Занятие №3

Исследование характеристик ИС, обрабатывающих заявки по заданной технологии

Пример решения задачи

Алгоритм расчета характеристик двойственной системы.

Исходные данные:

λ_0 – интенсивность входного потока – может быть задана или может нет;

ton_i – времена выполнения операции k на компоненте i;

P_{kl} – вероятности передачи заявок от операции k к операции l;

D_{ki} – матрица распределения операций по компонентам.

Результирующие данные:

ρ_i – загрузка всех компонентов.

m_i – количество параллельных компонентов, делающих загрузку эффективной

$$m_i \to \rho_{i\ (эфф.)}$$

$\lambda_{0\ эфф.} \leftrightarrow \Pi_0$ – производительность системы.

T_Π – общее время пребывания заявки в системе (или цикл обработки информации).

$P_{ij} \equiv \theta_{ij}$ – вероятности передачи заявки между компонентами сети.

Порядок решения задачи заключается в последовательно определении следующих величин:

1) $\lambda_k = f(\lambda_0)$ – интенсивность потоков заявок через операции процесса;

2) a_k – среднее количество выполнения операции k за цикл обработки информации;

3) α_i – среднее число обращений к i–му компоненту системы за цикл обработки информации;

4) T_{Oi} – среднее время обслуживания для i–го компонента;

5) $\rho_i = f(\lambda_0)$ – загрузка всех компонентов;

6) узкое место системы;

7) $\lambda_{0\ эфф.}$, Π_0 – пропускная способность;

8) ρ_i – загрузка компонентов (в абсолютном значении);

9) m_i - количество параллельных компонентов;

10) $T_{\Pi i}$ – время пребывания в i-м компоненте сети;

11) T_{Π} – время пребывания заявки в системе;

12) θ_{ij} – вероятности передачи заявок между компонентами сети;↓

13) вычисление всех необходимых характеристик T_N, N_s, N_w.

Пример решения задачи

Пусть задан процесс обработки заданий (рис 3.4)

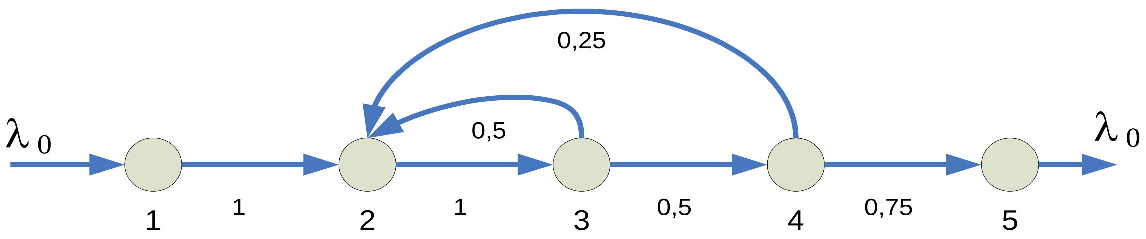

Рис. 3.4 Пример процесса обработки заданий

Время на обслуживание для процедур процесса и номер компонента, на котором выполняется операция

$t_{01} = 10$	1
$t_{02} = 20$	3
$t_{03} = 30$	2
$t_{04} = 10$	1
$t_{05} = 40$	2

Матрица соответствия «процедура-компонент»:

$$Д = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Необходимо вычислить: ρ_i, $T_{\Pi i}$, T_{Π}, m_i, θ_{ij}, $\lambda_{оэф}(\Pi_o)$

1. Вычисление λ_k – интенсивность потока заявок через каждую операцию (процедуру)

Система уравнений сохранения потока:

$$\begin{cases} \lambda_1 = P_{01}\,\lambda_0 \\ \lambda_2 = P_{12}\,\lambda_1 + P_{32}\,\lambda_3 + P_{42}\,\lambda_4 \\ \lambda_3 = P_{23}\,\lambda_2 \\ \lambda_4 = P_{34}\,\lambda_3 \\ \lambda_5 = P_{45}\,\lambda_4 \\ \lambda_0 = P_{05}\,\lambda_5 \end{cases}$$

После подстановки числовых значений имеем:

$$\begin{cases} \lambda_1 = \lambda_0 \\ \lambda_2 = \lambda_1 + 0{,}5\lambda_3 + 0{,}25\lambda_4 \\ \lambda_3 = \lambda_2 \\ \lambda_4 = 0{,}5\lambda_3 \\ \lambda_5 = 0{,}75\lambda_4 \\ \lambda_5 = \lambda_0 \end{cases}$$

Вычисляем $\lambda_k = f(\lambda_0)$ и значения a_i:

$\lambda_1 = \lambda_0$ $a_1 = 1$

$\lambda_2 = 8/3\lambda_0$ $a_2 = 8/3$

$\lambda_3 = 8/3\lambda_0$ $a_3 = 8/3$

$\lambda_4 = 4/3\lambda_0$ $a_4 = 4/3$

$\lambda_5 = \lambda_0$ $a_5 = 1$

Вычисляем α_i – частоты обращения к компонентам:

$$\alpha_i = \sum a_k \,|_{k\in i}$$

$\alpha_1=a_1+a_2=1+4/3=7/3$

$\alpha_2=a_3+a_5=1+8/3=11/3$

$\alpha_3= a_2=8/3=8/3$

Вычисляем среднее время работы компонентов при одном обращении:

$$T_{0i} = \sum_i \frac{a_i t_{0i}}{\alpha_i} \,|_{k\in i}$$

$T_{01}=(a_1t_{01}+ a_4t_{04})/\alpha_1=(1*10+4/3*10)/(7/3)=10$

$T_{02}=(a_3t_{03}+ a_5t_{05})/\alpha_2=(8/3*30+1*40)/(11/3)=32.5$

$T_{03}=(a_2t_{02})/\alpha_3=(8/3*20)/(8/3)=10$

Загрузку компонентов вычисляем исходя из формул:

$$\rho_i=(\lambda_i)/\mu_i=\lambda_i* T_{0i}=\alpha_i* T_{0i}*\lambda_0$$

$$\alpha_i=\lambda_i/\lambda_0 \ ; \ \lambda_i=\alpha_i*\lambda_0$$

Тогда:

$\rho_1=(7/3)*10 *\lambda_0=(70/3)*\lambda_0=23*\lambda_0$

$\rho_2=(11/3)*(360/11) *\lambda_0=(120)*\lambda_0=120*\lambda_0$

$\rho_3=(8/3) *20*\lambda_0=(160/3)*\lambda_0=53*\lambda_0$

Второй компонент, для которого $\rho_2=120*\lambda_0$ является узким местом.

Вычисляем пропускную способность $\lambda_{оэф}(\Pi_0)$, задавая значения $\rho_2=120*\lambda_0$:

$\Pi_0=\lambda_{оэф} =\rho /120=0.6/120=1/200$

Абсолютные значения загрузки компонентов:

$\rho_1=(70/3)*(1/200)=0.11$

$\rho_2=120/200=0.6$

$\rho_3=160/(3*200)=0.25$

Вычисляем времена пребывания в компонентах системы по формуле:

$$T_{ni}= T_{0i}* (1/1-\rho_i)$$

Тогда:

$T_{n1}= 10* (1/1-0.11)\approx 11$

$T_{n1}= 360/(11*(1-0.6))\approx 80$

$T_{n1}= 20/(1-4/5)\approx 27$

Общее время пребывания заявки (цикл обработки):

$$T_{ni}= \Sigma(\alpha_i T_{ni}),$$

или

$T_n= (7/3)*11+(11/3)*80+(8/27)*27\approx 390\div 400$

Оптимизируем загрузку компонентов, переходя к системам M/M/m

$$\rho=\lambda/(m*\mu)=\rho_1/m,$$

получим:

$m_1=1$

$m_2=6$

$m_3=2$ (3)

Тогда загрузка компонентов будет:

$\rho_1=0.11$

$\rho_2=0.1$

$\rho_3=0.12$

Откуда пропускная способность компонентов может быть увеличена до:

$$П_0=\lambda_{оэф}=6/200$$

Времена пребывания и обслуживания, количество заявок в системе и очередях рассчитываются по более сложным формулам.