Занятие №1

Анализ характеристик простейших систем массового обслуживания

Теоретические сведения

Простейшая система массового обслуживания.

Система массового обслуживания представляется в виде (рис. 1)

Рис. 1 Структура простейшей СМО

Прибор осуществляет обслуживание заявок (требований). Чаще, прежде им поступить на прибор, заявки стоят в очереди. Заявки поступают в определенной последовательности, образуя входной поток заявок. После того как прибор проводит обслуживание заявок, они выходят из системы, образуя выходной поток заявок.

Фактически для существования простейшей системы массового обслуживания необходимо:

1. Наличие входного потока заявок.
2. Наличие обслуживающего прибора.
3. Наличие очереди заявок на обслуживание.
4. Наличие выходного потока обслуженных заявок.

Если у системы есть вход и выход, то система называется открытой. (имеется источник и потребитель). Если заявки создаются и потребляются самой системой, то система называется закрытой.

Характеристики входного потока:

1. Стационарность – неизменность во времени параметров потока, например, интенсивности: $\lambda(t) = const$.
2. Ординарность - определяет, что в любой момент времени на входе может появиться только одна заявка.

3. Отсутствие последействия – показывает, что вероятность поступления заявки в i – й момент времени не зависит от характера поступления заявок до этого времени, а зависит только от закона распределения заявок.

Поток характеризуется законом распределения $A(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ (рис 1.2.) и плотностью распределения $a(t) = A'(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ (рис 2).

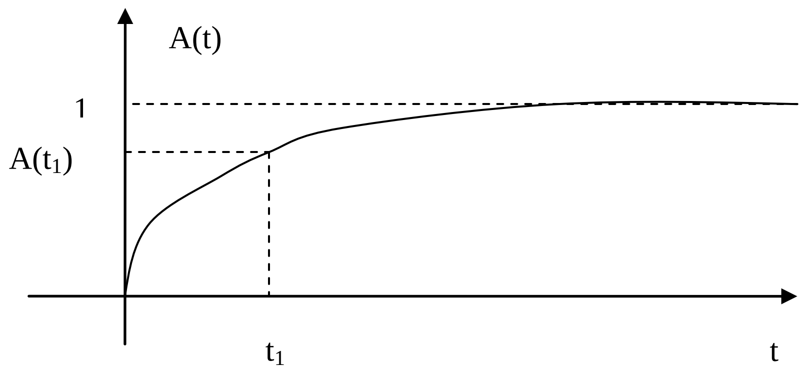

Рис 2 Экспоненциальный закон распределения случайной величины

Любая точка кривой показывает вероятность того, что следующая заявка придет через время, не большее t_1, то есть t_1 рассматривается не как текущее время, а как интервал времени между заявками (рис. 3).

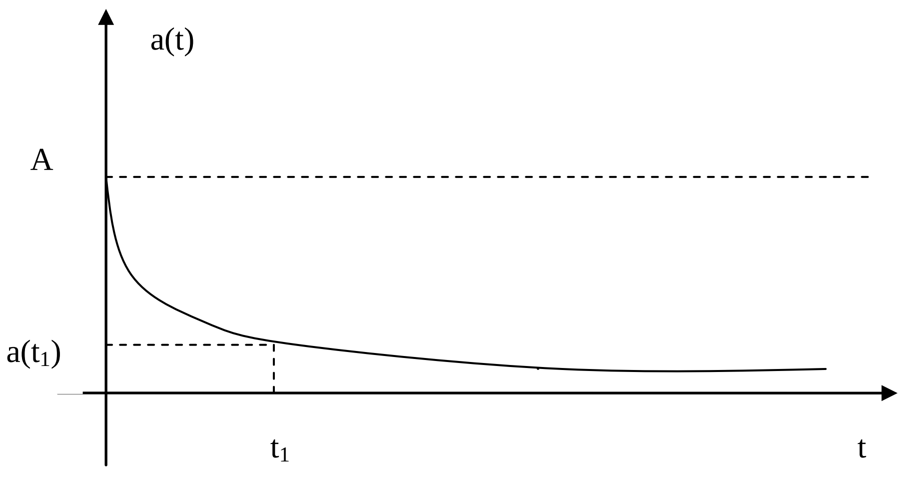

Рис. 3 Плотность распределения случайной величины

Плотность показывает вероятность того, что следующая заявка придет точно через время t_1.

За основной закон распределения входного потока принят Пуассоновский закон, определяющий вероятность того, что на отрезке Δt придет k заявок:

$$P(k,\Delta t) = \frac{(\lambda - \Delta t)^k}{k!} e^{-\lambda \Delta t}$$

Если k=1, то $P(k,\Delta t) = \lambda \Delta t e^{-\lambda \Delta t}$, то есть Пуассона превращается в экспоненциальный закон.

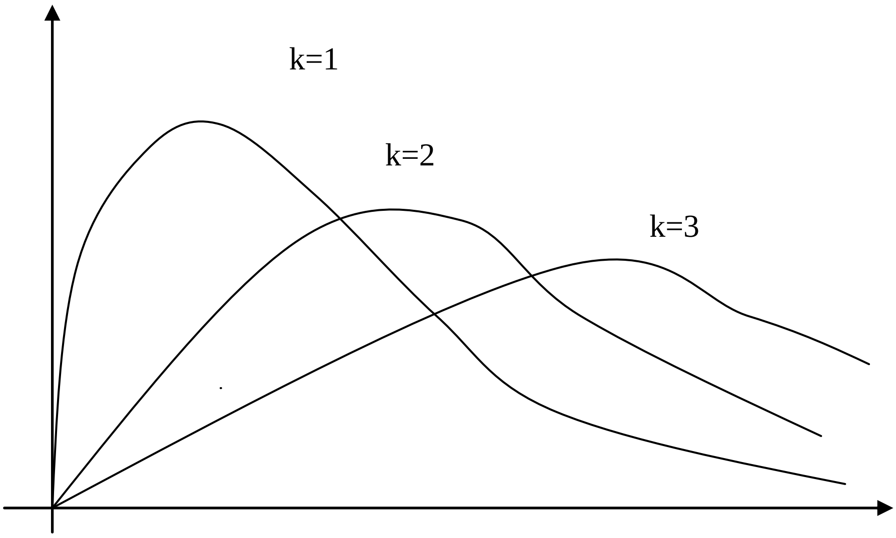

Рис. 4 Переход от пуассоновского закона к экспоненциальному

Поток, который удовлетворяет трем вышеуказанным свойствам и имеет Пуассоновский закон распределения называется простейшим или совершенно-случайным или стационарным потоком.

$M(\tau)$ - математическое ожидание;

$M(\Delta t) = \frac{1}{\lambda}$, где λ - интенсивность, характеристика закона распределения.

$D(\Delta t) = \frac{1}{\lambda}$ - дисперсия;

$M(\Delta t) = \frac{1}{\lambda} = T_{вх}$