

## Контрольная работа № 5

### Функции нескольких переменных и элементы теории поля

#### Задачи 1-10

В задачах №1-10 найти область определения для функций и построить ее:

$$10. z = \arcsin \frac{y}{x}.$$

#### Задачи 11-20

В задачах № 11-20 вычислить частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  от следующих функций:

$$20. z = \ln(x + y + e^{-xy}).$$

#### Задачи 21-30

В задачах № 21-30 вычислить полный дифференциал второго порядка  $d^2z$  от функций:

$$30. z = \frac{xy}{x+y}.$$

#### Задачи 31-40

В задачах № 31-40 найти производные неявно заданных функций.

$$40. \text{ а) } \operatorname{tg} x - \frac{x^2}{y} = 1; \quad \text{ б) } xyz + x^2 + \cos z = 0.$$

#### Задачи 41-50

В задачах № 41-50 найти градиент функции  $u(x, y, z)$  в точке  $A$  и производную от этой функции в точке  $A$  по направлению к точке  $B$ :

$$50. u = \arcsin \frac{x+z}{y} \quad A(1; -3; -2) \quad B(2; -5; 0).$$

### Задачи 51-60

В задачах № 51-60 написать уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности в точке  $M(x, y, z)$ :

$$60. z = x^2 2xy - 5y^2 \quad M(3; -1; z).$$

### Задачи 61-70

В задачах № 61-70 найти экстремум функции:

$$70. z = 6 - 2x^2 - 3y^2 + 2xy - x - 2y.$$

## Контрольная работа № 6

### Кратные и криволинейные интегралы

#### Задачи 1-10

В задачах № 1-10 вычислить двойной интеграл рациональным способом. Область интегрирования изобразить на чертеже.

$$10. \iint_D (12x^3 y^3 - 3xy) dx dy,$$

где  $D$  ограничена линиями:  $y = -\sqrt{x}$ ,  $y = x^3$ ,  $x = 1$ .

#### Задачи 11-20

В задачах № 11-20 изменить порядок интегрирования.

$$20. \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt[3]{x}} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy.$$

#### Задачи 21-30

В задачах № 21-30 найти площадь плоской фигуры, заданной неравенствами.

$$30. x^2 + y^2 \leq 2x, y \leq x, y \geq -x.$$

### Задачи 31-40

В задачах № 31-40 вычислить криволинейный интеграл I рода (по длине дуги), если дуга  $l$  – это отрезок прямой от точки  $A(x_1, y_1, z_1)$  до точки  $B(x_2, y_2, z_2)$

$$40. \int_l (z\sqrt{x} + xy) dl, A(0, 0, 0), B(4, 1, 3).$$

### Задачи 41-50

В задачах № 41-50 вычислите криволинейный интеграл II рода

$\int P(x, y, z)dx + Q(x, y, z)dy + R(x, y, z) dz$  по кривой  $l$ .

$$50. \int_l (x - y)dx + (x + y)dy + z dz, l : x = 2 \sin t, y = 2 \cos t, z = t^2, \\ 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$

### Задачи 51-60

В задачах № 51-60 вычислить интеграл

$$\oint_K P(x, y)dx + Q(x, y)dy,$$

где  $K$  – контур треугольника с вершинами  $A, B, C$ , пробегаемый против хода часовой стрелки двумя способами: непосредственно и с помощью формулы Грина.

$$60. \oint_K (y^2 - 3y) dx + (x^2 - 2x) dy, A(0; 4), B(-1; 2), C(4; 2).$$

## Контрольная работа № 7

### Ряды

#### Задачи 1-10

В задачах № 1-10 исследовать сходимость знакоположительных рядов.

$$10. \text{ а) } \sum_1^{\infty} (n+1) \operatorname{tg} \frac{1}{n^2}; \quad \text{б) } \sum_1^{\infty} 2^{n+1} e^{-n+2};$$
$$\text{в) } \sum_1^{\infty} \frac{(2n+1)!}{(3n)!}; \quad \text{г) } \sum_1^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)}.$$

#### Задачи 11-20

В задачах № 11-20 исследовать ряды на абсолютную и условную сходимость.

$$20. \text{ а) } \sum_1^{\infty} \frac{\cos^3 n}{n+3^n}; \quad \text{б) } \sum_1^{\infty} (-1)^n \frac{e^n}{(2n-1)!}; \quad \text{в) } \sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+2n-1}}.$$

#### Задачи 21-30

В задачах № 21-30 найти область сходимости степенного ряда.

$$30. \text{ а) } \sum_1^{\infty} \frac{x^n \cdot n^2}{2^n}; \quad \text{б) } \sum_1^{\infty} \frac{(x-4)^n}{n^3+1}.$$

#### Задачи 31-40

В задачах № 31-40 разложить данную функцию в ряд Маклорена (в ряд по степеням  $x$ ).

$$40. y = \frac{1 - \cos x^2}{x^2}.$$

#### Задачи 41-50

В задачах № 41-50 используя разложение подынтегральной функции в ряд по степеням  $x$ , вычислить интеграл с точностью до  $10^{-3}$ .

$$50. \int_0^{0,3} \frac{\ln(1-x^3)}{x} dx.$$