**Контрольная работа**

1. Вычислить указанные пределы, не пользуясь правилом Лопиталя.

2. Вычислить производные указанных функций.

3. Вычислить неопределенные интегралы.

4. Вычислить определенный интеграл

5. Вычислить несобственный интеграл.

Вариант 9

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1а |  | 1б |  | 1в |  | 1г |  |
| 2а |  | 2б |  | 2в |  | 2г |  |
| 3а |  | 3б |  | 4 |  | 5 |  |

**Пример решения задач варианта контрольной работы**

**по курсу «Математика»**

Задача 1а. Найти предел функции

Решение. Убеждаемся, что в результате непосредственной подстановки предельного значения получается неопределенность вида . Делим числитель и знаменатель рациональной дроби на переменную в наивысшей степени, то есть, в данном случае, на . Учитывая, что и, а также используя ряд свойств пределов, получаем:

Задача 1б. Найти предел функции:

.

Решение. Данное выражение представляет собой неопределенность вида

Выражения называется для выражения сопряженным, аумножениеданного выражения на сопряженное позволяет избавиться в этом выражении от радикалов:

 ()(-

Таким образом, домножая числитель и знаменатель дроби на выражение,сопряженное числителю, получим:

Задача 1в. Найти предел функции:

Решение: Убедимся сначала, что данное выражение представляет собой неопределенность вида . Далее вычислим указанный предел, приводя его ко второму замечательному пределу, записанному в виде:

Задача 2а. Вычислить производную функции .

Решение. Данная функция является произведением двух функций. Поэтому, используя формулу дифференцирования произведения

= и формулы дифференцирования элементарных функций получим:

Задача 2б. Вычислить производную сложной функции

).

Решение. При вычислении производной сложной функции прежде всего надо понять порядок применения последовательности функций к аргументу . Так, в данной функции сначала из аргумента извлекается квадратный корень, далее от полученного значения вычисляется арктангенс, и, наконец, вычисляется натуральный логарифм. Вычисление производной происходит в обратном порядке, то есть, начиная с логарифма:

 , где .

Таким образом, мы получаем следующую цепочку равенств:

==

= .

Задача 2в. Вычислить производную функции .

Решение. Преобразуем данную функцию к виду, удобному для дифференцирования, использовав основное логарифмическое тождество .

Получим:

.

Далее,использовав алгоритм дифференцирования сложной функции, а также формулу дифференцирования произведения, получим:

).

Задача 3а. Вычислить неопределенный интеграл: .

Решение. Используем для вычисления этого интеграла метод замены переменной, введя новую переменную В этом случае , откуда . Делая замену переменной в неопределенном интеграле и используя таблицу неопределенных интегралов, получим:

Возвращаясь к старой переменной, получим ответ:

Задача 3б. Вычислить неопределенный интеграл: .

Решение. Используем формулу интегрирования по частям в виде:

.

Введем обозначения: . Тогда: .

Подставляя все введенные и полученные функции в формулу интегрирования по частям, получим:=-(4.

Задача 4. Вычислить определенный интеграл .

Решение. Сделаем замену Тогда =, а значит . При этом надо учитывать возможное изменение пределов интегрирования при замене переменной. В нашем случае нижний предел интегрирования =1 переходит в =, верхний предел переходит в =, а интеграл в результате замены переменной интеграл принимает вид:

===ln.

Задача 5. Число 20 разбить на такие два слагаемых, что бы сумма их квадратов была наименьшей.

Решение. Пусть . Запишем целевую функцию и найдем ее минимум. Преобразуем функцию к виду и вычислим ее производную:. Приравняв ее к нулю, получим критическую точку =10. Так как вторая производная в точке положительна (при всех это значит, что функция имеет в этой критической точке минимум. Таким образом, искомое представление 20=10+10.