$  отвергается, что свидетельствует о значимости линейного коэффициента корреляции, а следовательно, и о **статистической существенности зависимости между  $X$  и  $Y$** .

Данный критерий оценки значимости применяется для совокупностей  $n < 50$ . При большем числе наблюдений  $n > 100$  используется следующая формула для определения  $t$  – статистики:

$$t_p = \frac{|r|}{\sqrt{1 - r^2}} \times \sqrt{n} \quad (38)$$

**Пример.** По исходным данным, приведенным в таблице 18, рассчитать линейный коэффициент корреляции. Сделать выводы.

Для удобства и наглядности промежуточных расчетов перестроим таблицу 18 к виду, представленному в таблице 19.

Таблица 18 - Характеристика использования библиотечного фонда библиотек районных муниципальных образований Пензенской области в  $i$ -м году

Районы Пензенской области	Фонд $u_i$ , тыс. экз.	Пользователи $x_i$ , тыс. чел.
Башмаковский	240,1	17,0
Беднодемьяновский	179,8	10,6
Бековский	178,5	10,8
Белинский	416,5	25,2
Бессоновский	181,6	15,3
Вадинский	193,8	7,0
Городищенский	268,4	19,0
Земетчинский	289,1	21,7
Иссинский	147,1	11,5
Каменский	246,4	16,2

Таблица 19 – К расчету линейного коэффициента корреляции

Районы Пензенской области	Фонд $u_i$ , тыс. экз.	Пользователи $x_i$ , тыс. чел.	$y_i \times x_i$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})^2$
Башмаковский	240,1	17,0	4081,7	35,6	2,5
Бедно-демьяновский	179,8	10,6	1905,9	2951,7	23,3
Бековский	178,5	10,8	1927,8	3094,7	21,4
Белинский	416,5	25,2	10495,8	33258,8	95,5
Бессоновский	181,6	15,3	2778,5	2759,4	0,0
Вадинский	193,8	7,0	1356,6	1626,5	71,1
Городищенский	268,4	19,0	5099,6	1174,4	12,7
Земетчинский	289,1	21,7	6273,5	3021,7	39,3
Иссинский	147,1	11,5	1691,7	7574,2	15,4
Каменский	246,4	16,2	3991,7	150,6	0,6
Сумма	2341,3	154,3	39602,7	55647,7	281,9

**Средняя арифметическая простая** определяется по зависимости:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (39)$$

где  $x_i$  –  $i$ -е значение показателя;  $n$  – объем статистической совокупности (для рассматриваемого примера  $n = 10$  – число районных муниципальных образований).

Тогда имеем:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{2341,3}{10} = 234,1 \text{ тыс. экз.}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{154,3}{10} = 15,4 \text{ тыс. чел.}$$

Далее в соответствии с зависимостью (36) определяем числитель:

$$\overline{x \times y} - \bar{x} \times \bar{y} = \frac{39602,7}{10} - 15,4 \times 234,1 = 355,2$$

Дисперсия простая определяется по зависимости:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (40)$$

Тогда имеем:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{55647,7}{10} = 5564,8$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{281,9}{10} = 28,2$$



Средние квадратические  $\sigma_y$  и  $\sigma_x$  отклонения равны:

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2} = \sqrt{5564,8} = 74,6$$

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{28,2} = 5,3$$

Окончательно, линейный коэффициент корреляции равен:

$$r = \frac{\overline{x \times y} - \bar{x} \times \bar{y}}{\sigma_x \times \sigma_y} = \frac{355,2}{74,6 \times 5,3} = 0,898$$

Физическая интерпретация численного значения линейного коэффициента корреляции приведена в таблице 20.

Таблица 20 - Количественные критерии оценки тесноты связи

Величина коэффициента корреляции	Характер связи
До $\pm 0,3$	Практически отсутствует
$\pm 0,3 \dots \pm 0,5$	Слабая
$\pm 0,5 \dots \pm 0,7$	Умеренная
$\pm 0,7 \dots \pm 1,0$	Сильная

Сравнивая полученное значение линейного коэффициента корреляции с данными таблицы 20, можно сделать вывод о том, что между библиотечным фондом и количеством пользователей (читателей) существует сильная положительная связь. Однако данный вывод является предварительным, поскольку необходимо убедиться в статистической значимости рассчитанного коэффициента корреляции.

В соответствии с зависимостью (38) имеем:

$$t_p = \frac{|r|}{\sqrt{1 - r^2}} \times \sqrt{n - 2} = \frac{0,898}{\sqrt{1 - (0,898)^2}} \times \sqrt{10 - 2} = 5,66$$

Критическое значение критерия Стьюдента  $t_{кр}$  можно определить либо по статистическим таблицам, приводимым в любом учебнике по статистике, либо с использованием статистической функции **СТЮДРАСПОБР** табличного процессора **MS Excel**. Для условий рассматриваемого примера  $t_{кр} = 2,306$ .

Так как  $t_p > t_{кр}$  ( $5,66 > 2,306$ ) , то гипотеза  $H_0$  отвергается, что свидетельствует о значимости линейного коэффициента корреляции, а, следовательно, и о статистической существенности зависимости между  $X$  и  $Y$ .

Для статистически значимого линейного коэффициента корреляции необходимо построить его интервальные оценки. Для этого используется **Z - распределение Фишера**. Первоначально строится интервальная оценка  $Z$  – распределения по зависимости:

$$Z' - t_{\gamma} \times \sqrt{\frac{1}{n-3}} \leq Z \leq Z' + t_{\gamma} \times \sqrt{\frac{1}{n-3}}, \quad (41)$$

где функция  $Z'$  определяется либо по статистическим таблицам, либо с помощью функции **ФИШЕР** табличного процессора **MS**.

Для условий рассматриваемого примера  $Z' = 1,46$  .

Значение параметра  $t_{\gamma}$  в зависимости (29) для уровня значимости равного 0,05 и нормального закона распределения случайной величины принимается равным 1,96.

Тогда в соответствии с зависимостью (41) имеем:

$$1,46 - 1,96 \times \sqrt{\frac{1}{10-3}} \leq Z \leq 1,46 + 1,96 \times \sqrt{\frac{1}{10-3}}$$

или

$$0,72 \leq Z \leq 2,2$$

Выполняя обратное преобразование Фишера, с помощью статистической функции **ФИШЕРОБР**, окончательно получим интервальные оценки найденного линейного коэффициента корреляции:

$$0,62 \leq r \leq 0,97$$

**Вывод.** Установлена статистически значимая сильная положительная связь между библиотечным фондом библиотек районных муниципальных образований Пензенской области и количеством пользователей (читателей).

### **Задание к лабораторной работе №8** **«Корреляционный анализ в** **исследовании статистической связи между** **социально-экономическими показателями»**

**Цель работы:** научиться определять и анализировать линейный коэффициент корреляции.

#### **Порядок выполнения работы**

Используя официальные статистические данные, выбрать два массива данных, связанных друг с другом на физическом уровне и рассчитать:

- 1) линейный коэффициент корреляции;
- 2) значимость коэффициент корреляции; при определении  $t_{кр}$  критического значения статистики Стьюдента воспользоваться функцией **СТЮДРАСПОБР**;

- 3) доверительный интервал полученного коэффициента корреляции; при определении параметра  $Z'$  воспользоваться функцией **ФИШЕР**, а для нахождения коэффициента корреляции на границах доверительного интервала воспользоваться функцией **ФИШЕРОБР**.

При формировании массивов данных необходимо использовать пространственные (перекрестные) данные – статистические данные по каким-либо социально–

экономическим показателям, относящиеся к одному и тому же моменту времени и полученные, как правило, примерно в одинаковых условиях.

Не использовать данные временных рядов.

Третий пункт выполнять только в случае, если установлена статистическая значимость линейного коэффициента корреляции.

### **Контрольные вопросы**

1. При каком значении коэффициента корреляции наблюдается наиболее тесная связь?
2. При каком значении коэффициента корреляции наблюдается обратная связь между признаками?
3. При каком значении коэффициента корреляции наблюдается прямая связь между признаками?
4. Для изучения чего используется корреляционный анализ?
5. Что определяет частный коэффициент корреляции?
6. Какие значения может принимать частный коэффициент корреляции?
7. Какие значения может принимать множественный коэффициент корреляции?
8. Что позволяет определить корреляционный анализ?

## Тема 9

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СОЦИАЛЬНО- ЭКОНОМИЧЕСКОГО ЯВЛЕНИЯ

**Регрессионный анализ** заключается в определении аналитического выражения связи, в котором изменение одной величины (называемой зависимой или результативным признаком) обусловлено влиянием одной или нескольких независимых величин (факторов).

Регрессия может быть однофакторной (парной) и многофакторной (множественной).

По форме зависимости различают линейную и нелинейную регрессию.

**Парная регрессия** характеризует связь между двумя признаками: факторным и результативным. Аналитическая связь между ними может быть представлена уравнениями:

$$\text{- прямой } \hat{y} = a_0 + a_1 \times \hat{x}; \quad (42)$$

$$\text{- гиперболы } \hat{y} = a_0 + \frac{a_1}{x}; \quad (43)$$

$$\text{- параболы } \hat{y} = a_0 + a_1 \times x + a_2 \times x^2; \quad (44)$$

Определить тип уравнения можно, исходя из следующих соображений:

а) если результативный и факторный признаки возрастают одинаково, примерно в арифметической прогрессии, то связь между ними – *линейная*;

б) если результативный и факторный признаки изменяются в обратной пропорции, то связь – *гиперболическая*;

в) если факторный признак увеличивается в арифметической прогрессии, а результативный – значительно

быстрее, то используется *параболическая* или *степенная регрессия*.

Оценка параметров уравнений регрессии ( $a_0, a_1, \dots, a_n$ ) производится на основе *метода наименьших квадратов*, который изучается в курсе высшей математики.

Для парной линейной регрессии *система нормальных уравнений*, полученная на основе метода наименьших квадратов, имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} n \times a_0 + a_1 \times \Sigma x = \Sigma y \\ a_0 \times \Sigma x + a_1 \times \Sigma x^2 = \Sigma x \times y \end{array} \right\}, \quad (45)$$

где  $n$  – объем исследуемой совокупности (число единиц наблюдения).

В уравнениях регрессии параметр  $a_0$  показывает усредненное влияние на результативный признак неучтенных (не выделенных для исследования) факторов, а параметры  $a_1, \dots, a_n$  показывают, насколько изменяется в среднем значение результативного признака при изменении факторного признака на единицу.

**Пример.** Имеются исходные данные, приведенные в таблице 21. В предположении наличия линейной связи между факторными и результативным признаками построить уравнение парной линейной регрессии.

Таблица 21 - Исходные данные

Область РФ	Доля денежных доходов, направленных населением на прирост сбережений во вкладах, в общей сумме среднедушевого денежного дохода, %	Среднемесячная начисленная заработная плата, д.е.
	$y_i$	$x_i$
Калужская	8,4	343
Костромская	6,1	356
Орловская	9,4	289
Рязанская	11,0	341
Смоленская	6,4	327
Итого	41,3	1656

Для решения системы нормальных уравнений (45) вначале необходимо определить значения величин  $\sum x$ ,  $\sum y$ ,  $\sum x^2$  и  $\sum xy$ . Эти значения определяем из таблицы исходных данных, дополняя ее соответствующими колонками (таблица 22).

Таблица 22 – К расчету коэффициентов регрессии

№ п/п	$y_i$	$x_i$	$x_i^2$	$y_i \times x_i$
1	8,4	343	117649	2881,2
2	6,1	356	126736	2171,6
3	9,4	289	83251	2716,6
4	11,0	341	116281	3751,0
5	6,4	327	106929	2092,8
Итого	41,3	1656	551116	13613,2

Тогда система (45) приобретает вид:

$$\begin{cases} 5 \times a_0 + 1656 \times a_1 = 41,3 \\ 1656 \times a_0 + 551116 \times a_1 = 13613,2 \end{cases}$$

Выражая из первого уравнения  $a_0$  и подставляя полученное выражение во второе уравнение, получим:

$$a_0 = \frac{41,3 - 1656 \times a_1}{5} = 8,26 - 331,2 \times a_1$$

$$1656 \times (8,26 - 331,2 \times a_1) + 551116 \times a_1 = 13613,2$$

Производя почленное умножение и раскрывая скобки, получим:

$$13678,56 + 2648,8 \times a_1 = 13613,2$$

Откуда:

$$a_1 = \frac{13613,2 - 13678,56}{2648,8} = -0,025$$

Тогда:

$$a_0 = 8,26 - 331,2 \times (-0,025) = 16,54$$

Окончательно уравнение парной линейной регрессии, связывающее величину доли денежных доходов населения, направленных на прирост сбережений (у) с величиной среднемесячной начисленной заработной платы (х) имеет вид:

$$\hat{y} = 16,54 - 0,025 \times x \quad (46)$$

Оценка адекватности моделей, построенных на основе уравнений регрессии, начинается с проверки значимости коэффициента регрессии с помощью **t - критерия Стьюдента**:

$$t_p = \frac{|a_1|}{\sqrt{\sigma_{a_1}^2}}, \quad (47)$$

где  $\sigma_{a_1}^2$  - дисперсия коэффициента регрессии.

**Параметр модели  $a_1$  признается статически значимым, если выполняется условие:**

$$t_p > t_{kp} \quad (\alpha \div n = n - 2), \quad (48)$$

где  $\alpha$  - уровень значимости (в расчетах принимается 0,05);  $n = (n - 2)$  - число степеней свободы, которое характеризует число свободно варьирующих элементов совокупности.

Значение  $t_{kp}$  может быть определено либо по специальным статистическим таблицам, либо с помощью статистической функции **СТЮДРАСПОБР** табличного процессора **MS Excel**.

Дисперсию  $\sigma_{a_1}^2$  в первом приближении можно определить по зависимости:

$$\sigma_{a_1}^2 = \sigma_y^2 \quad (49)$$



Проверка адекватности регрессионной модели в целом осуществляется с помощью расчета **F - критерия Фишера** и величины *средней ошибки аппроксимации*  $\bar{\varepsilon}$ .

Расчетное значение критерия Фишера  $F_p$  определяется по зависимости:

$$F_p = \frac{S_{\text{факт}}}{S_{\text{ост}}}, \quad (50)$$

где факторная дисперсия равна:

$$S_{\text{факт}}^2 = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{1} \quad (51)$$

остаточная дисперсия равна:

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 2} \quad (52)$$

Если  $F_p > F_{кр}$  при  $\alpha = 0,05$ , то  $H_0$  - гипотеза о соответствии заложенных в уравнении регрессии связей реально существующим отвергается.

Величина  $F_{кр}$  может быть определена либо по специальным статистическим таблицам, входом в которые являются величины  $\alpha = 0,05$  и числа степеней свободы:  $v_1 = 1$ ,  $v_2 = n - 1$ , где  $n$  - число наблюдений, либо с помощью статистической функции **ФРАСПОБР** табличного процессора **MS Excel**.

Значение средней ошибки аппроксимации, определяется по зависимости:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \times \sum \left| \frac{(y - \hat{y})}{y} \right| \times 100\% \quad (53)$$

и не должно превышать 12 - 15%.

Важным с практической точки зрения является определение *коэффициента эластичности*, который показывает, на сколько процентов в среднем изменится значение результативного при изменении факторного признака на 1%:

$$\bar{y}_x = a_1 \times \frac{\bar{x}}{\bar{y}}, \quad (54)$$

где  $\bar{x}$  - среднее значение факторного признака;  $\bar{y}$  - среднее значение результативного признака;  $a_1$  - значение коэффициента регрессии при факторном признаке.

### **Задание к лабораторной работе №9** **«Использование регрессионного анализа при** **моделировании социально-экономического явления»**

**Цель работы:** научиться формировать и анализировать уравнения парной линейной регрессии.

#### **Порядок выполнения работы**

В соответствии с вариантом задания и статистическим материалом, приведенным в приложении 10, необходимо:

1. Рассчитать параметры уравнения парной линейной регрессии.
2. Определить статистическую значимость параметра регрессии  $a_1$ .
3. Оценить с помощью F-критерия Фишера адекватность полученного уравнения регрессии.
4. Определить среднюю ошибку аппроксимации.
5. На основе использования коэффициента эластичности выполнить количественную оценку влияния факторного признака на результативный.

#### **Контрольные вопросы и задания**

1. Каков вид функции, полученной в результате проведения регрессионного анализа?
2. Какое из уравнений регрессии описывает прямолинейную связь между показателями?

3. Какие формулы используются для аналитического выражения нелинейной связи между факторами?
4. Что показывает параметр  $a_1$  ( $a_1 = 0,016$ ) линейного уравнения регрессии  $\hat{y}_x = 0,678 + 0,016 \times x$ ?
5. Что показывает параметр  $a_1$  ( $a_1 = -1,04$ ) линейного уравнения регрессии:  $\hat{y}_x = 36,5 - 1,04 \times x$ ?
6. Для уравнения линейной регрессии  $\hat{y} = 12 + 4 \times x$  рассчитать изменение результативного признака при изменении факторного признака на 2 единицы.
7. Как называется система уравнений, позволяющая определить коэффициенты уравнения регрессии?
8. С помощью какого критерия осуществляется проверка значимости коэффициентов регрессии?
9. С помощью какого критерия осуществляется проверка адекватности уравнения регрессии?
10. Определение коэффициента детерминации.
11. Какие значения может принимать коэффициент детерминации?
12. Межгрупповая дисперсия составляет 61% от общей дисперсии. Чему равно эмпирическое корреляционное отношение (с точностью до 0,01)?
13. Что представляет собой эмпирическое корреляционное отношение?
14. По какой формуле определяется теснота связи двух признаков при нелинейной зависимости?

## Тема 10

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА ПРИ ВЫЯВЛЕНИИ И КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ОЦЕНКЕ ПРИЧИННО-СЛЕДСТВЕННЫХ СВЯЗЕЙ

Факторы, определяющие развитие социально-экономической системы, отличаются многообразием, взаимосвязанностью и взаимообусловленностью. Одно социально-экономическое явление порождает другое, выявляя **причинно-следственную связь** между ними. Количественная характеристика взаимосвязанных явлений осуществляется с помощью признаков-показателей: **факторных** (независимых признаков, характеризующих причину) и **результативных** (зависимых признаков, характеризующих следствие). Совокупность факторных и результативных признаков, связанных причинно-следственной связью, называется **факторной системой**. Модель факторной системы (**факторная модель**) – это математическое выражение такой связи:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (55)$$

где:  $y$  – результативный признак;  $x_i$  – факторные признаки.

Процесс построения факторной модели называется **моделированием социально-экономического явления**. **Факторный же анализ** применяется для оценки влияния на изменение результативного показателя изменения факторов, его формирующих.

Существуют функциональные (**детерминированные**) и стохастические (**вероятностные**) связи, подвергающиеся исследованию в процессе факторного анализа. Связь называется **функциональной**, если каждому значению  $x$  соответствует определенное значение  $y$ . **Связь** называется **стохастической**, если каждому значению  $x$  соответствует множество значений  $y$ , т.е. определенное статистическое распределение.

Стохастические связи подвергаются корреляционно-регрессионному анализу. Анализ детерминированных факторных моделей (детерминированный анализ) имеет четкую последовательность выполняемых процедур: 1. построение экономически обоснованной факторной модели; 2. выбор приема факторного анализа и подготовка условий для его выполнения; 3. реализация счетных процедур анализа модели, включая проверку; 4. формулирование выводов и рекомендаций по результатам анализа.

Рассмотрим вышеперечисленные этапы проведения факторного анализа более подробно.

**Этап 1.** Построение факторной модели (таблица 23) производится с соблюдением логики экономического процесса, т.е. последовательность расположения факторов в модели слева направо не должно противоречить логики связи «причина-следствие». Факторная модель, имеющая более двух факторов, называется многофакторной.

Таблица 23 - Виды факторных моделей

Наименование модели	Описание модели	Математическое выражение модели
Аддитивная модель	Модель, в которую факторы входят в виде алгебраической суммы или разности	n-факторная аддитивная модель $y = x_1 + x_2 + \dots + x_n$
Мультипликативная модель	Модель, в которую факторы входят в виде произведения	n-факторная мультипликативная модель $y = x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n$
Кратная модель	Модель, представляющая собой отношение факторов	2-факторная кратная модель $y = \frac{x_1}{x_2}$
Смешанная модель	Модель, в которую факторы входят в различных комбинациях	3-факторная аддитивно-кратная модель $y = \frac{x_1 + x_2}{x_3}$

**Этап 2.** Далее выбирается один из приемов факторного анализа: абсолютных разниц, цепных подстановок, интегральный, логарифмический, дифференциальный и т.д.

Самыми простыми в реализации является способ абсолютных разниц, способ цепных подстановок и интегральный способ. В данных способах применяется **принцип элиминирования** - логический приём, при котором последовательно выделяется влияние на результативный показатель одного фактора и исключается влияние всех остальных факторов в модели.

Рассмотрим технологию применения данных способов анализа к факторному разложению 3-факторной мультипликативной модели вида:  $y = a \times b \times c$ .

### 1. Способ абсолютных разниц.

Факторные разложения находятся умножением прироста k-го фактора на комбинацию базисных (индекс «0») и отчетных (индекс «1») значений остальных факторов по следующему алгоритму:

$$y_0 = a_0 \times b_0 \times c_0 \quad (56)$$

$$y_1 = a_1 \times b_1 \times c_1 \quad (57)$$

где  $y_0$  и  $y_1$  - значения результативного признака, соответственно, базовое и отчетное.

Абсолютное изменение результативного признака у:

$$\Delta y = y_1 - y_0 = a_1 \times b_1 \times c_1 - a_0 \times b_0 \times c_0 \quad (58)$$

Определяем влияние изменения фактора а на изменение результативного показателя у:

$$\Delta y(a) = (a_1 - a_0) \times b_0 \times c_0 \quad (59)$$

Определяем влияние изменения фактора b на изменение результативного показателя у:

$$\Delta y(b) = a_1 \times (b_1 - b_0) \times c_0 \quad (60)$$

Определяем влияние изменения фактора с на изменение результативного показателя у:

$$\Delta y(c) = a_1 \times b_1 \times (c_1 - c_0) \quad (61)$$

## 2. Способ цепных подстановок.

Находят корректированные значения результативного признака  $y$  путем последовательной замены базовых значений факторов на фактические значения. Сравнение значений двух стоящих рядом результативных показателей в цепи подстановок позволяет вычислить влияние того фактора, базовое значение которого заменялось на фактическое. Расчеты производятся по следующему алгоритму:

$$y_0 = a_0 \times b_0 \times c_0$$

$$y_1 = a_1 \times b_1 \times c_1$$

где  $y_0$  и  $y_1$  - значения результативного признака, соответственно, базовое и отчетное.

Абсолютное изменение результативного признака  $y$ :

$$\Delta y = y_1 - y_0 = a_1 \times b_1 \times c_1 - a_0 \times b_0 \times c_0$$

где  $y_0$  и  $y_1$  - значения результативного признака, соответственно, базовое и отчетное.

Первая подстановка:

$$y' = a_1 \times b_0 \times c_0 \quad (62)$$

Определяем влияние изменения фактора  $a$  на изменение результативного показателя  $y$ :

$$\Delta y(a) = y' - y_0 = a_1 \times b_0 \times c_0 - a_0 \times b_0 \times c_0 \quad (63)$$

Вторая подстановка:

$$y'' = a_1 \times b_1 \times c_0 \quad (64)$$

Определяем влияние изменения фактора  $b$  на изменение результативного показателя  $y$ :

$$\Delta y(b) = y'' - y' = a_1 \times b_1 \times c_0 - a_1 \times b_0 \times c_0 \quad (65)$$

Определяем влияние изменения фактора  $c$  на изменение результативного показателя  $y$ :

$$\Delta y(c) = y_1 - y'' = a_1 \times b_1 \times c_1 - a_1 \times b_1 \times c_0 \quad (66)$$

Число подстановок равно  $n-1$ , где  $n$  - число факторов.

## 3. Интегральный способ.

Интегральный способ позволяет рассчитать влияния факторов при любой последовательности вычисления, однако его использование требует знания основ математического анализа и проведения значительного объема вычислений. Расчеты производятся по следующему алгоритму:

$$y_0 = a_0 \times b_0 \times c_0$$

$$y_1 = a_1 \times b_1 \times c_1$$

где  $y_0$  и  $y_1$  - значения результативного признака, соответственно, базовое и отчетное.

Абсолютное изменение результативного признака  $y$ :

$$\Delta y = y_1 - y_0 = a_1 \times b_1 \times c_1 - a_0 \times b_0 \times c_0$$

где  $y_0$  и  $y_1$  - значения результативного признака, соответственно, базовое и отчетное.

Определяем влияние изменения фактора  $a$  на изменение результативного показателя  $y$ :

$$\Delta y(a) = \frac{1}{2} \times \Delta a \times (b_0 \times c_1 + b_1 \times c_0) + \frac{1}{3} \times \Delta a \times \Delta b \times \Delta c \quad (67)$$

Определяем влияние изменения фактора  $b$  на изменение результативного показателя  $y$ :

$$\Delta y(b) = \frac{1}{2} \times \Delta b \times (a_0 \times c_1 + a_1 \times c_0) + \frac{1}{3} \times \Delta a \times \Delta b \times \Delta c \quad (68)$$

Определяем влияние изменения фактора  $c$  на изменение результативного показателя  $y$ :

$$\Delta y(c) = \frac{1}{2} \times \Delta c \times (a_0 \times b_1 + a_1 \times b_0) + \frac{1}{3} \times \Delta a \times \Delta b \times \Delta c \quad (69)$$

**Этап 3.** Проверка влияния изменения факторов на изменение результативного показателя производится *балансовым приемом*:

$$\Delta y = y_1 - y_0 = \Delta y(a) + \Delta y(b) + \Delta y(c) \quad (70)$$

Таким образом, общее изменение результативного показателя представляет собой сумму его изменений за счёт влияния всех исследуемых факторов, формирующих это влияние.



**Этап 4.** Расчетные количественные факторные разложения позволяют оценить степень и направление влияния изменения факторных признаков на результативный и определить приоритеты воздействия на эти факторы с целью корректировки результативного показателя в большую или меньшую сторону.

**Пример.** Имеется следующая 3-факторная мультипликативная модель:  $y = a \times b \times c$ , где  $y$  – рентабельность активов;  $a$  – доля оборотного капитала в активах;  $b$  – рентабельность оборотного капитала; коэффициент структуры,  $c$  – коэффициент структуры прибыли. Необходимо произвести факторное разложение модели тремя вышеперечисленными способами, произвести проверку расчетов и сделать выводы.

Промежуточные расчеты показаны в таблице 24.

Таблица 24 – Исходные данные для проведения факторного анализа

Показатель	Расчет	Базовый период	Отчетный период	Абсолютное изменение	Относительное изменение, %
Бухгалтерская прибыль	Пб	3933	3965	+32	+0,81
Активы	А	43700	46650	+2950	+6,75
Прибыль от реализации	Пр	3800	3876	+76	+2,00
Оборотный капитал	ОК	5681	5132	-549	-9,66
Доля оборотного капитала в активах	$a = \text{ОК}/\text{А}$	0,1300	0,1100	-0,02	-15,38
Рентабельность оборотного капитала	$b = \text{Пр}/\text{ОК}$	0,6689	0,7552	+0,0863	+12,90
Коэффициент структуры прибыли	$c = \text{Пб}/\text{Пр}$	1,0350	1,0229	-0,0121	-1,16
Рентабельность активов	$y = \text{Пб}/\text{А}$ $y = a \times b \times c$	0,0900	0,0849	-0,0051	-5,66

*1. Факторный анализ изменения рентабельности активов способом абсолютных разниц.*

Определяем влияние изменения фактора а на изменение результативного показателя у:

$$\Delta y(a) = (0,1100 - 0,1300) \times 0,6689 \times 1,0350 = -0,0139$$

Определяем влияние изменения фактора b на изменение результативного показателя у:

$$\Delta y(b) = 0,1100 \times (0,7552 - 0,6689) \times 1,0350 = +0,0098$$

Определяем влияние изменения фактора с на изменение результативного показателя у:

$$\Delta y(c) = 0,1100 \times 0,7552 \times (1,0229 - 1,0350) = -0,0010$$

Проверка результатов факторного анализа балансовым приемом:

$$\begin{aligned} \Delta y &= 0,0849 - 0,0900 = -0,0139 + 0,0098 - 0,0010 = \\ &= -0,0051 \end{aligned}$$

*2. Факторный анализ изменения рентабельности активов способом цепных подстановок.*

Первая подстановка:

$$y' = 0,1100 \times 0,6689 \times 1,0350 = 0,0761$$

Определяем влияние изменения фактора а на изменение результативного показателя у:

$$\Delta y(a) = 0,0761 - 0,0900 = -0,0139$$

Вторая подстановка:

$$y'' = 0,1100 \times 0,7552 \times 1,0350 = 0,0859$$

Определяем влияние изменения фактора b на изменение результативного показателя у:

$$\Delta y(b) = y'' - y' = 0,0859 - 0,0761 = +0,0098$$

Определяем влияние изменения фактора с на изменение результативного показателя у:

$$\Delta y(c) = 0,0849 - 0,0859 = -0,0010$$

Проверка результатов факторного анализа балансовым приемом:

$$\Delta y = 0,0849 - 0,0900 = -0,0139 + 0,0098 - 0,0010 = -0,0051$$

3. *Факторный анализ изменения рентабельности активов интегральным способом.*

Определяем влияние изменения фактора а на изменение результативного показателя у:

$$\Delta y(a) = \frac{1}{2} \times (-0,02) \times (0,6689 \times 1,0229 + 0,7552 \times 1,0350) + \frac{1}{3} \times (-0,02) \times 0,0863 \times (-0,0121) = -0,0147$$

Определяем влияние изменения фактора b на изменение результативного показателя у:

$$\Delta y(b) = \frac{1}{2} \times 0,0863 \times (0,1300 \times 1,0229 + 0,1100 \times 1,0350) + \frac{1}{3} \times (-0,02) \times 0,0863 \times (-0,0121) = +0,0106$$

Определяем влияние изменения фактора с на изменение результативного показателя у:

$$\Delta y(c) = \frac{1}{2} \times (-0,0121) \times (0,1300 \times 0,7552 + 0,1100 \times 0,6689) + \frac{1}{3} \times (-0,02) \times 0,0863 \times (-0,0121) = -0,0010$$

*Проверка результатов факторного анализа балансовым приемом:*

$$\Delta y = 0,0849 - 0,0900 = -0,0147 + 0,0106 - 0,0010 = -0,0051$$

*Вывод.* В результате проведенного факторного анализа изменения рентабельности активов можно утверждать, что:

–сокращение доли оборотного капитала в активах на 0,02 или 15,38% к отчетному периоду привело к уменьшению

рентабельности активов на 0,0139 или 272,55% ( $0,0139/0,0051 \times 100\%$ );

–рост рентабельности оборотного капитала на 0,0863 или 12,90% к отчетному периоду привел к увеличению рентабельности активов на 0,0098 или 192,15% ( $0,0098/0,0051 \times 100\%$ );

–сокращение коэффициента структуры прибыли на 0,0121 или 1,16% к отчетному периоду привело к уменьшению рентабельности активов на 0,0010 или 19,6% ( $0,0010/0,0051 \times 100\%$ ).

За счет вышеперечисленных факторов, совокупное уменьшение рентабельности активов составило 0,0051 или 5,66% к отчетному периоду. Для того, чтобы не допустить такого сокращения показателя, необходимо *в порядке следующего приоритета* увеличить:

- долю оборотного капитала в активах (фактор а);
- коэффициент структуры прибыли (фактор с);
- рентабельность оборотного капитала (фактор b).

### **Задание к лабораторной работе №10** **«Использование факторного анализа при выявлении и количественной оценке причинно-следственных связей»**

**Цель работы:** научиться определять и анализировать степень влияния отдельных факторов на уровень результативного экономического показателя.

#### **Порядок выполнения работы**

В соответствии с вариантом задания и статистическим материалом, приведенным в приложении 11, необходимо:

1. Определить величину каждого фактора, влияющего на изменение результативного показателя, в базовом и отчетном периодах (таблица 24). Построить детерминированную 3-факторную мультипликативную модель.

2. Провести детерминированный факторный анализ влияния изменения каждого фактора на изменение результативного показателя способом абсолютных разниц, способом цепных подстановок и интегральным способом. Произвести проверку расчетов балансовым приемом.

3. Сформулировать выводы и рекомендации по результатам детерминированного факторного анализа.

### **Контрольные вопросы и задания**

1. Что следует понимать под факторной системой и факторной моделью?

2. В чем состоят отличия детерминированной связи между признаками от стохастической?

3. Перечислите основные этапы анализа детерминированных факторных моделей.

4. Назовите приемы детерминированного факторного анализа и особенности их применения.

5. В чем сущность приема элиминирования при проведении детерминированного факторного анализа?

6. Как производится проверка результатов детерминированного факторного анализа балансовым приемом?

7. Какой прием проведения детерминированного факторного анализа считается наиболее точным?

8. Детерминированная факторная модель, в которую факторы входят в виде алгебраической суммы, называется ... моделью.

9. Рассчитайте влияние изменения «а» на изменение «у» (факторная модель вида  $y = a + b - c$ ) методом абсолютных разниц, если:

показатель	базовый период	отчетный период
a	2	5
b	10	3
c	0,2	0,9

10. Выражение  $\Delta y(b) = -19$  д.е. (-13%) при факторном анализе модели вида  $y = a / b$  означает, что...

## Тема 11

### НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНКИ ТЕСНОТЫ СВЯЗИ В ИССЛЕДОВАНИИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО ЯВЛЕНИЯ

К непараметрическим методам оценки тесноты статистической связи относятся. коэффициенты ассоциации и контингенции, коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова, коэффициенты Спирмена и конкордации.

*Коэффициенты ассоциации и контингенции* служат для определения тесноты связи между *качественными признаками*, если размерность задачи не превышает *двух параметров на двух уровнях*.

При исследовании числовой материал располагается в виде таблиц сопряженности (таблица 25).

Таблица 25 – Таблица для вычисления коэффициентов ассоциации и контингенции

a	b	a + b
c	d	c + d
a + c	b + d	a + c + b + d

Коэффициент ассоциации определяется по формуле:

$$K_a = \frac{a \times d - b \times c}{a \times d + b \times c} \quad (71)$$

Коэффициент контингенции определяется по формуле:

$$K_k = \frac{a \times d - b \times c}{\sqrt{(a + b) \times (b + d) \times (a + c) \times (c + d)}} \quad (72)$$

Коэффициент контингенции всегда меньше коэффициента ассоциации. Связь считается подтвержденной, если  $K_a \geq 0,5$  или  $K_k \geq 0,3$ .

**Пример.** Исследовалась связь между успеваемостью студентов - заочников одного из вузов и работой их по

направлению подготовки. Результаты обследования приведены в таблице 26.

Таблица 26 - Зависимость успеваемости студентов - заочников от работы по направлению подготовки

Студенты - заочники	Число студентов	Из них	
		получившие положительные оценки	получившие неудовлетворительные оценки
Работающие по специальности	200	180	20
Не работающие по специальности	200	140	60
Итого	400	320	80

Таким образом:

$$K_a = \frac{(180 \times 60) - (140 \times 20)}{(180 \times 60) + (140 \times 20)} = 0,6$$

$$K_a = \frac{(180 \times 60) - (140 \times 20)}{\sqrt{((180 + 20) \times (20 + 60) \times (60 + 140) \times (140 + 180))}} = 0,3$$

Из расчетов видно, что связь между успеваемостью студентов – заочников и работой их по направлению подготовки достаточно слабая.

В случае, когда каждый из качественных признаков состоит *более чем из двух групп*, то для определения тесноты связи возможно применение коэффициента взаимной сопряженности Пирсона - Чупрова.

**Коэффициент Пирсона** определяется по формуле:

$$K_{\Pi} = \sqrt{\frac{\chi^2}{n + \chi^2}} \quad (73)$$

**Коэффициент Чупрова** определяется по формуле:

$$K_{\text{ч}} = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \times \sqrt{(k_1 - 1) \times (k_2 - 1)}}}, \quad (74)$$

где  $n$  - количество наблюдений;  $k_1$  - число строк в таблице;  $k_2$  - число граф в таблице.

**Критерий  $\chi^2$**  определяется по формуле:

$$\chi^2 = \left( \sum \frac{n_{ij}^2}{n_i \times n_j} - 1 \right) \times n, \quad (75)$$

где  $n_i$  – суммы показателей по строкам;  $n_j$  - суммы показателей по столбцам;  $n_{ij}$  - показатель, находящийся на пересечении  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца.

Оба коэффициента изменяются в пределах от 0 до 1.

*Методика анализа наличия связи с использованием коэффициентов Пирсона и Чупрова заключается в следующем:*

- если оба коэффициента  $\geq 0,3$ , то связь имеется;
- чем ближе значения коэффициентов к 1, тем теснее связь;
- если оба коэффициента  $\leq 0,3$ , то связь отсутствует;
- если  $K_{\text{П}} > 0,3$ , а  $K_{\text{ч}} < 0,3$  то ориентируемся на значение коэффициента Чупрова, так как он учитывает размерность таблицы и более точен.

**Пример.** С помощью коэффициента взаимной сопряженности исследовать связь между вопросом об увеличении учебной нагрузки по специальным дисциплинам и курсом обучения (таблица 27).

Таблица 27 - Данные опросов студентов вуза

Следует ли увеличить учебную нагрузку по специальным дисциплинам?	Из них студентов			Всего ответило, чел.
	2- го курса	4-го курса	дипломники	
1. Да	13	38	72	123
2. Затрудняюсь ответить	19	37	18	74
3. Нет	68	25	10	103
Итого	100	100	100	300



По данным таблицы 24 получены следующие результаты:

$$\chi^2 = 300 \times \left\{ \frac{13^2}{100 \times 123} + \frac{38^2}{100 \times 123} + \frac{72^2}{100 \times 123} + \frac{19^2}{100 \times 74} + \frac{37^2}{100 \times 74} + \frac{18^2}{100 \times 74} + \frac{68^2}{100 \times 103} + \frac{25^2}{100 \times 103} + \frac{10^2}{100 \times 103} - 1 \right\} = 105$$

$$K_{\Pi} = \sqrt{\frac{105}{105 + 300}} = 0,51$$

$$K_{\chi} = \sqrt{\frac{105}{300 \times \sqrt{(3-1) \times (3-1)}}} = 0,42$$

**Вывод.** Связь между ответами на вопрос и курсом, на котором обучаются студенты, достаточно тесная. Можно также предположить, что чем старше студенты, тем более они заинтересованы в увеличении учебной нагрузки по специальным дисциплинам.

Следующая группа коэффициентов, а именно коэффициенты Спирмена и коэффициент множественной корреляции, называемый также коэффициентом конкордации, связаны с понятием ранжирование.

**Ранжирование** - это процедура упорядочения объектов изучения, которая выполняется на основе признака предпочтения.

**Ранг** - это порядковый номер значений признака, расположенных в порядке возрастания или убывания их величин. Если значения признака имеют одинаковую количественную оценку, то ранг всех этих значений принимается равным средней арифметической от соответствующих номеров мест, которые они определяют. Данные ранги называют **связными**.

Коэффициент Спирмена рассчитывается по формуле:

$$\rho_{x/y} = 1 - \frac{6 \times \sum d_i^2}{n \times (n^2 - 1)}, \quad (76)$$

где  $d_i^2$  - квадрат разности рангов;  $n$  - количество наблюдений (число пар рангов).

Коэффициент Спирмена принимает любые значения в интервале  $[-1; 1]$ .

Связь между признаками можно признать статистически значимой, если значение коэффициента Спирмена больше 0,5.

**Пример.** По данным группы предприятий одной из отраслей промышленности (таблица 28) определить с помощью коэффициента Спирмена зависимость между величиной прибыли до налогообложения и объемом выпуска продукции.

$$\rho_{x/y} = 1 - \frac{6 \times 92}{10 \times 99} = 0,44$$

**Вывод.** Связь близка к умеренной.

Таблица 28 - Расчет коэффициента Спирмена

Номер предприятия	Объем реализованной продукции, X, млн. руб.	Прибыль до налогообложения, Y, тыс. руб.	Ранжирование				Сравнение рангов		Разность рангов $d_i = R_x - R_Y$	$d_i^2$
			X	$R_x$	Y	$R_Y$	$R_x$	$R_Y$		
1	1,8	20	1,3	1	20	1	2	1	1	1
2	2,3	75	1,8	2	42	2	3	3	0	-
3	8,6	42	2,3	3	75	3	10	2	8	64
4	1,3	80	3,5	4	80	4	1	4	-3	9
5	3,5	107	3,7	5	107	5	4	5	-1	1
6	3,8	125	3,8	6	125	6	6	6	0	0
7	4,5	140	4,5	7	140	7	7	7	0	0
8	5,8	175	5,8	8	175	8	8	8	0	0
9	3,7	200	6,5	9	200	9	5	9	-4	16
10	6,5	210	8,6	10	210	10	9	10	-1	1
Итого										92

Для определения тесноты связи между произвольным числом ранжированных признаков применяется

**множественный коэффициент ранговой корреляции Кендела (коэффициент конкордации) (W):**

$$W = \frac{12 \times S}{m^2 \times (n^3 - n)}, \quad (77)$$

где  $S$  – отклонение суммы квадратов рангов от средней квадратов рангов;  $m$  – количество факторов;  $n$  – число наблюдений.

Коэффициент конкордации принимает любые значения в интервале  $[-1; 1]$ .

Значимость коэффициента конкордации проверяется на основе  $\chi^2$  – критерия Пирсона. При этом расчетное значение критерия Пирсона  $\chi_p^2$  сравнивается с его табличным значением  $\chi_{\tau}^2$ , которое определяется по статистическим таблицам при заданном уровне значимости  $\alpha$  и известном числе степеней свободы  $\gamma = n-1$ .

**Расчетное значение критерия Пирсона** определяется по формуле:

$$\chi_p^2 = \frac{12 \times S}{m \times n \times (n + 1)} \quad (78)$$

**Пример.** По данным выборочного обследования были выявлены оценки населением города своего материального положения (таблица 29) в процентах к общему числу опрошенных. Проверить результат с помощью  $\chi^2$  при уровне значимости  $\alpha = 0,01$ .

$$S = 866 - \frac{60^2}{5} = 146$$

$$W = \frac{12 \times 146}{4^2 \times (5^3 - 5)} = 0,91$$

Таблица 29 - Данные социологического опроса

Вариант ответа	Социальные группы опрашиваемых, %				Ранги				$\Sigma R$	$\Sigma R_i^2$
	Финансисты	Самозанятые	Бюджетники	Рабочие	Финансисты	Самозанятые	Бюджетники	Рабочие		
Живу от зарплаты до зарплаты	9,7	8,8	7,3	10,0	2	2	2	3	9	81
На ежедневные. расходы хватает, но покупка одежды вызывает. трудности	31,7	41,9	50,0	34,7	4	5	5	4	18	324
В основном хватает, но большие покупки вызывают трудности	44,0	34,9	34,9	47,6	5	4	4	5	18	324
Покупка товаров длительного использован ия не вызывает трудности, но покупка автомобиля невозможна	12,0	12,8	7,5	7,7	3	3	3	2	11	121
Не в чем себе не отказываю	2,6	1,6	0,6	-	1	1	1	1	4	16
Итого	100	100	100	100	-	-	-	-	60	866

**Вывод.** Связь достаточно тесная, несмотря на существенные различия в социальном статусе опрошенных. Их самооценка своего материального положения достаточно согласованная.

Далее проверим значимость полученной величины  $W$  по критерию  $\chi^2$ :

$$\chi_p^2 = \frac{12 \times 146}{4 \times 5 \times (5 + 1)} = 14,6$$

При  $\alpha = 0,01$  и  $\gamma = 4$  по статистическим таблицам находим  $\chi_t^2 = 13,3$ .

**Вывод.** Расчетное значение  $\chi_p^2 = 14,6$  больше  $\chi_t^2 = 13,3$  что подтверждает значимость коэффициента конкордации и свидетельствует о согласованности мнений опрошиваемых.

### **Задание к лабораторной работе №11** **«Непараметрические показатели оценки тесноты связи в исследовании социально-экономического явления»**

**Цель работы:** научиться рассчитывать и анализировать социально-экономические явления и процессы с помощью непараметрических показателей оценки тесноты связи.

#### **Порядок выполнения работы**

В соответствии с вариантом задания и статистическим материалом, приведенным в приложении 12, необходимо рассчитать:

1. коэффициенты ассоциации и контингенции.
2. коэффициенты взаимной сопряженности Чупрова и Пирсона.
3. коэффициент корреляции Спирмена.
4. множественный коэффициент корреляции Кендела.

## Контрольные вопросы и задания

1. Рабочему Давыдову при проведении ранжирования рабочих с целью исчисления коэффициента корреляции рангов следует присвоить ранг... при наличии следующих данных о квалификации рабочих:

Фамилия	Петров	Иванов	Сидоров	Давыдов	Федоров
Разряд	2-й	4-й	4-й	4-й	5-й

Какой ранг следует присвоить рабочему Сидорову при проведении ранжирования?

2. Как называется коэффициент, служащий для определения тесноты связи между двумя признаками на двух уровнях?

3. Коэффициент контингенции больше или меньше коэффициента ассоциации?

4. На какой из коэффициентов - Пирсона или Чупрова - следует ориентироваться при принятии решения о наличии статистической связи между признаками?

5. Имеются три предприятия с прибылью до налогообложения: первое предприятие с прибылью 7 млн. руб.; второе предприятие с прибылью 12 млн. руб.; третье предприятие с прибылью 10 млн. руб. Определите ранги предприятий.

6. Оцените характер связи, если ранговый коэффициент Спирмена равен 0,3.

## Тема 12

### ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО ЯВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ УРОВНЕЙ РЯДА ДИНАМИКИ

**Ряды динамики** представляют собой ряды изменяющихся во времени значений статистического показателя, расположенного в хронологическом порядке.

Составными элементами ряда динамики являются показатели **уровней ряда** и **периоды времени** (годы, кварталы, месяцы, сутки) или **моменты** (даты) **времени**. Уровни ряда обычно обозначаются через **У**, периоды времени или моменты через **t**.

При формировании системы показателей изменения уровней ряда динамики принято сравниваемый уровень называть **отчетным**, а уровень, с которым производят сравнение – **базисным**.

К показателям изменения уровней ряда динамики относятся.

1. **Абсолютный прирост** - характеризует размер увеличения (или уменьшения) уровня ряда за определенный промежуток времени. Физически он означает абсолютную скорость роста (снижения) процесса (явления):

$$\Delta y = y_i - y_{i-k}, \quad (79)$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Если  $k = 1$ , то уровень  $y_{i-1}$  является предыдущим для данного ряда, а абсолютные приросты изменения будут **цепными**.

Если  $k$  постоянно для данного ряда, то абсолютные приросты будут **базисными**.

2. **Средний абсолютный прирост** определяется по зависимостям:

а) *средний цепной абсолютный прирост:*

$$\overline{\Delta y_{ц}} = \frac{\sum_{i=1}^m \Delta y_{ц}}{m}, \quad (80)$$

где  $\overline{\Delta y_{ц}}$  - абсолютный цепной прирост;  $m$  - число цепных абсолютных приростов в изучаемом ряду динамики.

$$\Delta y_{ц} = y_i - y_{i-1}, \quad (81)$$

где  $y_i$  - уровень сравниваемого периода;  $y_{i-1}$  - уровень предшествующего периода.

б) *средний базисный абсолютный прирост:*

$$\overline{\Delta y_{б}} = \frac{y_n - y_0}{n - 1}, \quad (82)$$

где  $y_0$  - начальный уровень ряда динамики;  $n$  - число уровней в ряду динамики.

3. **Коэффициент роста** - показывает, во сколько раз данный уровень ряда больше (меньше) базисного уровня за некоторый промежуток времени.

В качестве базисного уровня в зависимости от цели исследования может приниматься какой-либо постоянный для всех уровень (часто начальный уровень ряда) либо для каждого последующего, предшествующий ему.

$$K_{п}^{б} = \frac{y_i}{y_0}; K_{п}^{ц} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \quad (83)$$

В первом случае говорят о *базисных коэффициентах роста*, во втором - о *цепных коэффициентах роста*.

4. **Средний коэффициент роста:**

а) *цепной:*

$$\overline{K_{п}^{ц}} = \sqrt[n]{K_{п1}^{ц} \times K_{п2}^{ц} \times \dots \times K_{пn}^{ц}}, \quad (84)$$

где  $K_{п1}^{ц}, K_{п2}^{ц} \dots K_{пn}^{ц}$  - текущие цепные коэффициенты роста.



б) базисный:

$$\overline{K}_p^6 = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} \quad (85)$$

5. **Темп роста** – показатель, получаемый умножением коэффициента роста на 100%, обозначается  $T_p^H$  и  $T_p^6$ .

6. **Темп прироста** – показатель, характеризующий относительную скорость изменения уровня ряда в единицу времени. Физически темп прироста показывает, на какой процент уровень данного периода или момента времени больше (или меньше) базисного уровня:

а) цепной:

$$T_{пр}^H = \frac{\Delta y_{ц}}{y_{i-1}} \times 100\% \quad (86)$$

б) базисный:

$$T_{пр}^6 = \frac{\Delta y_6}{y_0} \times 100\% \quad (87)$$

7. **Средний темп роста** определяется по зависимости:

$$\overline{T}_p = \overline{K}_p^H (\overline{K}_p^6) \times 100\% \quad (88)$$

8. **Средний темп прироста** определяется по зависимости:

$$\overline{T}_{пр} = \overline{T}_p - 100\% \quad (89)$$

9. **Средний уровень ряда динамики** - для интервальных рядов с равноотстоящими уровнями находится по формуле средней арифметической простой, а для не равноотстоящих уровней - по средней арифметической взвешенной:

$$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}; \quad \overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \times t_i}{\sum t_i} \quad (90)$$

где  $y_i$  - уровень ряда динамики;  $n$  - число уровней;  
 $t_i$  - длительность интервала времени между уровнями.

Средний уровень моментного равноотстоящего ряда динамики находится по формуле:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i}{n - 1} \quad (91)$$

Средний уровень моментных рядов динамики с  $n$  равноотстоящими уровнями определяется по формуле средней хронологической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum (y_i + y_{i+1}) \times t_i}{2 \times \sum t_i} \quad (92)$$

где  $y_1, y_n$  - уровни рядов динамики;  $t_i$  - длительность интервала времени между уровнями.

Основная задача изучения рядов динамики связана с прогнозированием. Применение прогнозирования предполагает, что закономерность развития, действующая в прошлом (внутри ряда динамики), сохранится и в прогнозируемом будущем, т. е. прогноз основан на **экстраполяции**.

Теоретической основой распространения тенденций на будущее является свойство социально – экономических явлений, называемое *инерционностью*.

В зависимости от того, какие принципы и исходные данные положены в основу прогноза, выделяются следующие **методы экстраполяции**:

- среднего абсолютного прироста;
- среднего темпа роста;
- экстраполяцию на основе выравнивания рядов по какой-либо аналитической формуле.

*Прогнозирование по среднему абсолютному приросту* применяется в том случае, когда есть уверенность считать абсолютную тенденцию линейной, т. е. метод основан на

предположении о равномерном изменении уровня (под равномерностью понимается стабильность абсолютных приростов). В данном случае экстраполяция осуществляется по зависимости:

$$\hat{y}_{n+t} = y_n + \overline{\Delta y}_c (\overline{\Delta y}_b) \times t, \quad (93)$$

где  $y_{n+1}$  – прогнозируемый уровень;  $y_n$  – последний уровень исследуемого периода, за который рассчитан средний абсолютный прирост;  $\overline{\Delta y}_c$ ;  $\overline{\Delta y}_b$  – средний абсолютный цепной либо базисный приросты уровня ряда динамики;  $t$  – срок прогноза;

*Прогнозирование по среднему темпу роста* осуществляется в случае, когда установлено, что общая тенденция ряда характеризуется показательной (экспоненциальной) кривой. Для нахождения тенденции необходимо определить средний коэффициент роста, возведенный в степень, соответствующую периоду экстраполяции:

$$\hat{y}_{n+t} = y_n \times (\overline{K}_c)(\overline{K}_b)^t, \quad (94)$$

где  $\overline{K}_c$ ;  $\overline{K}_b$  – средние коэффициенты роста цепной или базисный.

### **Задание к лабораторной работе №12** **«Прогнозирование развития социально-экономического явления на основе уровней ряда динамики»**

**Цель работы:** научиться прогнозировать развитие социально-экономического явления на основе уровней ряда динамики.

#### **Порядок выполнения работы**

В соответствии с вариантом задания и статистическим материалом, приведенным в приложении 13, необходимо:

1. Спрогнозировать развитие социально-экономического явления с использованием среднего абсолютного прироста.

2. Спрогнозировать развитие социально-экономического явления с использованием среднего темпа роста.

### Контрольные вопросы и задания

1. В какой форме средней производится расчет среднегодового темпа роста уровня среднедушевого денежного дохода, если известно, что в  $(i+4)$ -м году по сравнению с  $i$ -м году он увеличился на 14,5%?

2. Определите базисные темпы прироста себестоимости, если ее значения за январь, февраль, март составили 100, 150, 160 руб. соответственно (ответ представить в процентах).

3. Определите цепные коэффициенты роста себестоимости (с точностью до 0,1), если ее значения за январь, февраль, март составили 100, 150, 160 руб. соответственно.

4. Чему равен базисный абсолютный прирост?

5. По каким формулам исчисляется среднегодовой темп роста?

6. Что определяется по формуле  $T = \frac{y_i}{y_0}$ ?

7. Чему равен средний остаток оборотных средств (с точностью до 0,1) за 2 квартал при условии:

Остатки оборотных средств	млн. руб.
на 1 апреля	300
на 1 мая	320
на 1 июня	310
на 1 июля	290

Какой вид средней используется при определении среднего остатка оборотных средств за 2 квартал?

8. Что определяется по формуле  $T = \frac{y_i}{y_{i-1}}$  ?

9. Чему должны быть равны в среднем ежеквартальные темпы прироста в процентах (с точностью до 0,1%), чтобы выручка от реализации продукции в 4 квартале текущего года по сравнению с 4 кварталом предыдущего года возросла с 600 тыс. руб. до 798,6 тыс. руб.?

10. По какой зависимости рассчитывается средний уровень моментного ряда динамики с равноотстоящими промежутками времени?

11. По какой зависимости рассчитывается средний уровень моментного ряда динамики с неравно отстоящими промежутками времени?

12. По какой формуле рассчитывается средний уровень интервального ряда динамики с равноотстоящими промежутками времени?

13. По какой формуле рассчитывается средний уровень интервального ряда динамики с неравно отстоящими промежутками времени?

14. Какие методы, используемые для выявления основной тенденции развития явления во времени, Вам известны?

15. Чему равен индекс сезонности для февраля в процентах (с точностью до 0,1 %) при условии:

Месяц	Выручка, млн. руб.	
	i-й год	(i+1)-й год
январь	17,3	16,0
февраль	15,2	15,8
март	17,2	18,4
Итого за год	204,0	216,0

16. Чему равен индекс сезонности для марта в процентах (с точностью до 0,1%)?

17. Дайте определение ряда динамики.

18. Что является моментным рядом динамики?

19. Как называется разность уровней ряда динамики?
20. Как называется отношение уровней ряда динамики?
21. Если за четыре месяца избирательной компании в регионе численность электората одной из партий увеличилась в 16 раз, то среднемесячный темп прироста составлял ... %?
22. Рассчитайте средний уровень ряда по данному моментному ряду динамики:

$t$	На 1.01	На 1.02	На 1.03	На 1.04
$x$	8	11	23	20

23. Рассчитайте средний уровень ряда по данному интервальному ряду динамики:

$t$	1	2	3	4
$x$	10	20	35	5

24. Определить средний абсолютный прирост по цепным данным для данного ряда динамики:

$t$	1	2	3	4
$x$	10	15	25	40

25. Что является важнейшим условием правильности построения ряда динамики?
26. Что является компонентами ряда динамики?
27. Как называется модель, в которой компоненты ряда суммируются?
28. Как называется модель, в которой компоненты ряда умножаются?
29. Как называется тенденция изменения связи между отдельными уровнями ряда?
30. К каким методам относится метод простой скользящей средней?
31. С помощью чего могут быть описаны сезонные колебания в ряду динамики?
32. Какое явление составляет теоретическую основу прогнозирования на основе рядов динамики?

## Тема 13

### СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО ЯВЛЕНИЯ

**Статистическая структура** – это распределение составляющих совокупность единиц по количественному или качественному признаку. Статистический анализ структуры связан с группировкой данных.

Выделяют моментные и интервальные структуры.

**Моментные структуры** характеризуют строение социально-экономического явления по состоянию на определенный момент времени (например, распределение населения по полу, возрасту, образованию). **Интервальные структуры** характеризуют строение социально-экономического явления за определенный период времени (например, экспорт и импорт, товарооборот, материальные затраты).

Статистика имеет дело с фактическими, перспективными, прогнозными, оптимальными и стандартизированными структурами.

Изменение структур оценивают показателями *структурных сдвигов* (выражают изменение структур по времени) и показателями *структурных различий* (выражают территориальные различия структур).

Можно рассчитать следующие *частные показатели структурных сдвигов*:

1. **Абсолютный прирост удельного веса  $i$ -й части совокупности** ( $d_i$ ) в  $j$ -й период по сравнению с  $(j-1)$  периодом:

$$\Delta d_i = d_{ij} - d_{ij-1} \quad (95)$$

Показывает, на какую величину в процентных пунктах возросла или уменьшилась  $i$ -я структурная часть совокупности в  $j$ -й по сравнению с  $j-1$ -м периодом времени.

2. **Темп роста удельного веса  $i$ -й части совокупности** ( $Tr_{di}$ ) в  $j$ -й период времени по сравнению с  $(j-1)$  периодом:

$$Tp_{d_i} = \frac{d_{ij}}{d_{ij-1}} \times 100 \% \quad (96)$$

Показывает, на сколько процентов возросла или уменьшилась *i*-я структурная часть совокупности в *j*-й по сравнению с *j*-1-м периодом времени.

**3. Средний абсолютный прирост удельного веса ( $\overline{\Delta d_i}$ ) *i*-й части совокупности** за *n* периодов времени:

$$\overline{\Delta d_i} = \frac{d_{in} - d_{i1}}{n - 1} \quad (97)$$

Показывает, на сколько в среднем процентных пунктов за *n* периодов времени возросла или уменьшилась *i*-я часть совокупности.

**4. Средний темп роста удельного веса *i*-й части совокупности ( $\overline{Tp_{d_i}}$ )** за *n* периодов времени:

$$\overline{Tp_{d_i}} = \sqrt[n-1]{\frac{d_{in}}{d_{i1}}} \times 100 \% \quad (98)$$

Показывает, на сколько в среднем процентов за *n* периодов времени возросла или уменьшилась *i*-я часть совокупности.

**5. Средний удельный вес *i*-й части совокупности ( $\overline{d_i}$ )** из *k*-структурных частей за *n* периодов времени:

$$\overline{d_i} = \frac{\sum_{j=1}^n (d_{ij} \times \sum_{i=1}^k x_{il})}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k x_{ij}} \quad (99)$$

Показывает, сколько в среднем процентов за *n* периодов времени составляет *i*-я часть в совокупности.

**Пример.** Имеются данные о структуре внешнеторгового оборота РФ за I квартал, представленные в таблице 30.



Таблица 30 – Исходные данные

Составляющая часть внешнеторгового оборота	январь		февраль		март	
	д.ед.	%	д.ед.	%	д.ед.	%
Экспорт	74,9	56,4	75,7	65,7	105,4	70,1
Импорт	58,0	43,6	39,5	34,3	45,0	29,9
Итого	132,9	100	115,2	100	150,4	100

Необходимо определить:

- Абсолютный прирост и темп роста удельного веса экспорта во внешнеторговом обороте РФ в марте по сравнению с февралем;
- Средний абсолютный прирост, средний темп роста и средний удельный вес экспорта во внешнеторговом обороте РФ в I квартале.

### Решение.

1. Рассчитаем абсолютный прирост удельного веса экспорта во внешнеторговом обороте РФ в марте по сравнению с февралем:

$$\Delta d_{\text{экспорт}} = 70,1 - 65,7 = +4,4 \text{ п.п.}$$

К марту удельный вес экспорта во внешнеторговом обороте РФ по сравнению с февралем возрос на 4,4 процентных пункта.

2. Рассчитаем темп роста удельного веса экспорта во внешнеторговом обороте РФ в марте по сравнению с февралем:

$$Tr_{d_{\text{экспорт}}} = \frac{70,1}{65,7} \times 100 \% = 106 \%$$

К марту удельный вес экспорта во внешнеторговом обороте РФ по сравнению с февралем возрос на 6%.

3. Рассчитаем средний абсолютный прирост удельного веса экспорта во внешнеторговом обороте РФ в I квартале:

$$\bar{\Delta d}_{\text{экспорт}} = \frac{70,1 - 56,4}{3 - 1} = 6,9 \text{ п.п.}$$

Удельный вес экспорта во внешнеторговом обороте РФ в среднем ежемесячно возрастает на 6,9 п.п. в I квартале.

4. Рассчитаем средний темп роста удельного веса экспорта во внешнеторговом обороте РФ в I квартале:

$$\overline{Tp}_{d_{экспорт}} = \sqrt[3]{\frac{70,1}{56,4}} \times 100 \% = 111 \%$$

Удельный вес экспорта во внешнеторговом обороте РФ в среднем ежемесячно возрастает на 11% в I квартале.

5. Рассчитаем средний удельный вес экспорта во внешнеторговом обороте РФ в I квартале:

$$\overline{d}_{экспорт} = \frac{132,9 \times 56,4 + 115,2 \times 65,7 + 150,4 \times 70,1}{132,9 + 115,2 + 150,4} = 64 \%$$

В I квартале средний удельный вес экспорта во внешнеторговом обороте РФ составил 64%.

Выше были рассмотрены показатели, позволяющие измерить количественные изменения, которые произошли в каждой отдельно взятой части совокупности. Однако, зачастую необходимо оценить в целом структурные изменения в социально-экономическом явлении за определенный временной интервал, характеризующие подвижность или, наоборот, устойчивость данной структуры. Как правило, это необходимо для сравнения динамики одной и той же структуры в различные периоды времени или нескольких структур, относящихся к разным объектам.

Можно рассчитать следующие *обобщающие показатели структурных сдвигов*:

1. Линейный коэффициент абсолютных структурных сдвигов:

$$\overline{\Delta}_{d_1-d_0} = \frac{\sum_{i=1}^k |d_{ij} - d_{ij-1}|}{k} \quad (100)$$

Показывает, на какую в среднем величину в процентных пунктах возросли или уменьшились структурные части совокупности в j-й по сравнению с j-1-м периодом времени.

2. Квадратический коэффициент абсолютных структурных сдвигов:

$$\sigma_{d_1 - d_0} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (d_{ij} - d_{ij-1})^2}{k}} \quad (101)$$

Интерпретация показателя аналогична линейному коэффициенту абсолютных структурных сдвигов.

3. Линейный коэффициент относительных структурных сдвигов:

$$\Delta \frac{d_1}{d_0} = \sum_{i=1}^k \left| \frac{d_{ij}}{d_{ij-1}} - 1 \right| \times d_{ij-1} \quad (102)$$

Показывает, на сколько процентов в j-м периоде по сравнению с j-1-м периодом времени, удельные веса которого принимаются за 1 или 100%, изменился в среднем удельный вес структурных частей совокупности.

4. Квадратический коэффициент относительных структурных сдвигов:

$$\sigma_{\frac{d_1}{d_0}} = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left( \frac{d_{ij}}{d_{ij-1}} - 1 \right)^2 \times d_{ij-1}} \quad (103)$$

Интерпретация показателя аналогична линейному коэффициенту относительных структурных сдвигов.

**Пример.** На основе данных о структуре внешнеторгового оборота РФ за I квартал, представленные в таблице 1, необходимо определить: линейный и квадратический коэффициенты абсолютных структурных сдвигов, линейный и квадратический коэффициенты относительных структурных сдвигов во внешнеторговом обороте РФ в марте по сравнению с февралем.

### Решение.

1. Рассчитаем линейный коэффициент абсолютных структурных сдвигов во внешнеторговом обороте РФ в марте по сравнению с февралем:

$$\Delta d_{\text{март}} - d_{\text{февраль}} = \frac{|70,1 - 65,7| + |29,9 - 34,3|}{2} = 4,4 \text{ п.п.}$$

К марту по сравнению с февралем удельный вес экспорта и импорта во внешнеторговом обороте РФ изменился в среднем на 4,4 процентных пункта.

2. Рассчитаем квадратический коэффициент абсолютных структурных сдвигов во внешнеторговом обороте РФ в марте по сравнению с февралем:

$$\sigma_{d_{\text{март}} - d_{\text{февраль}}} = \sqrt{\frac{(70,1 - 65,7)^2 + (29,9 - 34,3)^2}{2}} = 4,4 \text{ п.п.}$$

Скорость изменения удельных весов экспорта и импорта во внешнеторговом обороте РФ к марту по сравнению с февралем составила 4,4 процентных пункта.

3. Рассчитаем линейный коэффициент относительных структурных сдвигов во внешнеторговом обороте РФ в марте по сравнению с февралем:

$$\Delta \frac{d_{\text{март}}}{d_{\text{февраль}}} = \left| \frac{70,1}{65,7} - 1 \right| \times 65,7 + \left| \frac{29,9}{34,3} - 1 \right| \times 34,3 = 8,8 \%$$

К марту по сравнению с февралем удельный вес экспорта и импорта во внешнеторговом обороте РФ изменился в среднем на 8,8%.

4. Рассчитаем квадратический коэффициент относительных структурных сдвигов во внешнеторговом обороте РФ в марте по сравнению с февралем:

$$\sigma_{\frac{d_{\text{март}}}{d_{\text{февраль}}}} = \sqrt{\left( \frac{70,1}{65,7} - 1 \right)^2 \times 65,7 + \left( \frac{29,9}{34,3} - 1 \right)^2 \times 34,3} = 0,93$$

Тем роста удельных весов экспорта и импорта во внешнеторговом обороте РФ отклоняется в среднем на 7% к

марту по сравнению с февралем относительно его среднего значения.

В теории и практике статистического анализа особое место принадлежит **интегральным показателям оценки структурных сдвигов**. В отличие от рассмотренных ранее показателей они, как правило, имеют более удобную и компактную шкалу значений - от 0 до 1, и в этом случае каждый коэффициент имеет вполне определенный смысл и не требует сравнения с другим. Чем ближе интегральный показатель структурных различий к 1, тем эти различия существеннее в структуре исследуемого явления.

Можно рассчитать следующие *интегральные показатели структурных сдвигов*:

1. Интегральный коэффициент структурных сдвигов Гатева:

$$K_{\Gamma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (d_{ij} - d_{ij-1})^2}{\sum_{i=1}^k d_{ij}^2 - \sum_{i=1}^k d_{ij-1}^2}} \quad (104)$$

2. Интегральный коэффициент структурных сдвигов Салаи:

$$K_c = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\frac{d_{ij} - d_{ij-1}}{d_{ij} + d_{ij-1}})^2}{k}} \quad (105)$$

3. Интегральный коэффициент структурных сдвигов Рябцева:

$$K_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (d_{ij} - d_{ij})^2}{\sum_{i=1}^k (d_{ij} + d_{ij})^2}} \quad (106)$$

**Пример.** На основе данных о структуре внешнеторгового оборота РФ за I квартал, представленные в таблице 1, необходимо определить: интегральные коэффициенты

структурных сдвигов во внешнеторговом обороте РФ Гатева, Салаи и Рябцева в марте по сравнению с февралем.

**Решение.**

1. Рассчитаем интегральный коэффициент структурных различий во внешнеторговом обороте РФ Гатева в марте по сравнению с февралем:

$$K_r = \sqrt{\frac{(70,1 - 65,7)^2 + (29,9 - 34,3)^2}{(70,1^2 + 29,9^2) - (65,7^2 + 34,3^2)}} = 0,05$$

2. Рассчитаем интегральный коэффициент структурных различий во внешнеторговом обороте РФ Салаи в марте по сравнению с февралем:

$$K_c = \sqrt{\frac{\left(\frac{4,4}{135,8}\right)^2 + \left(\frac{4,4}{64,2}\right)^2}{2}} = 0,04$$

3. Рассчитаем интегральный коэффициент структурных различий во внешнеторговом обороте РФ Рябцева в марте по сравнению с февралем.

$$K_p = \sqrt{\frac{(70,1 - 65,7)^2 + (29,9 - 34,3)^2}{(70,1 + 65,7)^2 + (29,9 + 34,3)^2}} = 0,03$$

Рассчитанные значения интегральных коэффициентов свидетельствуют о незначительной степени структурных различий во внешнеторговом обороте РФ в марте по сравнению с февралем.

**Задание к лабораторной работе №13**  
**«Статистический анализ структуры социально-экономического явления»**

**Цель работы:** научиться анализировать направление, величину и масштаб структурных сдвигов в статистической

совокупности на основе расчета показателей оценки структуры социально-экономического явления.

### Порядок выполнения работы

В соответствии с вариантом задания и статистическим материалом, приведенным в приложении 14, необходимо:

1. Рассчитать и сделать вывод по частным показателям структурных сдвигов в указанной в задании части совокупности, характеризующей исследуемое явление.
2. Рассчитать и сделать вывод по обобщающим показателям структурных сдвигов в указанной в задании части совокупности, характеризующей исследуемое явление.
3. Рассчитать и сделать вывод по интегральным показателям структурных сдвигов в совокупности, характеризующей исследуемое явление.

### Контрольные вопросы и задания

1. К какому виду по временному фактору относится половозрастная структура населения?
2. Поясните смысл и логику следующего выражения:

$$\sum_{i=1}^k \Delta d_i = \sum_{i=1}^k (d_{il} - d_{ij-1}) = 0$$

3. Поясните смысл и логику следующего выражения:

$$\overline{Tp}_{d_i} = \frac{\sum_{i=1}^k Tp_{d_i} \times d_{ij-1}}{\sum_{i=1}^k d_{ij-1}} = 1$$

4. Поясните смысл и логику следующего выражения:

$$\sum_{i=1}^k \overline{\Delta d_i} = \sum_{i=1}^k \frac{d_{in} - d_{i1}}{n - 1} = 0$$

5. Могут ли линейные и обобщающие коэффициенты, рассчитанные для сравнения структурных изменений в двух совокупностях, привести к противоположным выводам?

6. Перечислите частные, обобщающие и интегральные показатели структурных сдвигов, измеряющиеся в процентных пунктах, процентах и коэффициентах.

7. Существует ли терминологические различия между понятиями «структурные сдвиги» и «структурные различия»?

8. Оцените масштаб структурных сдвигов по рассчитанному выше квадратическому коэффициенту абсолютных структурных сдвигов, если:

$\sigma_{d_1 - d_0}$	Масштаб структурных сдвигов
до 2 п.п.	Малые структурные сдвиги
2 п.п. – 10 п.п.	Существенные структурные сдвиги
более 10 п.п.	Большие структурные сдвиги

9. Оцените масштаб структурных сдвигов по рассчитанному выше коэффициенту структурных сдвигов Рябцева, если:

$K_p$	Масштаб структурных сдвигов
0,000 – 0,030	Тождественность структур
0,031 – 0,070	Весьма низкий уровень различий
0,071 – 0,150	Низкий уровень различий
0,151 – 0,300	Существенный уровень различий
0,301 – 0,500	Значительный уровень различий
0,501 – 0,700	Весьма значительный уровень различий
0,701 – 0,900	Противоположный тип структур
0,901 и выше	Полная противоположность структур

10. Объясните понятия «тождественность структур» и «противоположность структур». Какие значения при этом принимают показатели оценки структуры социально-экономического явления?

11. По данным таблицы 1 постройте интегральные показатели структурных сдвигов Курышевой и Казинца.



## Тема 14

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНДЕКСОВ В АНАЛИЗЕ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО ЯВЕНИЯ

В статистике под *индексом* понимается относительный показатель, который выражает соотношение величин какого - либо явления во времени, в пространстве или сравнение фактических данных с любым эталоном.

В международной практике индексы принято обозначать символами **i** и **I** (начальная буква латинского слова index). Буквой «i» обозначаются *индивидуальные (частные) индексы*, буквой «I» - *общие индексы*.

Помимо этого, используются определенные *символы для обозначения показателей структуры индексов*:

- q - количество (объем) какого - либо товара в натуральном выражении;
- p - цена единицы товара;
- z - себестоимость единицы продукции;
- t - затраты времени на производство единицы продукции;
- w - выработка продукции в стоимостном выражении на одного рабочего или в единицу времени;
- v - выработка продукции в натуральном выражении на одного рабочего или в единицу времени;
- T - общие затраты времени (tq) или численность рабочих;
- pq - стоимость продукции или товарооборот;
- zq - издержки производства.

Знак внизу справа от символа означает период: 0 - *базисный*; 1 - *отчетный*.

*Индивидуальные индексы* служат для характеристики изменения отдельных элементов сложного явления.

**Пример.** Изменение объема производства отдельных видов продукции (телевизоров, электроэнергии и т. д.), а также цен на акции какого – либо предприятия.

**Сводные (общие) индексы** служат для измерения сложного явления, составные части которого непосредственно несоизмеримы.

**Пример.** Изменения физического объема продукции, включающей разноименные товары.

**Динамические индексы** служат для характеристики изменения явления во времени. Например, индекс цен на продукцию в  $i$ -м г. по сравнению с предыдущим. При исчислении динамических индексов происходит сравнение значения показателя в отчетный период со значением этого же показателя за предыдущий период, который называют базисным. Динамические индексы бывают базисные и цепные.

**Территориальные индексы** служат межрегиональных сравнений. Используются, как правило, в международной статистике.

В зависимости от экономического назначения индивидуальные индексы бывают: физического объема продукции, себестоимости, цен, трудоемкости и т.п.

**Индивидуальный индекс физического объема** продукции показывает, во сколько раз возрос (уменьшился) выпуск какого – либо одного товара в отчетном периоде по сравнению с базисным, или сколько процентов составляет рост (снижение) выпуска товара:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \quad (81)$$

Если из значения индекса, выраженного в процентах, вычесть 100%, то полученная величина покажет, на сколько возрос (уменьшился) выпуск продукции.

**Индивидуальный индекс цен** характеризует изменение цены одного определенного товара в текущем периоде по сравнению с базисным:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \quad (82)$$

**Индивидуальный индекс себестоимости** единицы продукции показывает изменение себестоимости одного определенного вида продукции в текущем периоде по сравнению с базисным:

$$i_z = \frac{z_1}{z_0} \quad (83)$$

Производительность труда может быть измерена количеством продукции, производимой в единицу времени  $v$ , или затратами рабочего времени на производство единицы продукции  $t$ . Поэтому можно построить:

- **Индекс количества продукции, произведенной в единицу времени:**

$$i_v = \frac{v_1}{v_0} = \frac{q_1}{T_1} \div \frac{q_0}{T_0} \quad (84)$$

- **Индекс производительности труда по трудовым затратам:**

$$i_t = \frac{t_0}{t_1} \quad (85)$$

- **Индивидуальный индекс стоимости продукции (товарооборота)**, отражающих, во сколько раз изменилась стоимость какого - либо товара в текущем периоде по сравнению с базисным, или сколько процентов составляет рост (снижение) стоимости товара, и определяется по формуле:

$$i_{pq} = \frac{q_1 \times p_1}{q_0 \times p_0} \quad (86)$$

В экономических расчетах чаще всего используются **общие индексы**. В зависимости от цели исследования и наличия исходных данных используют различные формы построения общих индексов: **агрегатную** или **средневзвешенную**.

**Агрегатный индекс** – сложный относительный показатель, который характеризует среднее изменение

социально – экономического явления, состоящего из несоизмеримых элементов.

Числитель и знаменатель агрегатного индекса представляют собой сумму произведений двух величин, одна из которых меняется (индексируемая величина), а другая остается неизменной в числителе и знаменателе (вес) индекса.

**Индексируемой величиной** называется признак, изменение которого изучается. **Вес индекса** – это величина, служащая для целей сравнения индексируемых величин.

К агрегатным индексам относятся:

- **Индекс физического объема** продукции – это индекс количественного показателя. В этом индексе индексируемой величиной является количество продукции в натуральном выражении, а весом – цена. Формула для расчета индекса имеет вид:

$$I_q = \frac{\sum q_1 \times p_0}{\sum q_0 \times p_0} \quad (87)$$

В числителе дроби – условная стоимость произведенных в текущем периоде товаров в ценах базисного периода, а в знаменателе – фактическая стоимость товаров, произведенных в базисном периоде.

Данный индекс показывает, во сколько раз возросла (уменьшилась) стоимость продукции из-за роста (снижения) объема ее производства или сколько процентов составляет рост (снижение) стоимости продукции в результате изменения физического объема ее производства.

Если из значения индекса физического объема продукции вычесть 100%, то разность покажет, на сколько процентов возросла (уменьшилась) стоимость продукции в текущем периоде по сравнению с базисным из-за роста (снижения) объема ее производства.

Разность числителя и знаменателя индекса  $(\sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0)$  показывает, на сколько рублей

изменилась стоимость продукции в результате роста (уменьшения) ее объема.

- **Индекс цен** - показывает, во сколько раз возросла (уменьшилась) стоимость продукции из-за изменения цен, или сколько процентов составляет рост (снижение) стоимости продукции в результате изменения цен. Формула для определения индекса цен имеет вид:

$$I_p = \frac{\sum p_1 \times q_1}{\sum p_0 \times q_1} \quad (88)$$

- **Индекс стоимости продукции, или товарооборота** представляет собой отношение стоимости продукции текущего периода  $\sum p_1 \times q_1$  к стоимости продукции в базисном периоде  $\sum p_0 \times q_0$  и определяется по формуле:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 \times q_1}{\sum p_0 \times q_0} \quad (89)$$

Данный индекс показывает, во сколько раз возросла (уменьшилась) стоимость продукции (товарооборота) отчетного периода по сравнению с базисным, или сколько процентов составляет рост (снижение) стоимости продукции. Если из значения индекса стоимости вычесть 100%, то разность покажет, на сколько процентов возросла (уменьшилась) стоимость продукции в текущем периоде по сравнению с базисным.

Существует мультипликативная зависимость между индексами стоимости, физического объема и цен:

$$I_{pq} = I_p \times I_q \quad (90)$$

**Пример.** Имеются данные о реализации фруктов на одном из рынков района (таблица 29).

Таблица 29 – Исходные данные

Товары	Базисный период		Отчетный период	
	продано, т	объем товарооборота, тыс. д.е.	продано, т	объем товарооборота, тыс. д.е.
Яблоки	100	30	140	35
Груши	50	25	80	32
Виноград	30	24	60	36

Необходимо определить:

- Увеличение физического объема товарооборота по каждому виду фруктов и в целом по всем видам, %;
- Изменение цены по каждому товару и в целом по всем товарам, в %;
- Сводный индекс товарооборота в фактических ценах;
- Сумму экономии затрат населения за счет изменения цен при покупке фруктов.

### Решение.

Для определения индивидуальных индексов цен необходимо предварительно исчислить цены по каждому виду товаров в базисном и отчетном периодах, используя для этого данные о товарообороте и количестве проданных товаров. Так в отчетном периоде цена 1 кг товара составит:

$$P_{\text{яблоко}} = \frac{P_1 \times q_1}{q_1} = \frac{35,0}{140,0} = 0,25 \text{ д.е.}$$

$$P_{\text{груш}} = \frac{P_1 \times q_1}{q_1} = \frac{32,0}{80,0} = 0,4 \text{ д.е.}$$

$$P_{\text{винограда}} = \frac{P_1 \times q_1}{q_1} = \frac{36,0}{60,0} = 0,6 \text{ д.е.}$$

В базисном периоде цена 1 кг товара составит:

$$P_{\text{яблоко}} = \frac{P_0 \times q_0}{q_0} = \frac{30,0}{100,0} = 0,3 \text{ д.е.}$$

$$p_{\text{груш}} = \frac{p_0 \times q_0}{q_0} = \frac{25,0}{50,0} = 0,5 \text{ д.е.}$$

$$p_{\text{винограда}} = \frac{p_0 \times q_0}{q_0} = \frac{24,0}{30,0} = 0,8 \text{ д.е.}$$

Физический объем товарооборота яблок увеличился на 40%:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{140}{100} = 1,4$$

Физический объем товарооборота груш увеличился на 60%:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{80}{50} = 1,6$$

Физический объем товарооборота винограда увеличился на 100%:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{60}{30} = 2$$

Физический объем товарооборота по всем видам фруктов увеличился на 64%:

$$I_q = \frac{\sum p_0 \times q_1}{\sum p_0 \times q_0} = \frac{140 \times 0,3 + 80 \times 0,5 + 60 \times 0,8}{100 \times 0,3 + 50 \times 0,5 + 30 \times 0,8} = \frac{130}{79} = 1,64$$

Цена на яблоки снизилась на 17%:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{0,25}{0,3} = 0,83$$

Цена на груши снизилась на 20%:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8$$

Цена на виноград снизилась на 25%:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75$$

Цена по всем видам товаров в текущем периоде снизилась на 21%:

$$I_p = \frac{\sum p_1 \times q_1}{\sum p_0 \times q_1} = \frac{140 \times 0,25 + 80 \times 0,4 + 60 \times 0,6}{140 \times 0,3 + 80 \times 0,5 + 60 \times 0,8} = \frac{103}{130} = 0,79$$

Стоимость продукции (товарооборота) в текущем периоде по сравнению с базисным возросла на 30%:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 \times q_1}{\sum p_0 \times q_0} = \frac{35 + 32 + 36}{30 + 25 + 24} = \frac{103}{24} = 1,3$$

Сумма экономии по яблокам составила:

$$p_0 \times q_1 - p_1 \times q_1 = (0,3 - 0,25) \times 140 = 7 \text{ тыс. д.е.}$$

Сумма экономии по грушам составила:

$$p_0 \times q_1 - p_1 \times q_1 = (0,5 - 0,4) \times 80 = 8 \text{ тыс. д.е.}$$

Сумма экономии по винограду составила:

$$p_0 \times q_1 - p_1 \times q_1 = (0,8 - 0,6) \times 60 = 12 \text{ тыс. д.е.}$$

Сумма экономии по всем фруктам составила:

$$\sum p_1 \times q_1 - \sum p_0 \times q_1 = 103 - 130 = 27 \text{ тыс. д.е.}$$

Помимо агрегатных в статистике используются и *средневзвешенные индексы*. К их исчислению прибегают тогда, когда имеющаяся в распоряжении информация не позволяет рассчитать общий агрегатный индекс.

Например, если отсутствуют данные о ценах, но имеется информация о стоимости продукции в текущем периоде и известны индивидуальные индексы цен по каждому товару, то



нельзя определить общий индекс цен как агрегатный, но возможно исчислить его как средний из индивидуальных.

При исчислении средних индексов используются две формы средних: средняя арифметическая и средняя гармоническая.

**Средний арифметический индекс** будет тождествен агрегатному индексу, если весами индивидуальных индексов будут слагаемые знаменателя агрегатного индекса.

Зависимость для определения **среднего арифметического индекса физического объема продукции** будет иметь вид:

$$I_q = \frac{\sum i_q \times p_0 \times q_0}{\sum p_0 \times q_0} \quad (91)$$

Так как  $i_q \times q_0 = q_1$ , то формула этого индекса легко преобразуется в полученную ранее формулу:

$$I_q = \frac{\sum q_1 \times p_0}{\sum q_0 \times p_0}$$

Средние индексы широко используются при анализе рынка ценных бумаг. Наиболее известными являются индексы Доу – Джонса, НИКЕЙ, Стендара и Пура.

К **индексам структурных сдвигов** относятся: индекс переменного состава, индекс постоянного состава и индекс структурных сдвигов.

**Индексом переменного состава** называется индекс, выражающий соотношение средних уровней изучаемого явления, относящихся к разным периодам времени.

Например, индекс переменного состава себестоимости продукции одного и того же вида рассчитывается по формуле:

$$I_{пс} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 \times q_1}{q_1} \div \frac{\sum z_0 \times q_0}{q_0}, \quad (92)$$

где  $I_{пс}$  – индекс переменного состава.

Индекс переменного состава отражает изменение не только индексируемой величины (в данном случае себестоимости), но и структуры совокупности (весов).

**Индекс постоянного (фиксированного) состава** – это индекс, исчисленный с весами, зафиксированными на уровне одного какого-либо периода, и показывающий изменение только индексируемой величины.

Например, индекс фиксированного состава себестоимости продукции рассчитывается по формуле:

$$I_{\text{фс}} = \frac{\sum z_1 \times q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \times q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum z_1 \times q_1}{\sum z_0 \times q_1}, \quad (93)$$

где  $I_{\text{фс}}$  – индекс фиксированного состава.

Под **индексом структурных сдвигов** понимают индекс, характеризующий влияние изменения только структуры изучаемого явления на динамику среднего уровня этого явления.

Например, индекс изменения среднего уровня себестоимости определяется по формуле:

$$I_{\text{сс}} = \frac{\sum z_0 \times q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \times q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum z_0 \times q_1}{\sum z_0 \times q_0} \div \frac{\sum q_1}{\sum q_0}, \quad (94)$$

где  $I_{\text{сс}}$  – индекс структурных сдвигов.

Система взаимосвязанных индексов имеет следующий вид:

$$\begin{array}{ccc} I_{\text{пс}} & = & I_{\text{фс}} \times I_{\text{сс}} \\ \text{Индекс} & & \text{Индекс} \quad \times \quad \text{Индекс} \\ \text{переменного} & & \text{фиксированного} \quad \text{структурных} \\ \text{состава} & & \text{состава} \quad \text{сдвигов} \end{array} \quad (95)$$

**Пример.** Имеются данные о заработной плате и численности работников трех филиалов акционерного общества (таблица 30). Требуется определить показатели и динамику

средней заработной платы по каждому филиалу и в целом по предприятию.

Таблица 30 – Исходные данные

Филиалы	Месячный фонд заработной платы, тыс. руб.		Средняя списочная численность работников, чел.	
	октябрь	ноябрь	октябрь	ноябрь
№1	400	490	150	140
№2	720	740	230	235
№3	350	410	95	105
Итого	1470	1640	475	480

### Решение.

1. Средняя заработная плата определяется путем деления месячного фонда заработной платы на среднесписочную численность работников.

Для филиала № 1 имеем:

- октябрь:

$$\bar{z}_0^1 = \frac{400}{150} = 2,667 \text{ тыс.руб.}$$

- ноябрь:

$$\bar{z}_1^1 = \frac{490}{140} = 3,5 \text{ тыс. руб.}$$

Для филиала № 2 имеем:

- октябрь:

$$\bar{z}_0^2 = \frac{720}{230} = 3,130 \text{ тыс. руб.}$$

- ноябрь:

$$\bar{z}_1^2 = \frac{740}{235} = 3,149 \text{ тыс.руб.}$$

Для филиала № 3 имеем:

- октябрь:

$$\bar{z}_0^3 = \frac{350}{95} = 3,684 \text{ тыс.руб.}$$

- ноябрь:

$$\bar{3}_1^3 = \frac{410}{105} = 3,905 \text{ тыс. руб.}$$

В целом по акционерному обществу имеем:

- октябрь:

$$\bar{3}_0^{AO} = \frac{1470}{475} = 3,095 \text{ тыс. руб.}$$

- ноябрь:

$$\bar{3}_1^{AO} = \frac{1640}{480} = 3,417 \text{ тыс.руб.}$$

2. Для определения динамики заработной платы рассчитаем индексы переменного состава средней заработной платы.

Для филиала № 1 имеем:

$$I_{\text{ПЕР.СОСТ.}}^1 = \frac{3,5}{2,667} = 1,3123$$

Для филиала № 2 имеем:

$$I_{\text{ПЕР.СОСТ.}}^2 = \frac{3,149}{3,130} = 1,0061$$

Для филиала № 3 имеем:

$$I_{\text{ПЕР.СОСТ.}}^3 = \frac{3,905}{3,684} = 1,060$$

В целом по акционерному обществу имеем:

$$I_{\text{ПЕР.СОСТ.}}^{AO} = \frac{3,417}{3,095} = 1,1040$$

**Вывод 1.** Рассчитанные индексы показывают, что в наибольшей степени заработная плата увеличилась у работников филиала №1, а в меньшей степени – у работников филиала №2.

Полученный вывод по индексу переменного состава касается одновременного влияния двух факторов:

- изменения средней заработной платы у различных работников филиалов акционерного общества;
- структурных сдвигов в составе работников, т.е. изменения удельных весов категорий работников с разным уровнем средней заработной платы в общей численности работников.

Для оценки раздельного влияния каждого из этих двух факторов на динамику среднего уровня заработной платы определим индексы постоянного состава и структурных сдвигов.

Для исключения влияния второго фактора рассчитаем для акционерного общества в целом индекс постоянного состава:

$$I_{\text{ПОСТ.СОСТ.}}^{\text{АО}} = \frac{\sum z_1 \times T_1}{\sum T_1} \div \frac{\sum z_0 \times T_1}{\sum T_1} =$$

$$\frac{3,5 \times 140 + 3,149 \times 235 + 3,905 \times 105}{2,667 \times 140 + 3,130 \times 235 + 3,684 \times 105} = 1,0964$$

**Вывод 2.** Под влиянием изменения средней заработной платы работников филиалов средняя заработная плата в целом по акционерному обществу увеличилась на 9,64%:

$$I_{\text{СТР.СД.}}^{\text{АО}} = \frac{I_{\text{ПЕР.СОСТ.}}^{\text{АО}}}{I_{\text{ПОСТ.СОСТ.}}^{\text{АО}}} = \frac{1,1040}{1,0964} = 1,0069$$

**Вывод 3.** Под влиянием изменения структуры персонала филиалов средняя заработная плата в целом по акционерному обществу увеличилась на 0,69%.

## **Задание к лабораторной работе №14**

### **«Использование индексов в анализе социально-экономического явления»**

**Цель работы:** научиться использовать индексы при анализе социально-экономических явлений и процессов.

### **Порядок выполнения работы**

В соответствии с вариантом задания и статистическим материалом, приведенным в приложении 13 необходимо рассчитать и проанализировать индексы.

### **Контрольные вопросы и задания**

1. С помощью какого индекса оценивается изменение средней себестоимости однородной продукции по совокупности предприятий?
2. Какими формулами пользуются для расчета индекса фиксированного (постоянного) состава?
3. По какой формуле рассчитывается средний гармонический индекс цен?
4. По какой формуле рассчитывается индекса переменного состава?
5. Индекс постоянного состава = ... % (с точностью до 1%), если: индекс переменного состава = 107,8%; индекс структурных сдвигов = 110%.
6. Индекс структурных сдвигов = ... % (с точностью до 0,1%), если: индекс постоянного состава = 101,05%; индекс переменного состава = 100,58%.
7. Индекс переменного состава = ... % (с точностью до 0,1%), если: индекс постоянного состава = 102,5%; индекс структурных сдвигов = 100,6%.
8. Что является недостающим элементом в формуле среднего арифметического индекса физического объема товарооборота?

$$\frac{\sum i_q \times \dots}{\sum \dots}$$

9. Какая связь существует между сводными индексами стоимостного объема товарооборота  $I_{pq}$ , физического объема товарооборота  $I_q$  и цен  $I_p$ ?

10. Как строятся агрегатные индексы цен Пааше?

11. Как строятся агрегатные индексы физического объема товарооборота?

12. С помощью каких индивидуальных индексов исчисляется средний гармонический индекс цен?

13. Как исчисляются средние индексы?

14. Как определяется связь между сводными индексами издержек производства  $I_{zq}$ , физического объема продукции  $I_q$  и себестоимости  $I_z$ ?

15. Как определяется связь между индексами переменного ( $I_{\text{ПЕР.СОСТ.}}$ ), постоянного ( $I_{\text{ПОСТ.СОСТ.}}$ ) составов и структурных сдвигов ( $I_{\text{СТР.СД.}}$ )?

16. По какой формуле вычисляется индекс структурных сдвигов?

17. Какой индекс используется для оценки изменения средней себестоимости однородной продукции?

18. Рассчитайте индивидуальный индекс цены, если цена на некоторый продукт изменилась за определенный период с 20 руб. до 25 руб.?

19. При цене 20 руб. реализовано 250 ед. продукции. При повышении цены на 5 руб. объем реализации составил 240 ед. продукции. Рассчитайте индекс товарооборота.

20. Что означает в теории индексов параметр  $q$ ?

21. Что означает в теории индексов параметр  $p$ ?

22. Какие бывают индексы по форме построения?

23. Какой индекс определяется соотношением  $p_1 / p_0$ ?

24. Что выражает индекс переменного состава?
25. Что выражает индекс постоянного состава?
26. Что является весами в индексе Пааше?
27. Что является весами в индексе Ласперейса?
28. Как рассчитывается индекс – дефлятор?



### Список использованных источников

1. ГОСТ 2.105–95\* «Единая система конструкторской документации. Общие требования к текстовым документам».
2. ГОСТ 7.32–2001 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Отчет о научно-исследовательской работе. Структура и правила оформления».
3. ГОСТ 7.32–2001 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Отчет о научно-исследовательской работе. Структура и правила оформления».
4. ГОСТ 7.05–2008 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления».
5. ГОСТ 8.417–2002 «Государственная система обеспечения единства измерений. Единицы величин».
6. Горяинова Е.Р., Панков АЛ, Платонов Е.Н. Прикладные методы анализа статистических данных: Учеб. пособие. - М.: Издательский дом Высшей школы экономики, 2012. - 280 с.
7. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики: Учебник. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: ИНФРА-М, 2013. - 416 с. (Высшее образование).
8. Замедлина Е.А. Статистика: Учеб. пособие. - М.: РИОР, 2013. - 160 с. (Среднее профессиональное образование).
9. Канцедал СА. Основы статистики: Учеб. пособие. - М.: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2013. - 192 с. (Профессиональное образование).
10. Кошевой О.С., Карпова М.К., Голосова Е.С. Общая теория статистики. –Пенза: Из-во ПГУ, 2010. - 130 с.
11. Кошевой О.С., Сафонова О.Н. Индексный метод анализа производственно-хозяйственной деятельности предприятий и организаций: учебно-

методическое пособие. – М.: ФГБОУ ВПО МГАУ, 2013. - 48с.

12. Методология статистического исследования социально-экономических процессов. Научное издание / Под ред. В.Г. Минашкина. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. - 387 с.

13. Ниворожкина Л.И., Арженовский С.В., Рудяга А.А. и др. Статистика: Учебник. - М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2013. - 476 с.

14. Образцова О.И. Статистика предприятий и бизнес-статистика: Учебник. - М.: Издательский дом Высшей школы экономики, 2011. - 704 с. (Серия «Учебники ВШЭ»).

15. Просветов Г.И. Статистика: задачи и решения: Учебно-практическое пособие. - М.: Изд-во «Альфа-Пресс», 2014. - 496 с.

16. Статистика: Учебное пособие / Колл. авторов; под ред. В.Н. Салина, Е.П. Шпаковской. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: КНОРУС, 2014. - 504 с. (Бакалавриат).

17. Тумасян А.А., Василевская Л.И. Статистика промышленности: Учеб. пособие. - Минск: Новое знание; М.: ИНФРА-М, 2012. - 430 с. (Высшее образование).

18. Энциклопедия статистических терминов. Росстат 2013 год. URL:

[http://www.gks.ru/free\\_doc/new\\_site/rosstat/stbook11/book.html](http://www.gks.ru/free_doc/new_site/rosstat/stbook11/book.html)  
( дата обращения 6.02.2014)

19. Сайт Росстата [www.gks.ru](http://www.gks.ru)

20. Сайт Пензастата <http://pnz.gks.ru>

21. Пензенская область. Основные показатели развития. Статистические ежегодники. Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Пензенской области.

## **ПРИЛОЖЕНИЯ**

## Приложение 1

### Требования к оформлению отчета по лабораторной работе

При подготовке отчета по лабораторной работе следует руководствоваться требованиями - ГОСТ 2.105–95\* «Единая система конструкторской документации. Общие требования к текстовым документам».

#### ***Рекомендуемая структура отчета по лабораторной работе:***

1. титульный лист;
2. введение;
3. основная часть;
4. заключение;
5. список использованных источников;
6. приложения (по необходимости).

**1. Титульный лист** является первой страницей «Отчета» и должен содержать следующие сведения: наименование учреждения (учебного заведения), название (тема) лабораторной работы, сведения о выполнившем лабораторную работу, сведения о преподавателе, сведения об аттестации, наименование места и год выполнения.

Образец титульного листа приведен в Приложении 2.

**2. Содержание структурного элемента «Введение»** должно отражать оценку современного состояния решаемой задачи, актуальность выполняемой работы, цель и задачи исследования.

**3. Основная часть** работы включает краткое описание работы и числовые данные, отражающие существо, методику и отдельные результаты, достигнутые в ходе ее выполнения. По каждой задаче исследования должно быть отражено:

- цель исследования;

- способ генерации и предоставления исходных и выходных данных;
- алгоритм, который применялся в расчетах;
- описание проведенных вычислений;
- использованное при проведении вычислений программное обеспечение;
- результаты исследования в наглядной форме (таблицы, графики и т.д.);

**4. Заключение** должно отражать: выводы по результатам выполненной работы; оценку полноты решения поставленных задач, полученных результатов, преимуществ принятых решений и рекомендации по их использованию; практическую ценность полученных результатов; перспективы разработки рассмотренных проблем.

**5. Список использованных источников** – это упорядоченный в алфавитно-хронологической последовательности перечень библиографических описаний документальных источников информации по теме выполненной работы. Документы в списке располагают в следующем порядке: законодательные документы (нормативно-правовые акты); стандарты и другие нормативные документы; учебная литература; справочные материалы; статьи из журналов, сборников научных трудов, интернет-ресурсы и т.д. Внесенные в список документы нумеруют арабскими цифрами по порядку. При ссылке в тексте на документ из списка указывают его порядковый номер согласно списку. Номер указывают в квадратных скобках.

Образец оформления списка использованных источников приведен в приложении 3.

Для выполнения работы студенты самостоятельно формируют список использованных источников. При этом можно воспользоваться списком источников, представленных в настоящем учебном пособии.

**6. Приложения** помещаются в конце отчета по лабораторной работе. Каждое приложение должно начинаться с новой страницы и иметь содержательный заголовок. Приложения нумеруются арабскими цифрами по порядковой нумерации. Номер приложения обозначается прописной буквой русского алфавита, размещается в правом верхнем углу над заголовком приложения. Приложения должны иметь общую с остальной частью «Отчета» нумерацию страниц. На все приложения в основной части «Отчета» должны быть ссылки [2 - 5].

Текст отчета по лабораторной работе выполняют с использованием компьютера на одной стороне листа белой бумаги формата А4 (210×297) мм. Размеры полей: левое – 30 мм, правое – 10 мм, верхнее – 15 мм, нижнее – 20 мм. Шрифт – «Times New Roman», размер – 14, на странице около 1800 знаков, включая пробелы и знаки препинания (т.е. 57 - 60 знаков в строке, 28 - 30 строк на странице). Выравнивание текста - по ширине, красная строка - 1,25 (1,27 мм), междустрочный интервал – полуторный. Заголовки структурных элементов отчета следует располагать в середине строки без точки в конце и печатать прописными буквами, не подчеркивая. Если заголовок включает несколько предложений, их разделяют точками. Переносы слов в заголовках не допускаются.

Расстояние между заголовком и текстом должно быть равно двум интервалам, между заголовками раздела и подраздела – одному интервалу, между текстом и заголовком следующего подраздела – трем интервалам.

В текстовом документе допускаются отдельные слова, формулы, условные знаки, иллюстрации выполнять от руки, используя чертежный шрифт (черной пастой или тушью).

Страницы текста отчета нумеруют арабскими цифрами, соблюдая сквозную нумерацию по всему тексту документа. Номер страницы «Титульный лист» включают в общую нумерацию страниц. Номер страницы на титульном листе не проставляют.

Формулы выделяют из текста в отдельную строку. Если формула не умещается в одну строку, то ее переносят на следующую строку на знаках выполняемых операций, причем знак в начале следующей строки повторяют. Формулы нумеруют по порядку арабскими цифрами в пределах отчета. Номер указывают в круглых скобках с правой стороны листа на уровне формулы. Пояснения символов и числовых коэффициентов, входящих в формулу, приводят непосредственно под ней. Пояснения каждого символа приводят с новой строки. Первую строку пояснения начинают со слова «где» без абзацного отступа. При ссылке в тексте документа на формулу ее порядковый номер указывают в круглых скобках.

Таблицу помещают непосредственно под текстом, в котором дана ссылка на нее. Все таблицы, если их в тексте более одной, нумеруют арабскими цифрами по порядку в пределах текстового документа. Название таблицы должно отражать содержание, быть точным и кратким. Над таблицей помещают слово «Таблица» без абзацного отступа, затем – номер таблицы, через тире – название таблицы.

Иллюстрации нумеруют арабскими цифрами по порядку в пределах текстового документа и обозначают словом «Рисунок». Иллюстрации должны иметь тематическое наименование и пояснительные данные (подрисуночный текст). Подрисуночный текст помещают под иллюстрацией, а ниже по центру печатают слово «Рисунок», его номер и наименование.

Общий объем отчета – не менее 5 страниц машинописного текста. Отчет предоставляется преподавателю, ведущему данный предмет, в печатном (твердая копия) виде [2 - 5].

## Приложение 2

### Форма титульного листа

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет экономики и управления

Кафедра «Экономика и финансы»

Дисциплина «Общая теория статистики»

### ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

---

тема

Преподаватель \_\_\_\_\_  
ученая степень, подпись, дата, ФИО

Студент \_\_\_\_\_  
группа, подпись, дата, ФИО

Пенза 20 \_\_\_\_ г.



### Пример формирования списка использованных источников

#### Список использованных источников

1. Указ Президента Российской Федерации от 12 мая 2008 г. № 724 «Вопросы системы и структуры федеральных органов исполнительной власти» // Собрание законодательства РФ. 19.05.2008. № 20. ст. 2290.
2. Сайт Федеральной службы государственной статистики <http://www.gks.ru>
3. Елисеева И. И., Юзбашев М. М. Общая теория статистики: Учебник / Под. ред. И. И. Елисеевой. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2008. – 655 с.
4. Ефимова М. Р., Ганченко О. И., Петрова Е. В. Практикум по общей теории статистики: Учебное пособие. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2008. – 368 с.
5. Назаров М. Г. Статистика. Электронный учебник / Назаров М. Г. - М.: Издательский торговый дом «Кнорус», 2008.
6. Информационно-издательский центр «Статистика России»: <http://www.infostat.ru>.
7. Пензенская область. Основные показатели развития с 1991 г. по 2008 г. Статистический ежегодник. Официальное издание. - Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Пензенской области, Пенза 2009.
8. Пашинцева Н. И. О некоторых перспективах развития региональной и муниципальной статистики / Н. И. Пашинцева // Вопросы статистики. 2010. № 5. С.3 – 5.
9. Попов А. Д. Всероссийская перепись населения как источник информации о его занятости в экономике / А. Д. Попов // Вопросы статистики. 2006. № 12. С.74 – 78.

## Приложение 4

### Варианты и задания на выполнение лабораторной работы №1 «Анализ и формализация статистической информации, представленной на сайте Росстата»

**Таблица П 4.1 – К заданию 1**

Вариант	Объект исследования	Задачи исследования
1	Руководство Росстата	Состав руководства. Основные функциональные обязанности руководства. Подчиненные структурные подразделения
2	Руководящие нормативные документы	Проанализировать структуру и общую характеристику документов: – «Об официальном статистическом учете и системе государственной статистики в Российской Федерации» (Федеральный закон № 282ФЗ от 29 ноября 2007 года); – Постановление Правительства РФ №420 от 2 июня 2008 года «О Федеральной службе государственной статистики»; – Указ президента РФ от 12 мая 2008 года «Вопросы системы и структуры федеральных органов исполнительной власти»
3	Банк готовых документов	Назначение банка готовых документов. Проанализировать состав и общую структуру статистических сборников
4	Банк готовых документов	Назначение банка готовых документов. Проанализировать состав и общую структуру

		периодических изданий
5	Банк готовых документов	Назначение банка готовых документов. Проанализировать состав и общую структуру статистических бюллетеней и журналов
6	Центральная база статистических данных (ЦБСД)	Состав, настройка и пример формирования интерактивной витрины.
7	База данных муниципальных образований	Состав, настройка и пример формирования паспорта муниципального образования
8	Статистический регистр Росстата	Краткая характеристика положения о статистическом регистре. Перечень показателей картограмм о числе предприятий и организаций для Пензенской области на душу населения
9	Методология статистического исследования	Методологические положения по статистике (выпуск 1, 2, 3, 4, 5). Структура и основные направления анализа
10	Взаимодействие Росстата с другими базами данных (на примере единой межведомственной информационно – статистической системы (ЕМИСС))	Общая характеристика показателей анализа и ведомств, формирующих показатель. Состав, настройка и пример формирования структуры отображения показателя.
11	Сайты территориальных органов статистики	Состав и структура сайтов территориальных органов статистики (на примере сайта Пензастата).
12	ГМЦ Росстата	Назначение, структура и основные функции

**Таблица П 4.2 – К заданию 2**

Вариант	Объект исследования*
1	Рождаемость
2	Смертность
3	Разводимость
4	Брачность
5	Валовой региональный продукт
6	Количество занятого населения
7	Количество безработного населения
8	Средняя заработная плата
9	Миграция в регионе (прибыло всего)
10	Миграция в регионе (выбыло всего)
11	Число малых и средних предприятий
12	Количество студентов вузов

\* студент может самостоятельно выбрать объект исследования, отличный от объектов, представленных в таблице.

### **Варианты и задания на выполнение лабораторной работы №2 «Организация статистического наблюдения»**

**1. *Определите наиболее существенные количественные и неколичественные (атрибутивные) признаки, которыми можно охарактеризовать единицу статистической совокупности по вариантам:***

1. Промышленные предприятия.
2. Фермерские хозяйства.
3. Торговые предприятия.
4. Больницы.
5. Библиотеки.
6. Школы
7. Вузы.
8. Студенты.
9. Семьи.
10. Детские сады.
11. Театры.
12. Транспортные предприятия.

**2. *Определите цель и разработайте программу по вариантам.***

1. Обследования безработных района.
2. Обследования школ города.
3. Обследования студентов группы.
4. Обследования студентов факультета.
5. Обследования студентов вуза.
6. Обследования студентов всех вузов города.
7. Обследования пенсионеров города.
8. Обследования лиц, прибывших на постоянное жительство в Пензу из стран ближнего зарубежья.

9. Обследования читателей областной библиотеки.
10. Обследования читателей университетской библиотеки.
11. Обследования работы общественного транспорта.
12. Обследования сберегательных касс города.

**3. Разработайте документальное сопровождение проведения наблюдения. Требуется определить: а) объект и единицу наблюдения; б) признаки, подлежащие регистрации; в) форму, вид и способ наблюдения; г) разработать формуляр наблюдения.**

1. Студентов об организации учебного процесса вуза.
2. Преподавателей об отношении студентов к учебному процессу.
3. Покупателей о качестве продовольственных товаров.
4. Покупателей о качестве промышленных товаров.
5. Пассажиров о работе городского транспорта.
6. Пассажиров о работе пригородных электрических поездов.
7. Пассажиров о работе поездов дальнего следования.
8. Пассажиров о работе железнодорожных билетных касс.
9. Пассажиров о работе пригородного автобусного транспорта.
10. Жителей об экологической обстановке в городе.
11. Жителей о качестве работы коммунальных служб.
12. Малообеспеченных семей об их социальной поддержке государственными службами.

## Приложение 6

### Варианты заданий на выполнение лабораторной работы № 3 «Построение и анализ статистических группировок»

**Таблица П.6.1 - Варианты заданий для построения  
статистических группировок**

Номер варианта	Типологическая		Структурная	
	Номер таблицы	Признак поиска варианта	Номер таблицы	Признак поиска варианта
1	П.6.3	1 вариант	П.6.2	Прибывших всего
2	П.6.3	2 вариант	П.6.2	Прибывших в город
3	П.6.3	3 вариант	П.6.2	Прибывших в село
4	П.6.3	4 вариант	П.6.2	Выбывших всего
5	П.6.3	5 вариант	П.6.2	Выбывших из города
6	П.6.3	6 вариант	П.6.2	Выбывших из села
7	П.6.3	7 вариант	П.6.3	1 вариант
8	П.6.3	8 вариант	П.6.3	2 вариант
9	П.6.3	9 вариант	П.6.3	3 вариант
10	П.6.4	1 вариант	П.6.3	4 вариант
11	П.6.4	2 вариант	П.6.3	5 вариант
12	П.6.4	3 вариант	П.6.3	6 вариант

Варианты, указанные в соответствующих колонках группировок, относятся к признаку поиска статистической информации.

**Таблица П.6.2 - Межреспубликанская миграция в  
регионе**

Страны	Число прибывших (человек)			Число выбывших (человек)		
	Всего	В том числе в местность:		Всего	В том числе из местности:	
		городскую	сельскую		городской	сельской
Украина	663	372	291	324	176	148
Республика Беларусь	106	62	44	99	73	26
Республика Узбекистан	938	449	489	80	35	45
Республика Казахстан	1921	927	994	171	92	7.9
Республика Грузия	57	41	16	18	14	4
Азербайджанская республика	131	61	70	22	10	12
Литовская республика	13	13	-	8	5	3
Молдова	61	33	28	35	20	15
Латвийская республика	15	13	2	7	7	-
Республика Кыргызстан	165	70	95	57	27	30
Республика Таджикистан	343	145	198	37	20	17
Республика Армения	93	40	53	12	6	6
Туркменистан	206	94	112	30	11	19
Эстонская республика	27	20	7	6	3	3
Другие зарубежные страны	225	223	2	257	223	34



**Таблица П.6.3 - Численность работающих по крупным и средним предприятиям и организациям, включая малые предприятия региона, чел.**

Отрасль экономики	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант	5 вариант	6 вариант	7 вариант	8 вариант	9 вариант
Промышленность	237254	263634	248662	229076	202205	182689	175110	161832	142642
Сельское хозяйство	100682	98451	140689	136714	124228	124059	116491	101829	95458
Лесное хозяйство	3989	3518	3343	3344	3562	3792	3832	3542	3144
Транспорт	41676	41012	39779	38735	34836	34365	32166	32109	27099
Связь	8439	8451	8501	8417	8359	8316	8344	8328	8189
Строительство	62755	75740	64010	47380	45206	45164	42379	35819	32748
Торговля, общественное питание, материально-техническое снабжение и сбыт, заготовки	54047	58837	71545	52191	53826	56721	52690	47877	48448
Жилищно-коммунальное хозяйство; непроизводственные виды бытового обслуживания населения	23916	23323	23795	23064	21107	21841	23035	21773	23819
Здравоохранение, физическая культура и социальное обеспечение	35009	40665	37137	39618	40313	44593	46600	45552	46175
Образование	55061	56517	60558	60062	63648	63544	61108	59489	58375
Культура и искусство	11332	12190	12354	11829	11306	11054	11545	11293	11186
Наука и научное обслуживание	22238	29792	22063	18440	15912	14725	12567	11880	9221
Кредитование, финансы, страхование	4704	4987	5470	6092	6824	7538	7136	6724	6974
Аппарат органов управления	10060	14226	14242	15225	14181	15392	13067	23645	22559
Другие отрасли	11071	12815	13071	16162	4697	5673	14426	3646	7465

**Таблица П.6.4 - Численность работающих в малых предприятиях региона, чел.**

Отрасль экономики	1 вариант	2 вариант	3 вариант
Промышленность	2682	9133	1548
Сельское хозяйство	470	289	413
Транспорт	226	739	355
Связь	7	2	14
Строительство	10571	6968	5959
Торговля	1002	17620	6144
МТС	27	135	189
Информационно-вычислительное обслуживание	99	157	359
Операции с недвижимым имуществом	-	-	18
Общая коммерческая деятельность	-	86	4437
ЖКХ и непроизводственные виды бытового обслуживания	802	407	684
Здравоохранение, физкультура	118	124	198
Образование	8	66	122
Культура и искусство	213	363	113
Наука и научное обслуживание	740	1633	869
Финансы, кредит, страхование	-	39	541
Другие	1881	4261	14027

## Приложение 7

### Варианты заданий на выполнение лабораторной работы № 5 «Определение вариации социально-экономических показателей»

**Таблица П.7.1 - Варианты заданий для исследования  
показателей вариации**

Номер варианта	Номер таблицы	Примечание
1	П.7.2 П.7.3	таблица П.7.2 (1 вариант), таблица П.7.3 (показатель 1)
2	П.7.2 П.7.3	таблица П.7.2 (2 вариант), таблица П.7.3 (показатель 2)
3	П.7.2 П.7.3	таблица П.7.2 (3 вариант), таблица П.7.3 (показатель 3)
4	П.7.2 П.7.3	таблица П.7.2 (4 вариант), таблица П.7.3 (показатель 4)
5	П.7.2 П.7.3	таблица П.7.2 (5 вариант), таблица П.7.3 (показатель 5)
6	П.7.2 П.7.3	таблица П.7.2 (6 вариант), таблица П.7.3 (показатель 6)
7	П.7.2 П.7.3	таблица П.7.2 (7 вариант), таблица П.7.3 (показатель 7)
8	П.7.2 П.7.3	таблица П.7.2 (8 вариант), таблица П.7.3 (показатель 8)
9	П.7.2 П.7.3	таблица П.7.2 (9 вариант), таблица П.7.3 (показатель 9)
10	П.7.2 П.7.3	таблица П.7.2 (10 вариант), таблица П.7.3 (показатель 10)
11	П.7.2 П.7.3	таблица П.7.2 (11 вариант), таблица П.7.3 (показатель 11)
12	П.7.2 П.7.3	таблица П.7.2 (12 вариант), таблица П.7.3 (показатель 12)

**Таблица П.7.2 – Распределение населения по возрасту в регионе, тыс. чел.**

Население в возрасте, лет	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант	5 вариант	6 вариант	7 вариант	8 вариант	9 вариант	10 вариант	11 вариант	12 вариант
0 – 4	81,6	75	69,3	65,1	62,2	58,3	56,6	55,6	78,3	67,2	60,3	56,1
5 – 9	116,3	113,2	107,0	98,4	89,2	82,6	75,4	69,6	114,8	102,7	85,9	72,5
10 – 14	114,1	115,8	118,4	120,8	120,3	118,2	114,5	108	115,0	119,6	119,3	111,3
15 – 19	108,8	109,5	109,3	110,9	113,7	115,6	116,8	119,1	109,2	110,1	114,7	118,0
20 – 24	101	102,7	104,3	104,7	106,2	107,1	107,7	107,5	101,9	104,5	106,7	107,6
25 – 29	95,4	94,5	94,8	96,8	98,7	100,8	102,3	103,3	95,0	95,8	99,8	102,8
30 – 34	121,2	115,2	109,3	104,2	98,6	95,5	93,9	94	118,2	106,8	97,1	94,0
35 – 39	131,4	132,4	131,9	129,7	126,5	120,9	114,3	108	131,9	130,8	123,7	111,2
40 – 44	122,6	124,3	125,5	126,6	129,2	129,8	130,3	129,5	123,5	126,1	129,5	129,9
45 – 49	98,3	111,5	116,4	119,9	120,5	120	121	121,6	104,9	118,2	120,3	121,3
50 – 54	72,4	60,4	56,5	64,2	78,2	94,6	106,8	111,3	66,4	60,4	86,4	109,1
55 – 59	105,7	109,4	109,9	100,5	84,3	68,3	56,6	52,8	107,6	105,2	76,3	54,7
60 – 64	76,4	74,2	77,0	80,2	89,6	97,1	100,0	99,9	75,3	78,6	93,4	100,0
65 – 69	89,2	89,2	85,5	81,3	73,1	66,6	64,6	66,8	89,2	83,4	69,9	65,7
70 и старше	131,8	135,2	140,4	145,5	151,5	155,2	156,5	157,1	133,5	143,0	153,4	156,8

**Таблица П.7.3 - Показатели экономического развития регионов Приволжского  
Федерального округа**

Показатель	Наименование	Республика Башкортостан	Республика Марий Эл	Республика Мордовия	Республика Татарстан	Удмуртская республика	Чувашская республика	Пермский край
1	Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата, руб. / мес.	19868,1	15652,8	14172,2	22447,7	18010,9	16719	20920,1
2	Величина прожиточного минимума, руб. / мес.	5713	5394	5600	5393	5665	5620	6690
3	Потребительские расходы в расчете на душу населения, руб. / чел.	20786	9683,7	8168,7	20727,4	12174,9	10442,3	17515
4	Денежные доходы в расчете на душу населения, руб. / чел.	25303,4	13247,5	13641,5	26190,5	18254,6	14120,7	24158,9
5	Поступление налогов, сборов и иных обязательных платежей в консолидированный бюджет РФ, млн. руб.	194181,4	12780,4	19074,4	304488,7	101999,5	29460,3	195682,5
6	Стоимость минимального набора продуктов питания, руб.	2401,7	2191,7	2269,8	2232,5	2299,1	2273,7	2599
7	Стоимость фиксированного набора потребительских товаров и услуг, руб.	8547,7	8195,8	8599,9	8700,5	8611,3	8350,1	9914,5
8	Общая площадь введенных в действие зданий жилого и нежилого назначения, тыс. м <sup>2</sup>	2851,1	420,9	479,8	4063,1	683,2	1173,2	1382
9	Перевозки грузов и грузооборот автомобильного транспорта организаций всех видов деятельности, млн. тонно-км.	1831	230,9	581,9	2635,9	899	292,9	1279,9
10	Объем розничной торговли, млн. руб.	633942,7	56068,3	57676,5	650696,8	156931,6	109301	397637,8
11	Объем предоставленных платных услуг населению, млн. руб.	183171,3	16887,2	18337,9	188859,5	37623,1	34283,2	102238,6
12	Количество зарегистрированных организаций, ед.	693	115	70	1040	262	187	625

Показатель	Наименование	Кировская область	Нижегородская область	Оренбургская область	Пензенская область	Самарская область	Саратовская область	Ульяновская область
1	Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата, руб. / мес.	16313,2	20353,7	19011,9	18761,9	20426,4	18306,7	16722,5
2	Величина прожиточного минимума, руб. / мес.	6024	6562	5717	5625	6865	5659	5788
3	Потребительские расходы в расчете на душу населения, руб. / чел.	11266,9	16194,2	13376,8	11433,2	16986,1	11085,5	11687
4	Денежные доходы в расчете на душу населения, руб. / чел.	17026,3	22116,9	18161,3	17044,6	29021,4	13987,5	16329,4
5	Поступление налогов, сборов и иных обязательных платежей в консолидированный бюджет РФ, млн. руб.	30149,6	148562,3	166268,3	28702,2	257140,6	89877,9	32356,1
6	Стоимость минимального набора продуктов питания, руб.	2406,1	2373,5	2277,7	2278,4	2518,4	2089,8	2243,6
7	Стоимость фиксированного набора потребительских товаров и услуг, руб.	9249,7	9355,4	8329,6	8379,5	9919,1	8105,2	8552,3
8	Общая площадь введенных в действие зданий жилого и нежилого назначения, тыс. м <sup>2</sup>	714,6	2726,7	1104,9	1242,1	1755,1	1757,3	970,2
9	Перевозки грузов и грузооборот автомобильного транспорта организаций всех видов деятельности, млн. тонно-км.	471,4	1332,9	625,6	370,7	3162,8	1554,7	1137
10	Объем розничной торговли, млн. руб.	131278,2	482677	214089,8	139636,9	502042,2	243937,4	131886,5
11	Объем предоставленных платных услуг населению, млн. руб.	38613,9	106792,1	61635,7	33712,8	123874,6	68637,2	35915,9
12	Количество зарегистрированных организаций, ед.	310	742	294	223	973	370	208

## Приложение 8

### Варианты заданий на выполнение лабораторной работы № 6 «Определение структурных средних вариационных рядов»

**Таблица П.8.1 - Варианты заданий для исследования  
структурных средних величин**

Номер варианта	Номер таблицы	Примечание
1	П.8.2	Колонка 1
2	П.8.2	Колонка 2
3	П.8.2	Колонка 3
4	П.8.2	Колонка 4
5	П.8.2	Колонка 5
6	П.8.2	Колонка 6
7	П.8.2	Колонка 7
8	П.8.2	Колонка 8
9	П.8.3	Интервал 1
10	П.8.3	Интервал 2
11	П.8.3	Интервал 3
12	П.8.3	Интервал 4

**Таблица П.8.2 - Распределение населения по возрасту  
в регионе, тыс. чел.**

Население в возрасте, лет	Колонка 1	Колонка 2	Колонка 3	Колонка 4	Колонка 5	Колонка 6	Колонка 7	Колонка 8
0 – 4	81,6	75	69,3	65,1	62,2	58,3	56,6	55,6
5 – 9	116,3	113,2	107,0	98,4	89,2	82,6	75,4	69,6
10 – 14	114,1	115,8	118,4	120,8	120,3	118,2	114,5	108
15 – 19	108,8	109,5	109,3	110,9	113,7	115,6	116,8	119,1
20 – 24	101	102,7	104,3	104,7	106,2	107,1	107,7	107,5
25 – 29	95,4	94,5	94,8	96,8	98,7	100,8	102,3	103,3
30 – 34	121,2	115,2	109,3	104,2	98,6	95,5	93,9	94
35 – 39	131,4	132,4	131,9	129,7	126,5	120,9	114,3	108
40 – 44	122,6	124,3	125,5	126,6	129,2	129,8	130,3	129,5
45 – 49	98,3	111,5	116,4	119,9	120,5	120	121	121,6
50 – 54	72,4	60,4	56,5	64,2	78,2	94,6	106,8	111,3
55 – 59	105,7	109,4	109,9	100,5	84,3	68,3	56,6	52,8
60 – 64	76,4	74,2	77,0	80,2	89,6	97,1	100,0	99,9
65 – 69	89,2	89,2	85,5	81,3	73,1	66,6	64,6	66,8
70 и старше	131,8	135,2	140,4	145,5	151,5	155,2	156,5	157,1

**Таблица П.8.3 - Распределение численности  
безработных, зарегистрированных в органах федеральной  
службы занятости региона, по продолжительности поиска  
работы, тыс. чел.**

Интервал	Численность официально зарегистрированных безработных, в том числе с продолжительностью безработицы:				
	до 1 месяца	1 – 4 месяца	4 – 8 месяцев	8 – 12 месяцев	более 12 месяцев
Интервал 1	4,2	13,6	10,2	7,9	11,4
Интервал 2	3,9	10,4	8,5	11,1	14,0
Интервал 3	2,8	8,3	6,8	6,4	15,5
Интервал 4	2,2	6,2	4,7	3,9	9,5



## Приложение 9

### Варианты заданий на выполнение лабораторной работы № 7 «Определение показателей выборочного наблюдения»

**Таблица П.9.1 - Варианты заданий для исследования  
показателей выборочного наблюдения**

Номер варианта	Позиции таблицы П.9.2	Данные для расчета				
		Заданная вероятность, $F(t)$	Пороговое значение душевого дохода, руб.	Предельная ошибка выборочной средней, руб.	Предельная ошибка выборочной доли, %	Дисперсия признака
1	Группировка 1, вар. 1	0,866	800	10	2	40
2	Группировка 1, вар. 2	0,683	900	30	4	120
3	Группировка 1, вар. 3	0,954	1000	25	5	40
4	Группировка 1, вар. 4	0,988	1100	35	3	24
5	Группировка 1, вар. 5	0,997	1200	45	5	50
6	Группировка 1, вар. 6	0,866	1300	15	1	16
7	Группировка 2, вар. 7	0,683	4500	25	3	45
8	Группировка 2, вар. 8	0,954	700	40	5	30
9	Группировка 2, вар. 9	0,988	800	35	6	54
10	Группировка 2, вар. 10	0,997	900	45	3	36
11	Группировка 2, вар. 11	0,866	1000	55	1	15
12	Группировка 2, вар. 12	0,683	1100	50	6	84

**Таблица П.9.2 - Распределение населения региона по величине среднедушевых денежных доходов**

Все население (тыс. чел), в том числе со среднедушевым денежным доходом в месяц (д.е.)	1 вар	2 вар	3 вар	4 вар	5 вар	6 вар	7 вар	8 вар	9 вар	10 вар	11 вар	12 вар
	1548,6	1539,8	1541,8	1630,6	1530,6	1395,9	1388,1	1393,2	1384,1	1377,1	1299,0	1379,9
<b>Группировка 1</b>												
до 3500,0	759,6	212,9	420,1	133,0	176,4	27,7	-	-	-	-	-	-
от 3500,1 до 5000,0	474,0	431,1	420,5	285,0	308,4	111,5	-	-	-	-	-	-
от 5000,1 до 7000,0	197,9	377,5	290,4	306,6	302,2	167,3	-	-	-	-	-	-
от 7000,1 до 10000,0	73,2	238,5	173,3	349,9	234,7	178,0	-	-	-	-	-	-
от 10000,1 до 15000,0	26,9	132,6	99,2	180,8	165,6	237,0	-	-	-	-	-	-
от 15000,1 до 25000,0	14,2	106,4	89,0	206,9	187,2	232,8	-	-	-	-	-	-
от 25000,1 до 35000,0	2,4	28,9	30,4	91,5	83,1	249,7	-	-	-	-	-	-
свыше 35000,0	0,6	11,9	18,9	76,9	73,0	191,9	-	-	-	-	-	-
<b>Группировка 2</b>												
до 2000,0	-	-	-	-	-	-	11,7	92,2	66,2	55,2	32,9	22,1
от 2000,1 до 4000,0	-	-	-	-	-	-	57,8	131,5	106,2	89,8	209,4	149,9
от 4000,1 до 6000,0	-	-	-	-	-	-	103,3	201,9	176,4	153,9	113,7	219,6
от 6000,1 до 8000,0	-	-	-	-	-	-	127,0	273,2	258,2	235,5	271,4	210,8
от 8000,1 до 10000,0	-	-	-	-	-	-	196,1	306,1	314,9	306,9	294,3	175,1
от 10000,1 до 15000,0	-	-	-	-	-	-	228,2	258,3	293,2	315,6	218,2	285,6
от 15000,1 до 25000,0	-	-	-	-	-	-	304,5	80,4	100,4	121,7	65,9	219,4
свыше 25000,0	-	-	-	-	-	-	359,5	49,6	68,6	98,5	93,2	97,4

## Приложение 10

### Варианты заданий на выполнение лабораторной работы № 9 «Использование регрессионного анализа при моделировании социально-экономического явления»

**Таблица П.10.1 - Варианты заданий для исследования  
зависимости между переменными**

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Таблица	П.10.2	П.10.2	П.10.2	П.10.2	П.10.3	П.10.3	П.10.3	П.10.4	П.10.4	П.10.4	П.10.4	П.10.5
Зависимая переменная	$y_1$	$y_2$	$y_2$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$	$x_{10}$	$y_{12}$
Объясняющая переменная	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_2$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$y_{11}$	$x_{12}$

В отчете по лабораторной работе, независимо от обозначения зависимой переменной в таблице П.10.1 (например  $y_{12}$ ) и объясняющей переменной (например  $x_{12}$ ), зависимая переменная обозначается  $y$ , а объясняющая переменная обозначается  $x$ .

**Таблица П.10.2 – Исходные данные**

Территории федерального округа	Среднедушевые денежные расходы за месяц $y_1$ , тыс. руб.	Среднемесячная начисленная заработная плата работающих в экономике $x_1$ , тыс. руб.	Сальдированный финансовый результат (прибыль) за год $y_2$ , млрд. руб.	Инвестиции в основной капитал в i-м г. $x_2$ , млрд. руб.	Инвестиции в основной капитал в i-1-м г. $x_3$ , млрд. руб.	Валовой региональный продукт (вновь созданная стоимость) за год $y_4$ , млрд. руб.
Республика Карелия	4,99	7,00	2,21	12,60	9,63	48,1
Республика Коми	7,84	9,58	17,45	30,20	25,92	113,5
Архангельская обл.	5,26	7,85	8,60	30,50	31,60	107,6
Вологодская обл.	4,91	6,94	61,05	41,45	17,71	114,2
Калининградская обл.	4,69	6,21	5,76	18,11	14,87	51,3
Ленинградская обл.	3,72	6,78	33,38	67,02	44,03	132,4
Мурманская обл.	7,10	10,40	16,22	13,53	13,70	81,6
Новгородская обл.	4,09	5,56	3,88	7,95	9,13	39,1
Псковская обл.	4,01	4,67	0,75	5,75	3,86	30,3

**Таблица П.10.3 – Исходные данные**

Территории федерального округа	Расходы консолидированных бюджетов субъектов РФ $y_5$ , млрд. руб.	Доходы консолидированных бюджетов субъектов РФ $x_5$ ( $x_6$ ), млрд. руб.	Валовой региональный продукт (вновь созданная стоимость) $x_6$ , млрд. руб.	Оборот розничной торговли за год $y_7$ , млрд. руб.	Среднегодовая численность экономически активного населения $x_7$ , млн. чел.
Республика Карелия	9,86	8,49	48,1	19,9	0,399
Республика Коми	17,28	16,34	113,5	44,5	0,607
Архангельская обл.	18,78	18,28	107,6	35,7	0,763
Вологодская обл.	16,75	16,85	114,2	26,8	0,655
Калининградская обл.	9,71	9,32	51,3	22,7	0,502
Ленинградская обл.	18,97	18,1	132,4	30,6	0,873
Мурманская обл.	13,68	12,42	81,6	161,9	2,483
Новгородская обл.	6,36	5,95	39,1	34,2	0,572
Псковская обл.	7,51	7,05	30,3	15,6	0,371

**Таблица П.10.4 – Исходные данные**

Территории федерального округа	Среднедушевые денежные расходы за месяц в i-м г. $y_{\text{с}}$ , тыс. руб.	Среднемесячная начисленная заработная плата работающих в экономике в i-м г., $x_{\text{с}}$ тыс. руб.	Сальдированный финансовый результат (прибыль) за i-м г. $z_9$ , млн. руб.	Инвестиции в основной капитал в i-м г. $x_9$ , млрд. руб.	Расходование средств пенсионного фонда в i-1-м г. по субъектам РФ $y_{10}$ , млрд. руб.	Поступление средств в пенсионный фонд по субъектам РФ в i-1-м г. $x_{10}$ , млрд. руб.	Валовой региональный продукт (вновь созданная стоимость) в i-1-м г. $y_{11}$ , млрд. руб.
Республика Башкортостан	4,62	5,5	43,4	62,4	19,7	17,3	279,7
Республика Марий Эл	2,48	3,9	0,6	5,8	3,5	2,6	24,6
Республика Мордовия	2,65	4,09	1,6	10,4	4,9	3,6	36,9
Республика Татарстан	4,78	5,55	70,0	86,6	18,9	17,8	319,1
Республика Удмуртия	3,4	5,16	6,4	15,4	7,9	7,3	97,7
Чувашская республика	3,12	4,06	3,0	14,2	6,4	5,1	50,2
Кировская обл.	3,69	4,55	3,2	9,5	8,7	6,6	62,4
Нижегородская обл.	4,71	5,17	24,2	48,5	21,8	17,5	222,4
Оренбургская обл.	3,34	4,87	19,8	27,7	11,1	8,8	125,2
Пензенская обл.	3,54	4,22	1,8	10,7	8,5	5,7	49,2
Пермская обл.	5,82	6,42	43,5	48,2	15,3	14,1	232,1
Самарская обл.	7,01	6,31	2,8	55,0	18,2	17,0	274,9
Саратовская обл.	3,51	4,49	8,3	23,8	13,9	10,3	131,3
Ульяновская обл.	3,43	4,47	1,4	11,3	7,6	5,7	58,3

**Таблица П.10.5 – Исходные данные**

Территории федерального округа	Сальдированный финансовый результат (прибыль) за (i+2)-й г., $y_{12}$ , млн. руб.	Инвестиции в основной капитал в (i+1)-й г., $x_{12}$ , млрд. руб.	Валовой региональный продукт (вновь созданная стоимость) за (i+1)-й г., $y_{13}$ , млрд. руб.	Инвестиции в основной капитал в i-м г., $x_{14}$ , млрд. руб.	Доходы консолидированных бюджетов субъектов РФ за (i+1)-й г., $y_{15}$ , млрд. руб.	Оборот розничной торговли за (i+1)-й г., $y_{16}$ , млрд. руб.	Среднегодовая численность экономически активного населения за (i+1)-й г., $x_{16}$ , млн. чел.
Республика Адыгея	43	2,26	10,2	1,77	3,98	6,7	0,189
Республика Дагестан	1073	10,72	54,9	5,50	16,88	33,6	0,861
Республика Ингушетия	-87	0,73	4,8	0,60	4,10	2,1	0,143
Кабардино-Балкарская республика	-113	5,75	27,0	3,60	5,48	15,2	0,332
Республика Калмыкия.	-205	2,17	9,5	4,56	4,05	2,4	0,142
Карачаево-Черкесская республика	-937	2,25	11,9	4,56	3,37	6,9	0,185
Республика Северная Осетия – Алания	-1284	3,23	20,9	2,60	6,32	10,5	0,330
Краснодарский край	25266	70,43	275,8	67,16	43,51	130,5	2,252
Ставропольский край	11264	22,93	110,1	17,24	19,28	60,5	1,226
Астраханская обл.	3572	17,07	54,3	12,79	8,17	21,7	0,521
Волгоградская обл.	11756	22,02	137,5	18,73	19,49	61,8	1,267
Ростовская обл.	5283	36,23	183,4	25,12	30,56	122,6	2,043

## Приложение 11

### Варианты заданий на выполнение лабораторной работы № 10 «Использование факторного анализа при выявлении и количественной оценке причинно-следственных связей»

**Таблица П.11.1 – Исходные данные для расчета  
показателей в факторной модели**

Показатель	Обозначение	Период	Номер варианта			
			1	2	3	4
Выручка от реализации продукции, тыс. руб.	ВР	Базовый	300171	77400	138869	95832
		Отчетный	310188	81500	103979	116103
Производственная себестоимость реализованной продукции, тыс. руб.	СБ	Базовый	218135	65008	116247	76280
		Отчетный	255750	74140	99228	82930
Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, тыс. руб.	ОПФ	Базовый	246234	47520	415425	283932
		Отчетный	280667	47940	423644	287085
Среднегодовая стоимость материальных оборотных средств, тыс. руб.	МОС	Базовый	129978	15792	95279	30624
		Отчетный	149780	16860	72942	46607
Среднегодовая численность промышленно-производственного персонала, чел.	ППП	Базовый	12932	1872	10100	2147
		Отчетный	12790	1920	9384	2129
Число отработанных дней одним работником, дн.	ДН	Базовый	151	149	152	159
		Отчетный	149	145	146	154

**Таблица П.11.2 – Порядок расчета показателей в факторной модели**

Наименование	Обозначение	Расчет
Фондовооруженность труда промышленно-производственного персонала	ФВ	$\frac{ОПФ}{ППП}$
Фондоотдача основных производственных фондов	ФО	$\frac{ВР}{ОПФ}$
Производительность труда промышленно-производственного персонала	ПТ	$\frac{ВР}{ДН \times ППП}$
Удельный вес материальных затрат в себестоимости реализованной продукции	УД	$\frac{МОС}{СБ}$
Скорость оборота материальных оборотных средств	ОМ	$\frac{ВР}{МОС}$

**Таблица П.11.3 – Составляющие факторную модель показатели**

Номер варианта	Вариант исходных данных (таблица П.10.1)	Показатели для составления факторной модели			
		результативный	Факторные		
1	1	ВР	ППП	ФВ	ФО
2	2				
3	3				
4	4				
5	1	ВР	ППП	ДН	ПТ
6	2				
7	3				
8	4				
9	1	ВР	СБ	УД	ОМ
10	2				
11	3				
12	4				

Варианты для построения факторной модели приведены в таблице П.11.3. Исходные данные и порядок расчета показателей, входящих в факторную модель, представлены в таблицах П.11.1 и П.11.2 соответственно.



## Приложение 12

### Варианты заданий на выполнение лабораторной работы № 11 «Непараметрические показатели оценки тесноты связи в исследовании социально-экономического явления»

**Коэффициент корреляции Спирмена** рассчитать с использованием данных, приведенных в таблице П.12.1 (данное задание не вариантное, исходные данные одинаковые для всех рабочих групп, выполняющих лабораторную работу).

**Коэффициенты ассоциации и контингенции** рассчитать с использованием данных, приведенных в таблице П.12.2.

**Коэффициентов взаимной сопряженности Чупрова и Пирсона** рассчитать с использованием данных, приведенных в таблице П.12.3.

**Множественный коэффициент ранговой корреляции Кендела (коэффициент конкордации)** рассчитать с использованием данных, приведенных в таблице П.12.4. Значимость коэффициентов конкордации проверить с помощью критерия  $\chi^2$  при  $\alpha = 0,05$ .

**Таблица П.12.1– Исходные данные по вариантам**

Номер варианта	Какие телепрограммы Вы смотрели более или менее регулярно в течение последнего месяца?	Среднедушевой доход	
		низкий	высокий
1	«Женский взгляд» (НТВ)	27,6	21,9
2	«Орел и решка» (Пятница)	22,4	16,7
3	«Планета собак» (Россия-1)	45,7	44,8
4	«Закрытый показ» (1 канал)	41,2	51,9
5	«Вечерний Ургант» (1 канал)	16,5	27,4
6	«Библейский сюжет» (Союз)	10,9	25,9
7	«Умники и умницы» (1 канал)	8,5	16,9
8	«Квартирный вопрос» (НТВ)	11,8	28,9
9	«Криминальный канал» (НТВ)	26,8	20,5
10	«Специальный корреспондент» (Россия-1)	12,4	28,5
11	«Поле чудес» (ОРТ)	32,6	30,2
12	«Поединок» (Россия-1)	14,4	20,2
13	«Их нравы» (НТВ)	15,7	22,6
14	«Пусть говорят» (1 канал)	11,3	14,6
15	«Уральские пельмени» (СТС)	26,3	18,2

**Таблица П.12.2 – Исходные данные по вариантам**

Номер варианта	Образование	Удовлетворены своей работой	Не удовлетворены своей работой	Итого
1	Высшее и среднее	300	50	350
	Незаконченное среднее	200	250	450
	Итого	500	300	800
2	Высшее и среднее	200	50	250
	Незаконченное среднее	200	250	450
	Итого	400	300	700
3	Высшее и среднее	200	50	250
	Незаконченное среднее	100	250	350
	Итого	300	300	600
4	Высшее и среднее	300	100	400
	Незаконченное среднее	200	250	450
	Итого	500	350	850
5	Высшее и среднее	400	50	450
	Незаконченное среднее	200	250	450
	Итого	600	300	900
6	Высшее и среднее	400	50	450
	Незаконченное среднее	270	250	520
	Итого	670	300	970
7	Высшее и среднее	400	80	480
	Незаконченное среднее	270	250	520
	Итого	670	330	1000
8	Высшее и среднее	320	80	400
	Незаконченное среднее	270	250	520
	Итого	590	330	920
9	Высшее и среднее	320	80	400
	Незаконченное среднее	270	220	490
	Итого	590	300	890
10	Высшее и среднее	320	115	435
	Незаконченное среднее	270	220	490
	Итого	590	335	925
11	Высшее и среднее	320	115	435
	Незаконченное среднее	170	220	390
	Итого	490	335	825
12	Высшее и среднее	320	115	435
	Незаконченное среднее	165	220	385
	Итого	485	335	820

**Таблица П.12.3 - Исходные данные по вариантам**

Номер варианта	Условия производства	Взаимоотношения в коллективе			
		хорошие	удовлетво- рительные	неудовлетво- рительные	итого
1	Соответствуют требованиям	30	20	10	60
	Не полностью соответствуют	25	50	15	90
	Не соответствуют	10	40	50	100
	Итого	65	110	75	250
2	Соответствуют требованиям	30	20	10	60
	Не полностью соответствуют	30	50	15	95
	Не соответствуют	10	40	50	100
	Итого	70	110	75	255
3	Соответствуют требованиям	30	20	10	60
	Не полностью соответствуют	30	60	15	105
	Не соответствуют	10	40	50	100
	Итого	70	120	75	265
4	Соответствуют требованиям	30	20	10	60
	Не полностью соответствуют	30	60	25	115
	Не соответствуют	10	40	50	100
	Итого	70	120	85	275
5	Соответствуют требованиям	30	20	10	60
	Не полностью соответствуют	30	60	25	115
	Не соответствуют	10	54	50	114
	Итого	70	134	85	289
6	Соответствуют требованиям	30	20	20	70
	Не полностью соответствуют	30	60	25	115
	Не соответствуют	10	55	50	115
	Итого	70	135	95	300
7	Соответствуют требованиям	30	20	20	70
	Не полностью соответствуют	30	60	25	115
	Не соответствуют	10	55	40	105
	Итого	70	135	85	290
8	Соответствуют требованиям	30	20	20	70
	Не полностью соответствуют	30	60	25	115
	Не соответствуют	10	55	35	100
	Итого	70	135	80	285

9	Соответствуют требованиям	30	20	40	90
	Не полностью соответствуют	30	60	25	115
	Не соответствуют	10	55	35	100
	Итого	70	135	100	305
10	Соответствуют требованиям	30	20	40	90
	Не полностью соответствуют	30	60	25	115
	Не соответствуют	10	45	35	90
	Итого	70	125	100	295
11	Соответствуют требованиям	30	20	40	90
	Не полностью соответствуют	30	60	25	115
	Не соответствуют	15	45	35	95
	Итого	75	125	100	300
12	Соответствуют требованиям	30	20	40	90
	Не полностью соответствуют	30	60	25	115
	Не соответствуют	15	45	25	85
	Итого	75	125	90	290

**Таблица П.12.4 – Исходные данные по вариантам**

Номер варианта	Характеристики информации	Ранги по экспертам							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	Надежность	1	2	1	1	2	1	1	2
	Обоснованность	3	1	3	2	1	2	3	1
	Достоверность	5	4	4	4	3	4	2	3
	Точность	4	3	5	3	4	3	4	5
	Устойчивость	2	5	6	5	6	5	6	4
	Адекватность	6	6	2	6	5	6	5	6
2	Надежность	2	2	2	1	2	1	1	2
	Обоснованность	3	1	3	2	2	2	3	3
	Достоверность	5	4	4	4	3	4	2	3
	Точность	4	3	5	3	4	3	4	5
	Устойчивость	2	5	6	5	6	5	6	4
	Адекватность	6	6	2	6	5	6	5	6
3	Надежность	3	2	3	2	2	1	3	2
	Обоснованность	3	1	3	2	2	2	3	3
	Достоверность	5	4	4	4	3	4	2	3
	Точность	4	3	5	3	4	3	4	5
	Устойчивость	2	5	6	5	6	5	6	4
	Адекватность	6	6	2	6	5	6	5	6
4	Надежность	3	2	2	2	2	1	3	2
	Обоснованность	3	1	3	2	2	2	3	3
	Достоверность	5	4	4	4	2	4	2	3
	Точность	4	3	4	3	4	2	4	5
	Устойчивость	2	5	6	5	6	5	6	4
	Адекватность	6	6	2	6	5	6	5	6
5	Надежность	4	2	4	2	3	1	3	2
	Обоснованность	3	1	3	2	2	2	3	3
	Достоверность	5	4	4	4	2	4	2	3
	Точность	4	3	4	2	4	2	4	5
	Устойчивость	2	5	6	5	6	5	6	4
	Адекватность	6	6	2	6	5	6	5	6
6	Надежность	4	2	4	2	3	1	3	2
	Обоснованность	3	2	3	4	2	2	3	3
	Достоверность	5	4	4	4	2	4	2	3
	Точность	4	3	4	2	3	2	2	5
	Устойчивость	2	5	6	5	6	5	6	4
	Адекватность	6	6	2	6	5	6	5	6

7	Надежность	2	1	3	2	3	1	3	2
	Обоснованность	3	2	3	4	2	2	3	3
	Достоверность	5	4	4	4	2	4	2	3
	Точность	4	3	4	2	3	2	2	5
	Устойчивость	4	5	6	5	6	5	6	4
	Адекватность	6	6	5	6	5	6	5	6
8	Надежность	2	1	3	2	3	4	3	4
	Обоснованность	3	2	3	4	3	2	3	3
	Достоверность	4	4	4	4	2	4	2	3
	Точность	4	3	4	2	3	2	2	5
	Устойчивость	4	5	6	5	6	5	6	4
	Адекватность	6	6	5	6	5	6	5	6
9	Надежность	2	1	3	2	3	3	3	4
	Обоснованность	3	2	3	4	3	2	3	3
	Достоверность	4	4	3	4	2	4	2	3
	Точность	3	3	4	2	3	2	2	5
	Устойчивость	4	5	6	5	6	5	6	4
	Адекватность	6	6	5	6	5	6	5	5
10	Надежность	3	3	3	2	3	3	3	2
	Обоснованность	3	2	3	4	3	2	3	3
	Достоверность	4	4	3	4	2	4	2	3
	Точность	3	3	6	2	3	2	2	5
	Устойчивость	4	5	6	5	6	5	6	4
	Адекватность	6	6	5	6	5	5	5	5
11	Надежность	4	3	3	2	3	3	3	2
	Обоснованность	3	2	3	4	3	2	3	3
	Достоверность	4	4	3	4	2	4	2	3
	Точность	3	3	6	2	3	2	2	5
	Устойчивость	4	5	6	5	6	5	6	4
	Адекватность	6	6	5	4	5	5	5	5
12	Надежность	1	2	1	1	2	1	1	2
	Обоснованность	3	2	3	2	3	2	3	1
	Достоверность	5	4	4	4	3	4	2	3
	Точность	4	3	4	3	4	3	4	5
	Устойчивость	2	5	6	5	6	5	6	4
	Адекватность	6	6	2	6	5	6	5	6

## Приложение 13

### **Варианты заданий на выполнение лабораторной работы № 12 «Прогнозирование развития социально-экономического явления на основе уровней ряда динамики»**

Для прогнозирования по **среднему абсолютному приросту** использовать данные таблицы П.13.1.

Для прогнозирования по **среднему темпу роста** использовать данные таблицы П.13.2.

**Таблица П.13.1 - Общие коэффициенты разводимости по городам и районам Пензенской области (на 1000 чел. населения)**

Номер варианта	Города (районы)	(i+1)-й год	(i+2)-й год	(i+3)-й год	(i+4)-й год	(i+5)-й год	(i+6)-й год	(i+7)-й год	(i+8)-й год	(i+9)-й год	(i+10)-й год
1	г. Пенза	3,6	4,5	5,5	7,0	6,2	4,6	4,4	5,1	5,3	6,0
2	г. Кузнецк	3,8	4,8	5,2	5,3	4,7	4,0	3,7	4,2	4,2	4,8
3	Башмаковский район	2,7	4,0	4,8	4,7	4,2	3,6	3,6	4,5	5,9	6,5
4	Бековский район	3,2	4,0	3,5	4,6	5,3	3,8	3,4	4,4	5,1	6,2
5	Вадинский район	2,5	3,7	3,8	4,5	2,9	3,8	2,4	4,1	4,6	4,1
6	Городищенский район	2,1	2,8	3,4	3,5	2,7	2,9	2,6	3,8	3,3	3,7
7	Земетчинский район	2,7	2,8	3,1	3,4	2,3	2,0	2,6	3,4	3,3	3,9
8	Мокшанский район	2,4	3,0	4,0	4,9	3,5	3,1	2,1	3,4	4,0	4,9
9	Наровчатский район	2,1	2,5	2,6	3,2	2,6	2,3	1,9	2,2	3,7	4,7
10	Нижнеломовский район	2,9	3,9	3,9	4,8	4,8	3,9	3,4	3,4	3,6	4,7
11	Сердобский район	3,7	5,1	5,8	6,6	5,7	5,1	3,5	4,2	4,7	5,5
12	Спасский район	3,4	2,3	3,5	3,3	3,6	2,5	2,5	4,1	4,4	4,9



**Таблица П.13.2 – Общие коэффициенты брачности по городам и районам Пензенской области (на 1000 чел. населения)**

Номер варианта	Города (районы)	(i+1)-й год	(i+2)-й год	(i+3)-й год	(i+4)-й год	(i+5)-й год	(i+6)-й год	(i+7)-й год	(i+8)-й год	(i+9)-й год	(i+10)-й год
1	г. Пенза	6,7	7,0	7,5	7,7	8,7	7,7	8,3	9,2	10,5	9,7
2	г. Кузнецк	6,2	5,8	6,6	7,4	6,9	6,0	6,9	7,4	7,5	6,4
3	Башмаковский район	6,3	5,7	6,2	6,0	6,5	5,7	5,8	5,9	8,2	6,3
4	Бековский район	7,3	5,1	5,5	5,3	5,8	5,0	5,5	6,2	7,9	6,5
5	Вадинский район	5,6	5,3	4,7	5,7	5,9	5,9	4,5	6,1	8,1	7,3
6	Городищенский район	6,3	6,9	6,8	6,8	6,0	7,3	6,4	6,4	7,1	7,5
7	Земетчинский район	6,5	5,8	5,9	6,0	5,9	5,2	5,7	6,4	7,9	5,0
8	Мокшанский район	5,5	5,1	4,7	5,1	4,6	4,4	5,1	5,5	5,7	5,4
9	Наровчатский район	5,9	6,2	5,6	4,8	5,5	5,4	5,6	6,4	6,7	5,9
10	Нижнеломовский район	6,4	5,1	6,7	6,9	5,8	5,9	6,1	6,8	7,2	7,0
11	Сердобский район	6,7	6,4	7,0	6,5	7,4	7,6	7,2	8,2	9,1	9,4
12	Спасский район	5,9	7,1	5,8	6,8	6,3	5,9	6,2	7,6	8,1	5,6

## Приложение 14

### Варианты заданий и справочно-статистический материал на выполнение лабораторной работы № 13 «Статистический анализ структуры социально- экономического явления»

Варианты задания для анализа структурных сдвигов в балансе организации приведены в таблице П.14.1.

Расчет **частных показателей структурных сдвигов** необходимо производить по указанной в таблице П.14.1 структурной части соответствующего раздела баланса организации за последние 2 года.

Расчет **обобщающих показателей структурных сдвигов** необходимо производить по указанной в таблице П.14.1 структурной части соответствующего раздела баланса организации за 4 года.

Расчет **интегральных показателей структурных сдвигов** необходимо производить по всем указанным в таблице П.14.1 структурным частям соответствующего раздела баланса организации за 4 года.

**Таблица П.14.1 - Варианты заданий для расчета показателей оценки структурных сдвигов в совокупности**

Вариант	Таблица	Раздел баланса	Структурная часть
1	П.13.2	Внеоборотные активы	Нематериальные активы
2	П.13.2	Оборотные активы	Запасы
3	П.13.2	Капитал и резервы	Добавочный капитал
4	П.13.2	Краткосрочные обязательства	Заемные средства
5	П.13.3	Внеоборотные активы	Основные средства
6	П.13.3	Оборотные активы	Дебиторская задолженность
7	П.13.3	Капитал и резервы	Резервный капитал
8	П.13.3	Краткосрочные обязательства	Кредиторская задолженность
9	П.13.4	Внеоборотные активы	Доходные вложения в материальные ценности
10	П.13.4	Оборотные активы	Денежные средства
11	П.13.4	Капитал и резервы	Нераспределенная прибыль
12	П.13.4	Краткосрочные обязательства	Доходы будущих периодов

**Таблица П.14,2 – Бухгалтерский баланс ООО  
«Альфа», тыс. руб.**

Показатель	1 год	2 год	3 год	4 год
<b>Внеоборотные активы</b>				
Нематериальные активы	6780	5872	7278	5388
Результаты исследований и разработок	1695	691	1323	4145
Основные средства	16950	22796	20841	23211
Доходные вложения в материальные ценности	2825	4836	2977	4974
Отложенные налоговые активы	0	345	662	3730
<b>Оборотные активы</b>				
Запасы	6704	8104	5395	6446
НДС по приобретенным ценностям	479	491	150	201
Дебиторская задолженность	2554	4666	3597	5237
Финансовые вложения	160	737	300	201
Денежные средства	6065	10560	5545	8058
<b>Капитал и резервы</b>				
Уставный капитал	1326	709	865	1478
Переоценка внеоборотных активов	796	1064	865	1109
Добавочный капитал	2653	6028	2884	5913
Резервный капитал	5305	4610	5768	2956
Нераспределенная прибыль	16446	23048	18458	25499
<b>Краткосрочные обязательства</b>				
Заемные средства	7427	9692	8844	9855
Кредиторская задолженность	5836	8510	5960	7391
Доходы будущих периодов	1061	1655	2307	2464
Оценочные обязательства	884	1891	961	3203
Прочие обязательства	2476	1891	1154	1725

**Таблица П.14.3 – Бухгалтерский баланс ООО  
«Бетта», тыс. руб.**

Показатель	1 год	2 год	3 год	4 год
<b>Внеоборотные активы</b>				
Нематериальные активы	1270	3428	3384	0
Результаты исследований и разработок	4234	6428	4512	4707
Основные средства	17361	20140	15792	14122
Доходные вложения в материальные ценности	13550	12856	10528	13036
Отложенные налоговые активы	5928	0	3384	4345

Оборотные активы				
Запасы	4625	5137	5148	6919
НДС по приобретенным ценностям	1261	714	735	611
Дебиторская задолженность	7849	8134	9561	12210
Финансовые вложения	0	143	1287	407
Денежные средства	280	143	1655	204
Капитал и резервы				
Уставный капитал	338	343	336	339
Переоценка внеоборотных активов	3720	1714	672	0
Добавочный капитал	7101	6512	7726	8823
Резервный капитал	11497	12338	10414	10181
Нераспределенная прибыль	11159	13367	14445	14592
Краткосрочные обязательства				
Заемные средства	4058	5255	6271	3394
Кредиторская задолженность	16232	17365	15229	17420
Доходы будущих периодов	1127	228	448	1357
Оценочные обязательства	902	0	224	0
Прочие обязательства	225	0	224	452

**Таблица П.14.4 – Бухгалтерский баланс ООО «Гамма», тыс. руб.**

Показатель	1 год	2 год	3 год	4 год
Внеоборотные активы, тыс. руб.				
Нематериальные активы	5820	8829	2291	1723
Результаты исследований и разработок	13755	15450	7101	6460
Основные средства	23278	26486	11225	9906
Доходные вложения в материальные ценности	5291	3311	1604	1723
Отложенные налоговые активы	4761	1104	687	1723
Оборотные активы, тыс. руб.				
Запасы	12177	12336	10904	12383
НДС по приобретенным ценностям	435	228	436	774
Дебиторская задолженность	6958	7767	6542	6965
Финансовые вложения	0	457	1963	2580
Денежные средства	2174	2056	1963	3096
Капитал и резервы, тыс. руб.				
Уставный капитал	2687	4682	2415	2556
Переоценка внеоборотных активов	6718	7959	4561	4260
Добавочный капитал	11645	11704	5903	7952
Резервный капитал	8062	9831	4024	3976

Нераспределенная прибыль	15676	12640	9927	9656
Краткосрочные обязательства, тыс. руб.				
Заемные средства	3583	5618	3398	2651
Кредиторская задолженность	10749	10611	6976	6248
Доходы будущих периодов	5375	6242	4650	5491
Оценочные обязательства	8958	8427	2862	4544
Прочие обязательства	1194	312	0	0

## Приложение 14

### Варианты заданий и справочно-статистический материал на выполнение лабораторной работы № 12 «Использование индексов в анализе социально-экономического явления»

**Таблица П.13.1 – Варианты заданий для исследования  
экономических индексов**

Номер варианта	Признаки определения варианта		
	Задача	Таблица	Позиция
1	1	П.12.2	1
2	1	П.12.2	2
3	1	П.12.2	3
4	2	П.12.3	1
5	2	П.12.3	2
6	2	П.12.3	3
7	3	П.12.4	1
8	3	П.12.4	2
9	3	П.12.4	3
10	4	П.12.5	1
11	4	П.12.5	2
12	4	П.12.5	3

#### Задача 1

В соответствии с исходными данными, представленными в таблице П.13.2, необходимо рассчитать и проанализировать:

1. Изменение себестоимости единицы продукции:
  - а) по каждому предприятию;
  - б) в целом по двум предприятиям.
2. Абсолютную экономию за счет снижения себестоимости, полученную:
  - а) каждым предприятием;
  - б) в целом по двум предприятиям.
3. Среднюю себестоимость единицы продукции в отчетном и базисном периодах.

4. Изменение средней себестоимости продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным.

**Таблица П.13.2 - Данные о выработке и себестоимости одного вида продукции по двум однородным предприятиям**

Позиция	Предприятия	Базисный период		Отчетный период	
		Произведено продукции, шт.	Себестоимость единицы продукции, д. е.	Произведено продукции, шт.	Себестоимость единицы продукции, д. е.
1	№1	5000	40	6000	30
	№2	4500	47	5500	43
2	№1	3500	34	4500	31
	№2	4450	46	5450	42
3	№1	6000	30	6500	27
	№2	5400	41	6000	38

## Задача 2

В соответствии с исходными данными, представленными в таблице П.13.3, необходимо рассчитать и проанализировать:

1. Изменение себестоимости (в процентах) по каждому изделию и по фабрике в целом.
2. Сумму экономии (перерасхода) за счет изменения себестоимости по каждому изделию.
3. Агрегатные индексы физического объема продукции.
4. Изменение средней себестоимости в отчетном периоде по сравнению с базисным.

**Таблица П.13.3 – Исходные данные по мебельной фабрике**

Позиция	Виды изделий	Базисный период		Отчетный период			
		Себестоимость единицы изделия, д. е.	Количество изделий, тыс. шт.	По плану		Фактически	
				Себестоимость единицы изделия, д. е.	Количество изделий, тыс. шт.	Себестоимость единицы изделия, д. е.	Количество изделий, тыс. шт.
1	Стол	7500	17	6800	20	6400	23
	Стул	4300	100	3900	130	3500	170
2	Стол	7300	15	6500	18	6300	22
	Стул	3900	96	3200	120	3100	150
3	Стол	7100	13	6700	19	6000	20
	Стул	4000	98	3600	125	3600	180

### Задача 3

В соответствии с исходными данными, представленными в таблице П.13.4, необходимо рассчитать и проанализировать:

1. Индивидуальные индексы производительности труда и трудоемкости.
2. Агрегатный индекс производительности труда:
  - а) по формуле агрегатного индекса;
  - б) по формуле среднего арифметического индекса.
3. Индивидуальные и агрегатные индексы общих затрат времени.
4. Индивидуальные и агрегатные индексы физического объема продукции.



5. Экономия времени в результате роста производительности труда при производстве каждого вида продукции и в целом по всей продукции.

**Таблица П.13.4 – Исходные данные по сельскохозяйственному предприятию**

Позиция	Виды продукции	Базисный год		Отчетный год	
		Количество продукции, ц	Затрачено, человеко-дней	Количество продукции, ц	Затрачено, человеко-дней
1	Гречиха	45000	18000	47200	14500
	Свекла сахарная	29000	19500	37000	19000
2	Гречиха	40000	16500	45000	16700
	Свекла сахарная	25000	19100	35400	20000
3	Гречиха	42500	17100	49000	19500
	Свекла сахарная	23000	19300	28000	21000

#### **Задача 4**

В соответствии с исходными данными, представленными в таблице П.13.5, необходимо рассчитать и проанализировать:

1. Индивидуальные и агрегатные индексы цен.
2. Рост физического объема реализации товаров по каждому виду, а также в целом по предприятию (в процентах).
3. Изменение товарооборота в фактических ценах.
4. Сумму экономии в результате снижения розничных цен при покупке товаров по каждому виду, а также в целом по предприятию.

**Таблица П.13.5 – Исходные данные о продаже товаров в магазине**

Позиция	Товары	Продано, шт.		Товарооборот в ценах соответствующих периодов, д.е.	
		Апрель	Май	Апрель	Май
1	А	20	40	5880	7140
	Б	17	25	4060	5500

2	A	15	30	4500	6575
	Б	12	24	4800	6432
3	A	19	35	5200	6900
	Б	16	27	4700	5350