

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7

### Исследование частотных характеристик типовых линейных звеньев

**1. Цель работы.** Изучение способов построения частотных характеристик стационарных динамических систем в пакете MathCAD, а также методов определения параметров модели объекта управления по частотным характеристикам.

#### 2. Краткие теоретические сведения

Частотный метод исследования динамических систем является одним из наиболее простых и полезных научных методов, доступных для инженера. Это обусловлено прежде всего тем, что существует однозначная связь между частотной характеристикой системы в установившемся состоянии и всеми другими видами ее описания. Такая связь между временными и частотными характеристиками линейных динамических систем в настоящее время лежит в основе большинства расчетных методов в ТАУ.

Другое важное преимущество частотных методов состоит в том, что сами частотные характеристики могут быть достаточно легко непосредственно измерены. Математические основы анализа и синтеза линейных динамических систем в частотной области хорошо известны [1, 2].

Если на вход линейной системы подать синусоидальный сигнал, то выходной сигнал будет содержать вынужденную и переходную составляющие. По истечении нескольких периодов переходная составляющая затухает и на выходе устанавливается синусоидальный сигнал той же частоты, что и на входе. Это установившееся состояние системы характеризуется определенным отношением сигналов на входе и выходе и фазовым углом сдвига для каждой частоты входного сигнала (рис. 1).

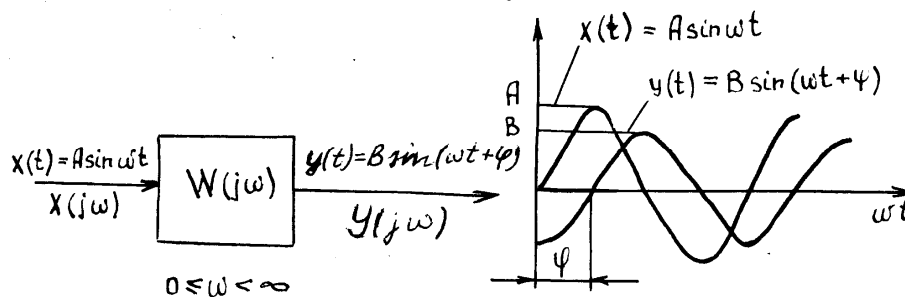


Рис. 1. К определению частотных характеристик

Например, рассмотрим прохождение синусоидального сигнала через апериодическое звено первого порядка. На низких частотах амплитуда выхода почти равна амплитуде входа, умноженной на коэффициент усиления, отставание по фазе также невелико. На высоких частотах амплитуда выхода значительно меньше из-за наличия инерционности в системе и выходной сигнал отстает от входного на угол, близкий  $90^\circ$ .

Действительно, если рассмотреть модуль частотной передаточной функции апериодического звена первого порядка

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \left| \frac{k}{Tj\omega + 1} \right| = \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}},$$

то видно, что амплитуда неограниченно уменьшается при увеличении частоты. Фазовый угол сдвига

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = -\arctg T\omega$$

иногда называют углом отставания фаз. Этот угол для апериодического звена первого порядка отрицателен и стремится к пределу, равному  $-90^\circ$ , при стремлении частоты к бесконечности.

Если коэффициент усиления системы равен единице, то на частотах, близких к нулю, амплитуда выхода будет равна амплитуде входа. Если же коэффициент  $k$  больше единицы, то на низких частотах амплитуда выхода будет превышать амплитуду входа.

Рассмотрим динамическую систему, которая состоит из нескольких последовательно включенных элементарных динамических систем (звеньев). Передаточная функция такой системы определяется как произведение передаточных функций элементарных звеньев, составляющих систему

$$W(s) = \prod_{i=1}^n W_i(s).$$

Если перейти к частотным передаточным функциям, заменив  $s$  на  $j\omega$  то получим

$$W(j\omega) = \prod_{i=1}^n W_i(j\omega) = \prod A_i(\omega) e^{j \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)}.$$

Модуль частотной характеристики определяется путем перемножения модулей всех элементов системы

$$A(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega),$$

а фазовый сдвиг определяется путем сложения фазовых углов сдвига отдельных звеньев системы

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^m \varphi_i(\omega).$$

Действительно, при синусоидальном входном сигнале выходной сигнал каждого звена, являющийся входным для последующего, представляет собой уже сдвинутую по фазе синусоиду. Таким образом, происходит накопление фазового сдвига.

Частотная передаточная функция  $W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$  может быть изображена в виде вектора на комплексной плоскости. Так как модуль и аргумент являются функциями частоты  $\omega$ , то при непрерывном изменении последней от  $\omega = 0^\circ$  до  $\omega = \infty^\circ$  величина и направление вектора будут меняться, причем конец вектора будет описывать некоторую кривую (годограф вектора), которая называется амплитудно-фазовой характеристикой (АФХ) системы (рис. 2).

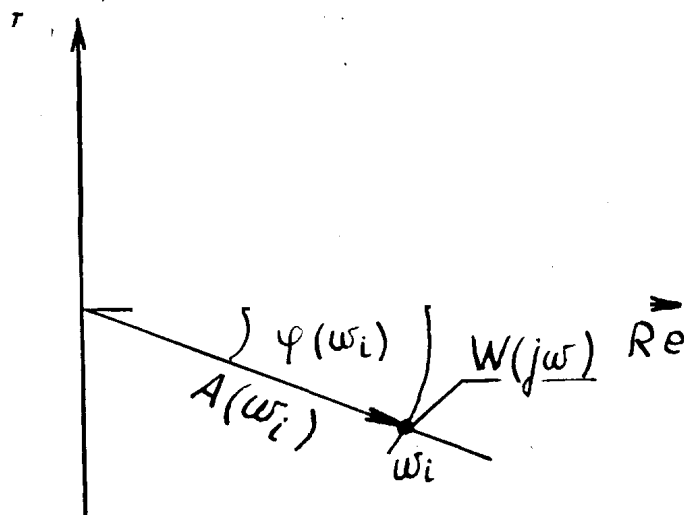


Рис. 2. Амплитудно-фазовая характеристика (частотный годограф)

Функция  $A(\omega)$  соответственно называется амплитудной частотной характеристикой (АЧХ) системы. АЧХ имеет очевидный физический смысл, так как показывает зависимость от частоты отношения амплитуд колебаний на выходе и входе системы

$$A(\omega) = \frac{A_y(\omega)}{A_x(\omega)}$$

т.е. представляет собой коэффициент усиления входного гармонического сигнала на каждой частоте. Если на какой-то частоте  $\omega$  значение  $A(\omega) > 1$ , входной сигнал усиливается, если  $A(\omega) < 1$ , то вход данной частоты ослабляется. При постоянной амплитуде на входе системы АЧХ непосредственно определяет свойства системы как частотного фильтра.

Значение частоты, при котором отношение амплитуд окончательно становится меньше определенного достаточно малого конечного значения (обычно принимается падение амплитуды выходных колебаний до 5 % от амплитуды входных), определяет так называемую полосу пропускания системы.

Чем менее инерционно звено или система, тем длиннее его АЧХ, т.е. тем больше полоса пропускания звеном частот. Таким образом, при прохождении периодических сигналов через реальные динамические системы может быть передано лишь определенное количество гармонических составляющих сигнала из их бесконечного числа. Очевидно, важно передать ту часть спектра сигнала, которая содержит гармонические составляющие с относительно большими амплитудами.

Соответственно функция  $\varphi(\omega)$  называется фазовой частотной характеристикой (ФЧХ). ФЧХ определяется (измеряется) как разность начальных фаз выходной и входной синусоид

$$\varphi(\omega) = \varphi_y(\omega) - \varphi_x(\omega).$$

Определив амплитуду и сдвиг фазы синусоиды выхода для разных частот, можно построить по точкам амплитудную и фазовую частотные характеристики. В таблице 1 приведены выражения АЧХ и ФЧХ типовых динамических звеньев.

Таблица 1

Частотная передаточная функция звена	Амплитудная характеристика	Фазовая характеристика
$W(j\omega) = K$	$A = K$	$\varphi = 0^\circ$
$W(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T}$	$A = \frac{K}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$	$\varphi = -\arctg \frac{\omega T}{1}$
$W(j\omega) = \frac{K}{(1 - \omega^2 T^2) + j\omega T_1}$ $\frac{K}{T_3, 4 = \frac{1}{2}(T_1 \pm \sqrt{T_1^2 - 4T_2^2}), T_2 T_2}$	$A = \frac{K}{\sqrt{1 + \omega^2(T_1^2 - 2T_2^2) + \omega^4 T_2^4}}$	$\varphi = -\arctg \frac{\omega T_1}{1 + \omega^2 T_2^2}$
$W(j\omega) = \frac{K}{(1 - \omega^2 T^2) + j\omega^2 \xi T}$ $0 < \xi < 1$	$A = \frac{K}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2(2\xi^2 - 1) + \omega^4 T^4}}$	$\varphi = -\arctg \frac{\omega^2 \xi T}{1 - \omega^2 T^2}$
$W(j\omega) = \frac{K}{1 - \omega^2 T^2}$	$A = \frac{K}{1 - \omega^2 T^2}$	$\varphi = 0$
$W(j\omega) = \frac{K}{j\omega}$	$A = \frac{K}{\omega}$	$\varphi = -90^\circ$
$W(j\omega) = \frac{K}{-\omega^2 T + j\omega}$	$A = \frac{K}{\omega \sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$	$\varphi = -(90^\circ + \arctg \omega T)$
$W(j\omega) = \frac{K(1 + j\omega \tau)}{j\omega}$	$A = \frac{K}{\omega} \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}$	$\varphi = -90^\circ + \arctg \omega \tau$
$W(j\omega) = jK\omega$	$A = K\omega$	$\varphi = +90^\circ$
$W(j\omega) = \frac{jK\omega}{1 + j\omega T}$	$A = \frac{K\omega}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$	$\varphi = 90^\circ - \arctg \omega T$

Частотную передаточную функцию можно также представить как сумму действительной и мнимой частей:

$$W(j\omega) = \operatorname{Re}\{W(j\omega)\} + j \operatorname{Im}\{W(j\omega)\},$$

где  $\operatorname{Re}\{W(j\omega)\}$  и  $\operatorname{Im}\{W(j\omega)\}$  - вещественная и мнимая части частотной характеристики.

Действительная и мнимая частотные характеристики не дают столь простой физической интерпретации частотных свойств системы, как две предыдущие. Однако их введение обусловлено тем, что они играют существенную роль в общих и приближенных методах расчета [1,2].

## ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ И СИСТЕМ

Процесс построения АФХ разомкнутой системы можно существенно ускорить, если перейти к логарифмическим масштабам и ввести так называемые логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ) звеньев и систем. При использовании метода ЛЧХ вычисления сокращаются до минимума, так как появляется возможность построения логарифмических амплитудно-частотных характеристик (ЛАЧХ) цепочки последовательно соединенных звеньев простым суммированием ординат ЛАЧХ соответствующих сомножителей.

Действительно, из определения АЧХ следует

$$A(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega),$$

Если прологарифмировать это выражение, взяв  $20\lg$  от левой и правой частей, то получим

$$20\lg A(\omega) = \sum_{i=1}^n 20\lg A_i(\omega).$$

Кроме того, при построении ЛАЧХ частоты по оси абсцисс также откладываются в логарифмическом масштабе, что позволяет охватить широкий диапазон частот и одинаково наглядно показать изменение частотных свойств системы как на малых, так и на средних и высоких частотах.

Наконец, в логарифмическом масштабе ЛАЧХ изменяются плавно, и поэтому возникает возможность в подавляющем большинстве практических случаев упрощенно изображать ЛАЧХ ломаными прямыми линиями - асимптотами. Правила построения точных и асимптотических ЛАЧХ динамических систем хорошо известны и приведены в литературе [1, 2].

Выражения для вычисления ЛАЧХ некоторых типовых динамических звеньев приведены в таблице 2. Примеры построения точных и асимптотических ЛАЧХ некоторых звеньев показаны в таблице 3, 4.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПО ЗАРЕГИСТРИРОВАННЫМ КОЛЕБАНИЯМ НА ВХОДЕ И ВЫХОДЕ ИССЛЕДУЕМОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Простым методом определения частотных характеристик является метод одновременной записи синусоидального входного воздействия и установившихся колебаний на выходе с объекта с последующей обработкой полученных кривых.

Сигналы с выхода генератора синусоидальных колебаний и выхода исследуемого объекта подаются на записывающее устройство, где они регистрируются в виде графиков на бумаге или в виде осциллограммы в зависимости от типа применяемого записывающего устройства.

Для линейной системы значения модуля и аргумента частотной передаточной функции исследуемого объекта при частоте  $\omega = \omega_i$  определяются по графикам на основании выражений:

$$A(\omega_i) = \frac{A_{\text{вх}}(\omega_i) \cdot K_{\text{мвх}}}{A_{\text{вх}}(\omega_i) \cdot K_{\text{мвх}}} ; \varphi(\omega_i) = \varphi_{\text{вх}}(\omega_i)$$

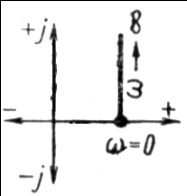
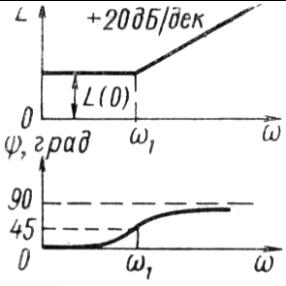
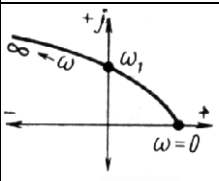
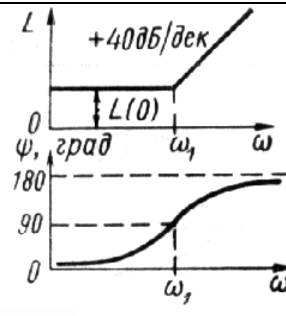
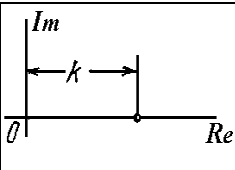
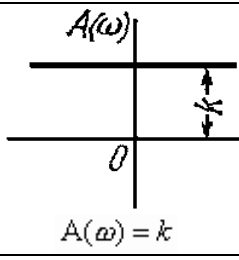
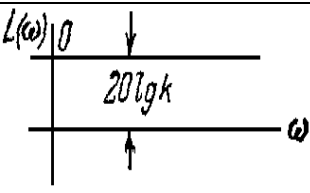
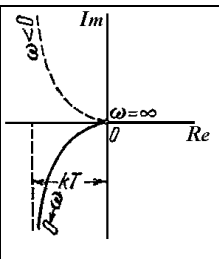
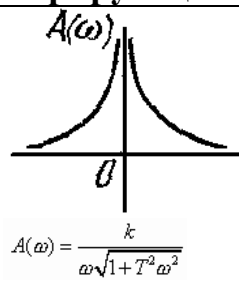
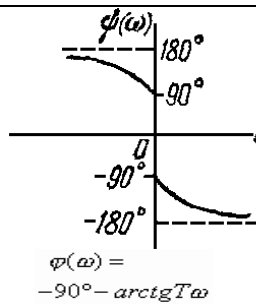
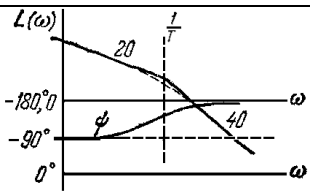
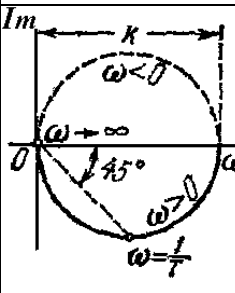
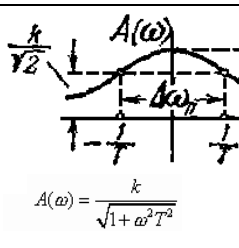
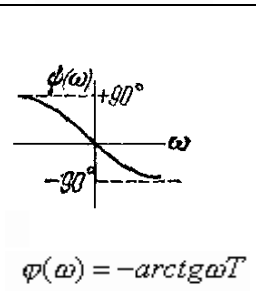
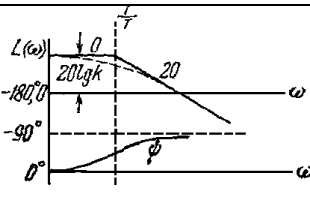
где  $A_{\text{вх}}, A_{\text{вх}}$  - амплитуды колебаний, определяемые по графикам, мм;

$K_{\text{мвх}}, K_{\text{мвх}}$  - масштабные коэффициенты, мм/В;

$\varphi_{\text{вх}}$  - фазовый сдвиг колебаний на выходе исследуемой системы относительно входного сигнала, определяемый по графику.

Таблица 2

Название звена	Частотная передаточная функция	Частотный годограф	АЧХ	ФЧХ	ЛАЧХ
Идеальные динамические звенья					
Интегрирующие звенья					
Идеальное интегрирующее звено	$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega}$				
Консервативное звено	$W(j\omega) = \frac{k}{1+T^2(j\omega)^2}$				
Дифференцирующие звенья					
Идеальное дифференцирующее звено	$W(j\omega) = kj\omega$				

Форсирующее звено 1-го порядка	$W(j\omega) = k(Tj\omega + 1)$		$A(\omega) = kT\omega + k$	$\varphi(\omega) = \arctg \frac{kT\omega}{k} = \arctg T\omega$	 $\omega_1 = \frac{1}{T} \quad L(0) = 20 \lg k$
Форсирующее звено 2-го порядка	$W(j\omega) = k[T^2(j\omega)^2 + 2\xi Tj\omega + 1]$	 $W(0) = k \quad \omega_1 = \frac{1}{T}$ $W(\omega_1) = \frac{2ak\xi}{T}$	$A(\omega) = k \cdot \sqrt{1 + 2\omega^2 T^2 (2\xi^2 - 1) + \omega^4 T^4}$	$\varphi = \arctg \frac{2\xi\omega T}{1 + \omega^2 T^2}$	 $\omega_1 = \frac{1}{T} \quad L(0) = 20 \lg k$
<b>Реальные динамические звенья</b>					
Пропорциональное звено	$W(j\omega) = k$		 $A(\omega) = k$	$\varphi = 0$	
<b>Интегрирующие звенья</b>					
Реальное интегрирующее звено	$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega(Tj\omega + 1)}$		 $A(\omega) = \frac{k}{\omega \sqrt{1 + T^2 \omega^2}}$	 $\varphi(\omega) = -90^\circ - \arctg T\omega$	
Апериодическое звено первого порядка	$W(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega T}$		 $A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$	 $\varphi(\omega) = -\arctg \omega T$	

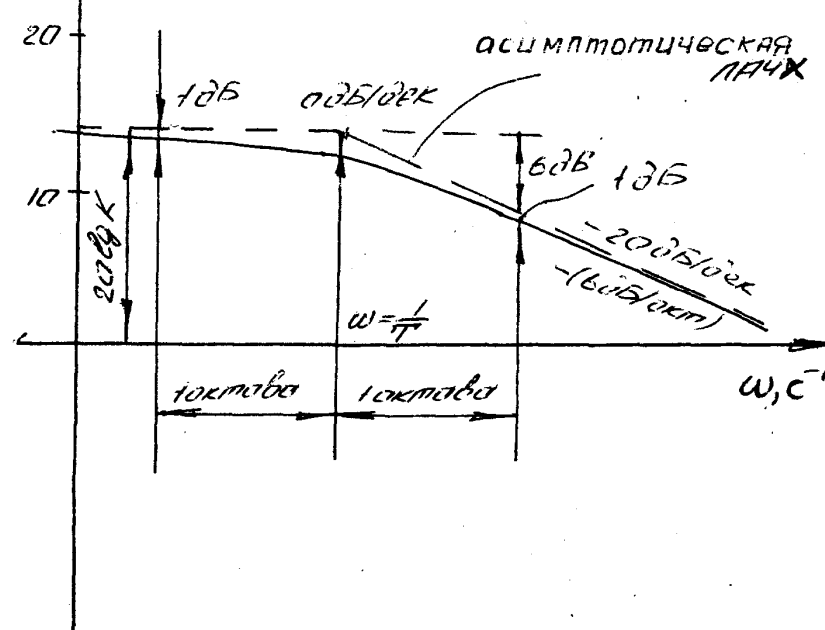
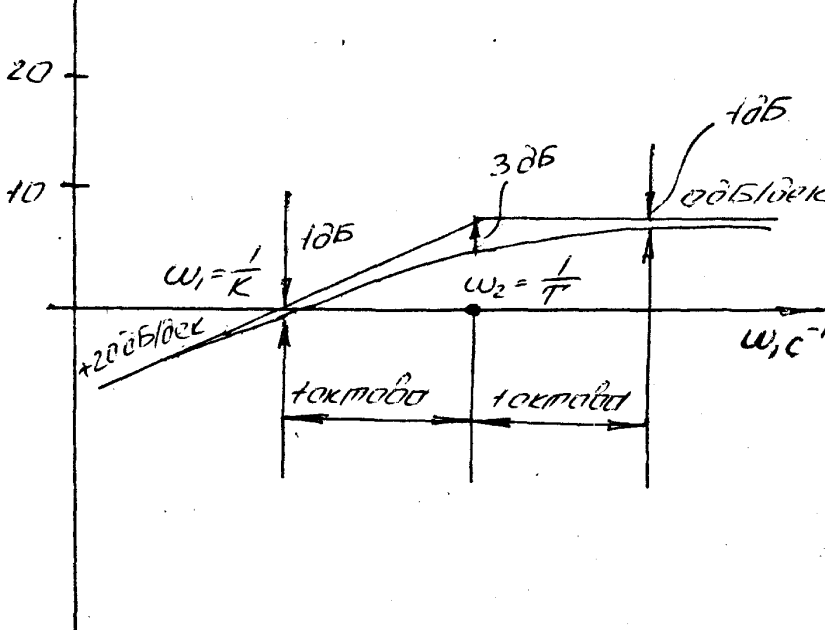
Аперидическое звено второго порядка	$W(j\omega) = \frac{k}{(1+j\omega T_3)(1+j\omega T_4)}$				
Колебательное звено	$W(j\omega) = \frac{k}{1+2\xi T_1\omega + T^2(j\omega)^2}$				
<b>Дифференцирующие звенья</b>					
Реальное дифференцирующее звено	$W(j\omega) = \frac{kj\omega}{T_1\omega + 1}$				

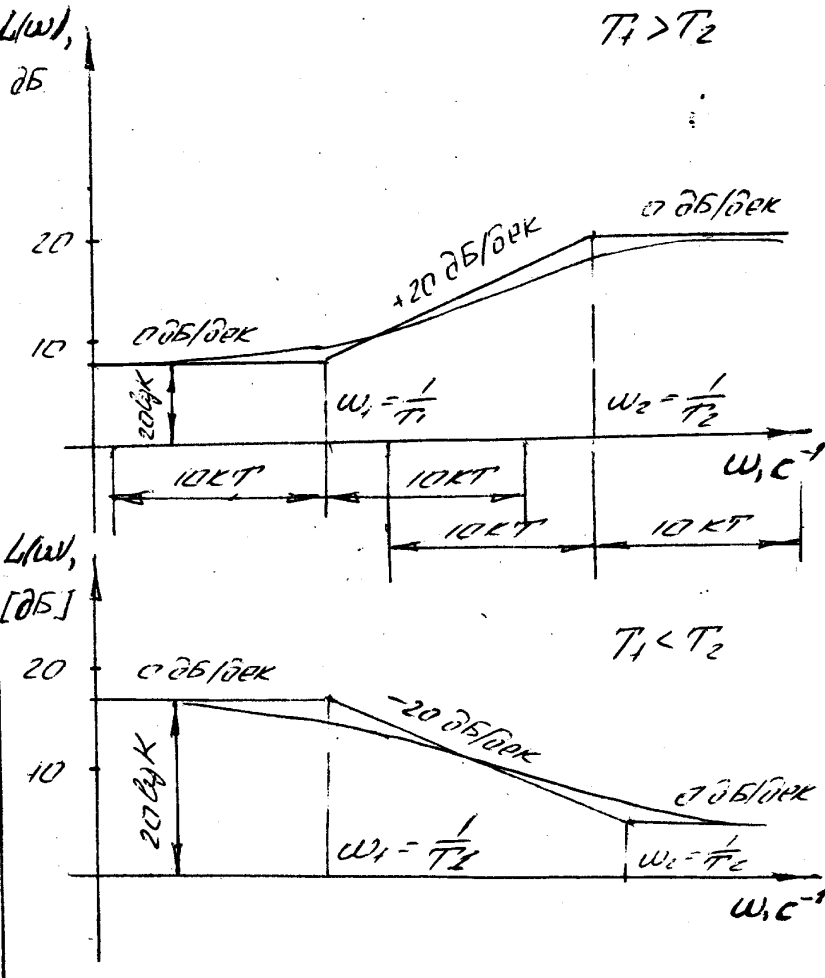
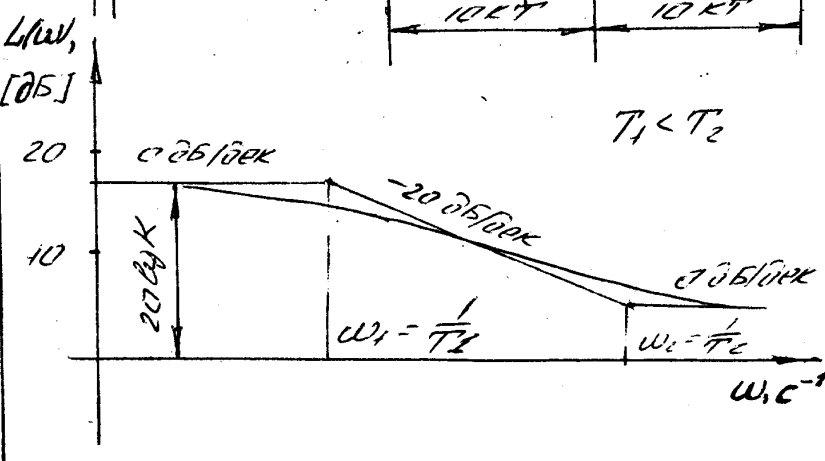
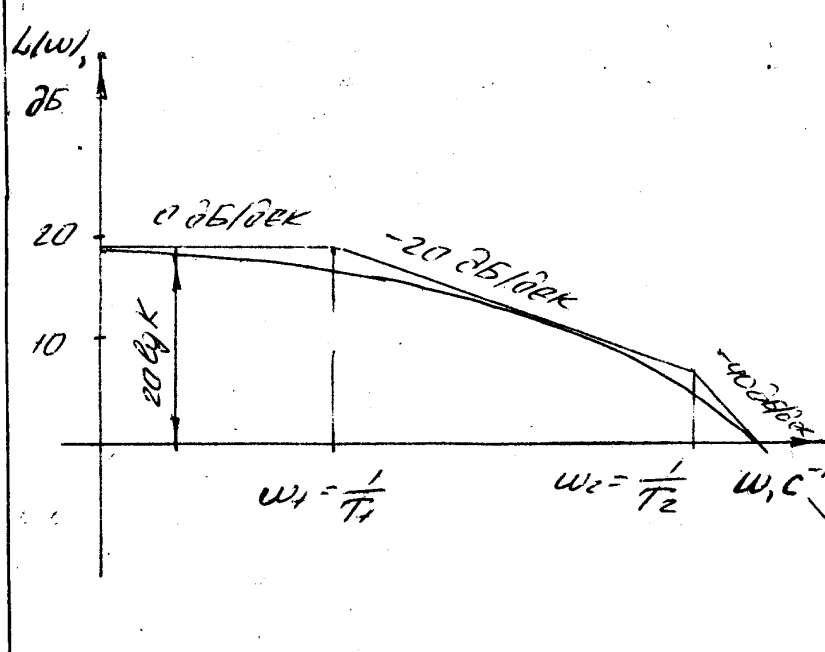
Таблица 3

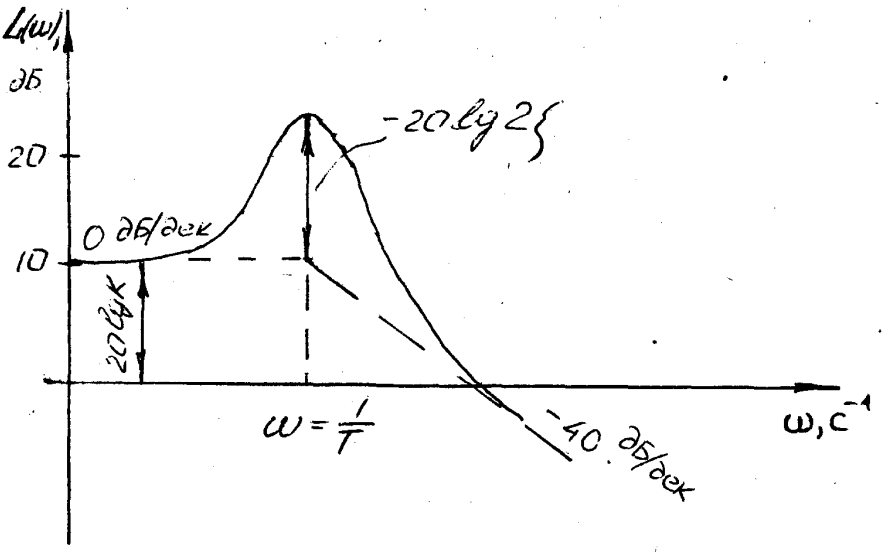
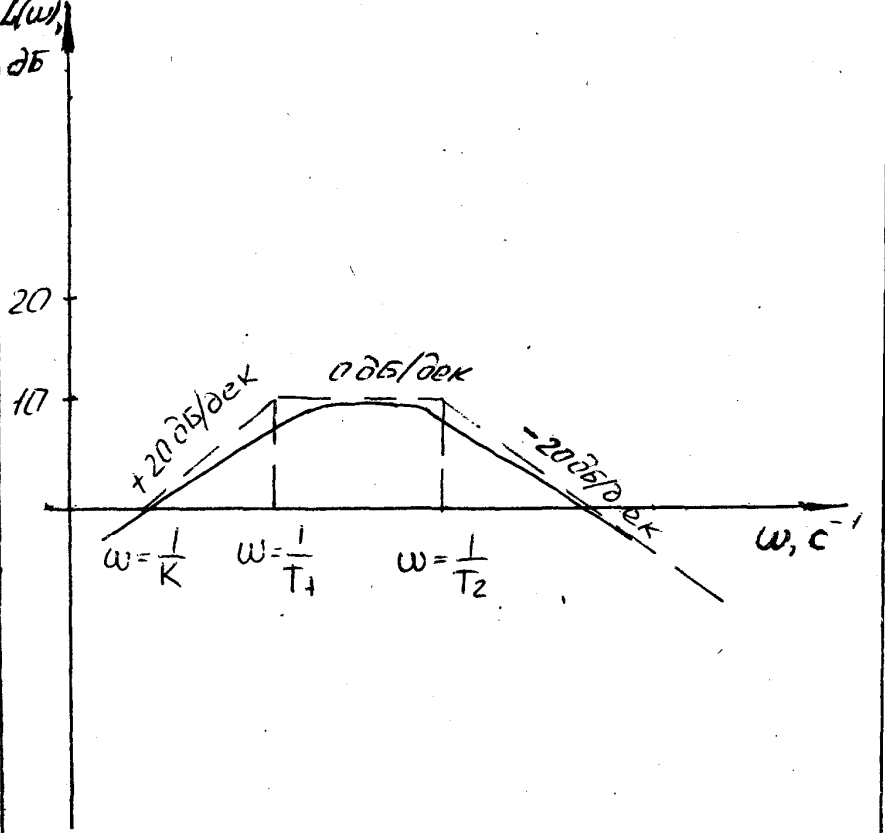
Звено		Наклон, дБ/дек		Значение ЛАЧХ на сопрягающей части, дБ
		$\omega \ll \frac{1}{T}$		
	$20\lg k$	0	0	
	$-20\lg T\omega$	-20	-20	0
$W(p) = Tp$	$20\lg T\omega$	+20	+20	0
$W(p) = \frac{1}{Tp+1}$	$-20\lg \sqrt{T^2\omega^2+1}$	0	-20	-3
$W(p) = Tp+1$	$20\lg \sqrt{T^2\omega^2+1}$	0	+20	+3
$W(p) = \frac{1}{T^2p^2+2\xi Tp+1}$ $0 \leq \xi < 1$	$-20\lg \sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+4T^2\xi^2\omega^2}$	0	-40	$-20\lg 2\xi$
$W(p) = T^2p^2+2\xi Tp+1$ $0 \leq \xi < 1$	$20\lg \sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+4T^2\xi^2\omega^2}$	0	+40	$20\lg 2\xi$



Таблица 4

$N_{n/n}$	ЛАЧХ збены	Звено
1	<p data-bbox="383 336 478 448"><math>L(\omega),</math> дБ</p>  <p data-bbox="861 492 1197 560">асимптотическая ЛАЧХ</p> <p data-bbox="558 828 718 873"><math>\omega, \text{с}^{-1}</math></p>	$W(s) = \frac{K}{Ts + 1}$
2	<p data-bbox="383 1209 478 1321"><math>L(\omega),</math> дБ</p>  <p data-bbox="558 1568 718 1612"><math>\omega_1 = \frac{1}{K}</math></p> <p data-bbox="877 1568 1037 1612"><math>\omega_2 = \frac{1}{T}</math></p> <p data-bbox="1133 1635 1228 1680"><math>\omega, \text{с}^{-1}</math></p>	$\dot{W}(s) = \frac{KS}{Ts + 1}$

№ п/п	ЛАЧХ звена	Звено
3	<p style="text-align: right;"><math>T_1 &gt; T_2</math></p>  <p style="text-align: right;"><math>T_1 &lt; T_2</math></p> 	$W(s) = \frac{K(T_1 s + 1)}{T_2 s + 1}$ $W(s) = \frac{K(T_1 s + 1)}{T_2 s + 1}$
4		$W(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$

№ п/п	ЛАЧЗ звена	Звено
5		$W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}$
6		$W(s) = \frac{KS}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$

Масштабирующие коэффициенты  $K_{m\text{вых}}$ ,  $K_{m\text{вх}}$  можно вычислить, пользуясь следующими соотношениями:

$$K_{m\text{вых}} = \frac{A_{\text{вых}}}{U_{\text{вых}}}; \quad K_{m\text{вх}} = \frac{A_{\text{вх}}}{U_{\text{вх}}};$$

где  $U_{\text{вых}}$  и  $U_{\text{вх}}$  - сигналы на выходе и входе объекта, измеренные при помощи вольтметра.

Другой подход к определению частотных характеристик сводится к измерению размеров эллиптической фигуры Лиссажу на экране осциллографа (рис. 3). Фазовая частотная характеристика при этом определяется по формуле  $\varphi = \arcsin \frac{b}{a}$

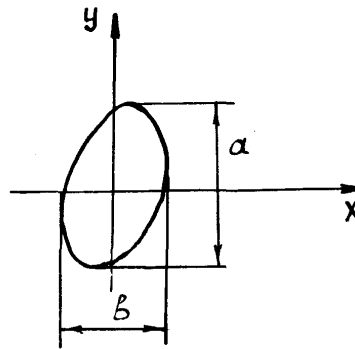


Рис. 3. Эллиптическая фигура Лиссажу

#### МЕТОД НЕПОСРЕДСТВЕННОГО ИЗМЕРЕНИЯ АМПЛИТУДЫ И ФАЗОВОГО СДВИГА КОЛЕБАНИЙ НА ВХОДЕ И ВЫХОДЕ ОБЪЕКТА

Синусоидальные колебания с генератора подаются на вход исследуемого объекта. Амплитуда и фаза установившихся колебаний на выходе объекта измеряются непосредственно вольтметром и фазометром. Измерение амплитуды на входе также может быть осуществлено при помощи вольтметра. Иногда в схеме применяется частотомер, который служит для установки и контроля частоты колебаний.

При заданной частоте колебаний  $\omega = \omega_i$  значение аргумента частотной передаточной функции определяется непосредственно по фазометру:

$$\varphi(\omega_i) = \varphi_{\text{ф.м}}$$

а значение модуля - по показаниям вольтметров  $U_{\text{вых}}$  и  $U_{\text{вх}}$  на основании

выражения 
$$A(\omega_i) = \frac{U_{\text{вых}}(\omega_i)}{U_{\text{вх}}}.$$

#### МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ СИГНАЛА НА ВЫХОДЕ ИССЛЕДУЕМОГО ОБЪЕКТА

При таком подходе выходное напряжение

$$U_{\text{вых}}(t) = U_{\text{вых}}(\omega_i) \sin(\omega_i t + \varphi_{\text{вых}}(\omega_i))$$

представляется по отношению к синусоидальному входному

$$U_{\text{вх}}(t) = U_{\text{вх}} \sin \omega t$$

в виде суммы синфазной и квадратурной составляющих;

$$U_{\text{вых}}(t) = U_{\text{вых}}(\omega_i) \cos \varphi_{\text{вых}}(\omega_i) \sin \omega t + \\ + U_{\text{вых}}(\omega_i) \sin \varphi_{\text{вых}}(\omega_i) \cos \omega t.$$

Амплитуда синфазной составляющей  $U_{\text{вых}}(\omega_i) \cos \varphi_{\text{вых}}(\omega_i)$  может быть определена как мгновенное значение напряжения на выходе объекта  $U_{\text{вых}}(t)$  в момент прохождения входного воздействия через максимум при  $\omega_i t = \pi/2$ , а амплитуда квадратурной составляющей  $U_{\text{вых}}(\omega_i) \sin \varphi_{\text{вых}}(\omega_i)$  - как мгновенное значение  $U_{\text{вых}}(t)$  в момент прохождения  $U_{\text{вх}}(t)$  через ноль при  $\omega t = 0$ . Тогда вещественная и мнимая части частотной передаточной функции исследуемого объекта определяются выражениями

$$\operatorname{Re} W(j\omega_i) = \frac{U_{\text{вых}}(\omega_i) \cos \varphi_{\text{вых}}(\omega_i)}{U_{\text{вх}}}; \quad I_m W(j\omega_i) = \frac{U_{\text{вых}}(\omega_i) \sin \varphi_{\text{вых}}(\omega_i)}{U_{\text{вх}}}$$

Измерение синфазной и квадратурной составляющих можно осуществить, например, с помощью пикового вольтметра, подключаемого к выходу исследуемого объекта в соответствующие моменты времени.

### **3. Задания и порядок проведения исследований**

**3.1. Создать текстовый блок**, содержащий название работы, ФИО студента, номер варианта, отформатировать текст в соответствии с образцом, приведенном на рис. 4.

#### **Лабораторная работа №7.**

#### **Исследование частотных характеристик типовых линейных звеньев**

Выполнил:	студент гр. 111111 Иванов И.И.
Вариант:	N
Дата:	01.03.2016 г.

Рис. 4. Образец форматирования текста

### **3.2. Решение дифференциальных уравнений при $\sin$ возмущении**

1. Внимательно ознакомьтесь с методическими указаниями по проведению лабораторной работы.

2. Подготовьте программный модуль в среде MathCAD для выполнения данного раздела работы (см. ниже пример модуля).

3. Задайте в качестве объекта управления (ОУ) апериодическое звено второго порядка с передаточной функцией  $W(s) = \frac{k}{(T_{01}s + 1)(T_{02}s + 1)}$ ,

параметры которого определяются согласно таблице 1 в зависимости от номера варианта. Запишите для него дифференциальное уравнение движения.

4. С помощью программы Odesolve(t, ) решите дифференциальное уравнение и получите график переходного процесса:

Пример программного модуля выполнения раздела 3.2.

#### 1. Решение ДУ при sin-возмущении

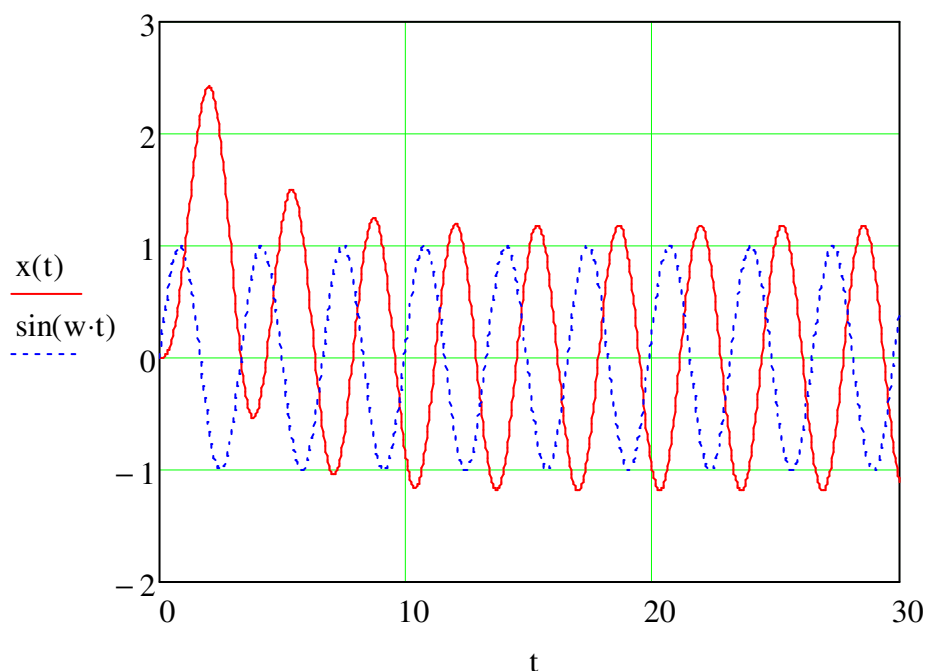
$T1 := 1$        $T2 := 2$        $\underline{T} := 0.5$        $\underline{K} := 10$        $w := 1.9$

Given

$x'(0) = 0$        $x(0) = 0$

$$T1 \cdot T2 \cdot \frac{d^2}{dt^2} x(t) + (T1 + T2) \cdot \left( \frac{d}{dt} x(t) \right) + x(t) = K \cdot \sin(wt)$$

$x := \text{Odesolve}(t, 30, 1000)$



### 3.3. Построение АФЧХ

1. Задайте в качестве ОУ типовое апериодическое звено первого порядка с передаточной функцией  $W(s) = \frac{k}{T_{01}s + 1}$ , параметры которого определяются согласно таблице 1 в зависимости от номера варианта.

2. Запишите вещественную и мнимую части АФЧХ:  $Q(w_k)$ ,  $P(w_k)$ .

3. Постройте график  $Q(w_k) = f(P(w_k))$  / Для этого задайте количество точек  $k = 1..1000$ , частоты:  $w_0 = 0.0000001$ ,  $w_k = 1.02 \cdot w_{k-1}$ .

4. Выполните пункты 2.1-2.3 для линейного звена с передаточной

функцией  $W(s) = \frac{k}{s \cdot (T_{01}s + 1)}$ . Значения коэффициентов  $k, T_{01}$  возьмите из таблицы 1 в соответствии с номером варианта.

5. Выполните пункты 2.1-2.3 для линейного звена с передаточной функцией  $W(s) = \frac{k}{(T_{01}s + 1)(T_{02}s + 1)}$ . Значения коэффициентов  $k, T_{01}, T_{02}$  возьмите из таблицы 1 в соответствии с номером варианта.

6. Выполните пункты 2.1-2.3 для линейного звена с передаточной функцией  $W(s) = \frac{k}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1}$ . Заметим, что взаимосвязь параметров  $T, \xi$  с коэффициентом  $k$  и постоянными времени  $T_{01}, T_{02}$  показана в методических указаниях по проведению эксперимента и задана формулами:  $T = 0,316\sqrt{T_{01}T_{02}}$ ;  $\xi = 0,158\sqrt{\frac{T_{02}}{T_{01}}}$ . Значения коэффициентов  $k, T_{01}, T_{02}$  возьмите из таблицы 1 в соответствии с номером варианта.

7. Выполните пункты 2.1-2.3 для линейного звена с передаточной функцией  $W(s) = \frac{k \cdot e^{-p \cdot T}}{(T_{01}s + 1)(T_{02}s + 1)}$ . Значения коэффициентов  $k, T_{01}, T_{02}$  возьмите из таблицы 1 в соответствии с номером варианта:

Пример программного модуля выполнения раздела 3.3.

2. Построение АФЧХ T := 0.4

$$W1(p) := \frac{K}{T1 \cdot p + 1}$$

$$W2(p) := \frac{K}{(T1 \cdot p + 1) \cdot (T2 \cdot p + 1)}$$

$$W3(p) := \frac{K \cdot e^{-p \cdot T}}{(T1 \cdot p + 1) \cdot (T2 \cdot p + 1)}$$

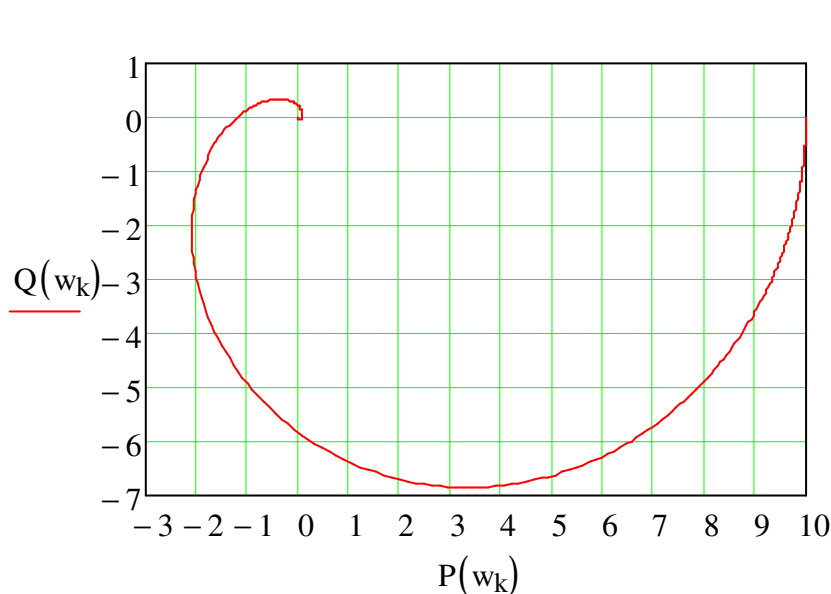
$$Q(w) := \text{Im}(W3(j \cdot w))$$

$$P(w) := \text{Re}(W3(i \cdot w))$$

$$P(w) \rightarrow -1.1850971957698645664$$

$$Q(w) \rightarrow 0.02156920180342208411$$

$$k := 1..1000 \quad w_0 := 0.0000001 \quad w_k := 1.02 \cdot w_{k-1}$$



$w_k =$
$1.02 \cdot 10^{-7}$
$1.04 \cdot 10^{-7}$
$1.061 \cdot 10^{-7}$
$1.082 \cdot 10^{-7}$
$1.104 \cdot 10^{-7}$
$1.126 \cdot 10^{-7}$
$1.149 \cdot 10^{-7}$
$1.172 \cdot 10^{-7}$
$1.195 \cdot 10^{-7}$
$1.219 \cdot 10^{-7}$
$1.243 \cdot 10^{-7}$
$1.268 \cdot 10^{-7}$
$1.294 \cdot 10^{-7}$
$1.319 \cdot 10^{-7}$
$1.346 \cdot 10^{-7}$
...

### 3.4. Построение АЧХ, ЛАХ, ФЧХ

1. Задайте в качестве ОУ типовое аperiodическое звено первого порядка с передаточной функцией  $W(s) = \frac{k}{T_{01}s + 1}$ , параметры которого определяются согласно таблице 1 в зависимости от номера варианта.

2. Запишите АЧХ  $A(w) = |W(j \cdot w)|$ , ЛАХ  $L(w) = 20 \cdot \log(A(w))$ , ФЧХ  $f(w) = \frac{180}{\pi} \cdot \arg(W(j \cdot w))$ .

3. Постройте графики АЧХ, ЛАХ, ФЧХ.

4. Выполните пункты 2.1-2.3 для линейного звена с передаточной функцией  $W(s) = \frac{k}{s \cdot (T_{01}s + 1)}$ . Значения коэффициентов  $k, T_{01}$  возьмите из таблицы 1 в соответствии с номером варианта.

5. Выполните пункты 2.1-2.3 для линейного звена с передаточной функцией  $W(s) = \frac{k}{(T_{01}s + 1)(T_{02}s + 1)}$ . Значения коэффициентов  $k, T_{01}, T_{02}$  возьмите из таблицы 1 в соответствии с номером варианта.

6. Выполните пункты 2.1-2.3 для линейного звена с передаточной функцией  $W(s) = \frac{k}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1}$ . Заметим, что взаимосвязь параметров  $T, \xi$  с коэффициентом  $k$  и постоянными времени  $T_{01}, T_{02}$  показана в методических



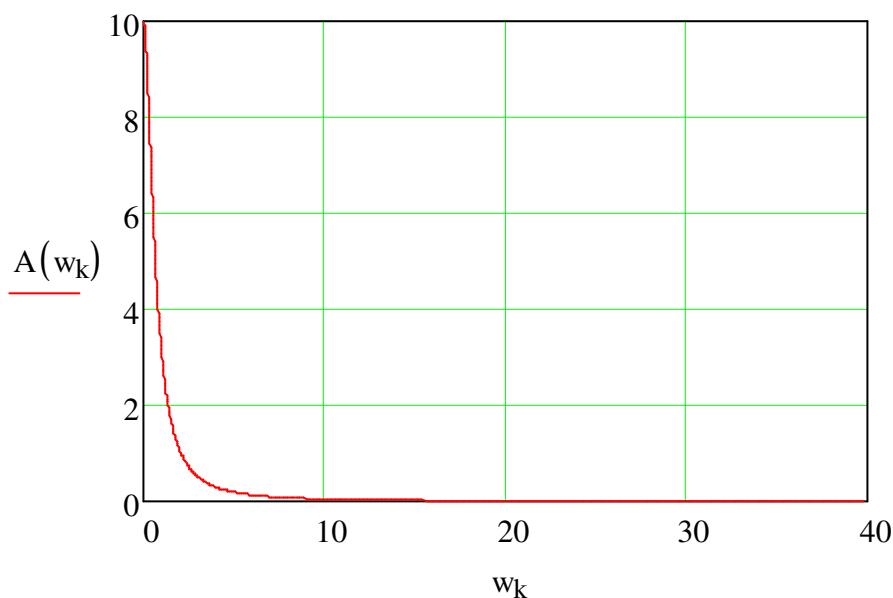
указаниях по проведению эксперимента и задана формулами:  
 $T = 0,316\sqrt{T_{01}T_{02}}; \quad \xi = 0,158\sqrt{\frac{T_{02}}{T_{01}}}$ . Значения коэффициентов  $k, T_{01}, T_{02}$  возьмите из таблицы 1 в соответствии с номером варианта.

7. Выполните пункты 2.1-2.3 для линейного звена с передаточной функцией  $W(s) = \frac{k \cdot e^{-p \cdot T}}{(T_{01}s + 1)(T_{02}s + 1)}$ . Значения коэффициентов  $k, T_{01}, T_{02}$  возьмите из таблицы 1 в соответствии с номером варианта:

Пример программного модуля выполнения раздела 3.3.

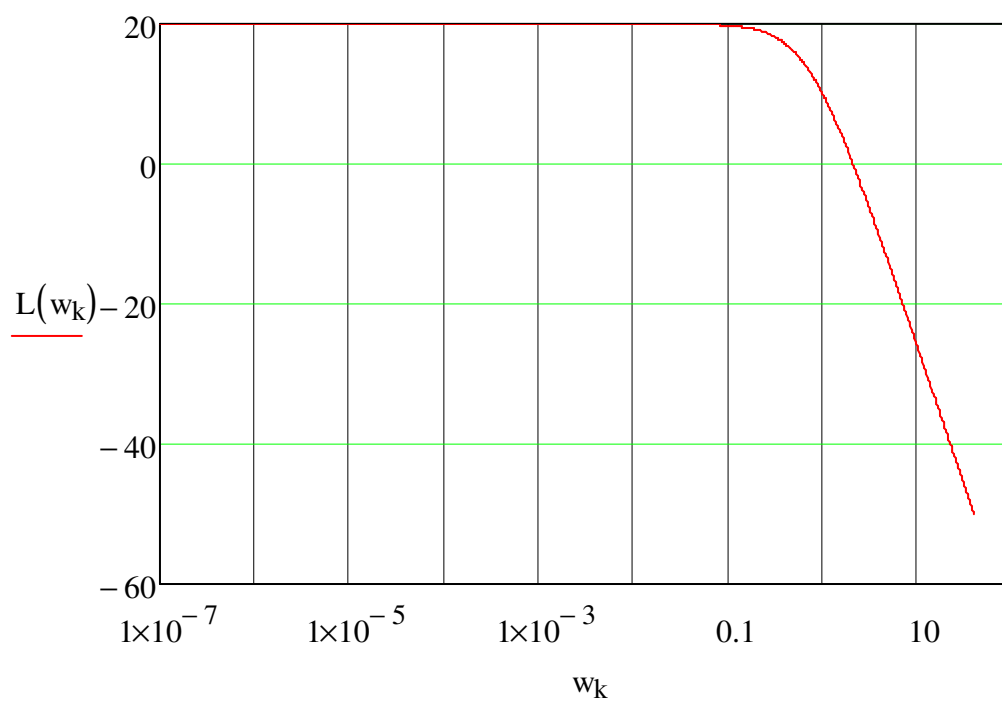
### 3. Построение АЧХ, ЛАХ, ФЧХ

$$A(w) := |W3(i \cdot w)|$$



Ось X в логарифмическом масштабе

$$L(w) := 20 \cdot \log(A(w))$$



$$f(w) := \arg(W3(i \cdot w)) \cdot \frac{180}{\pi}$$

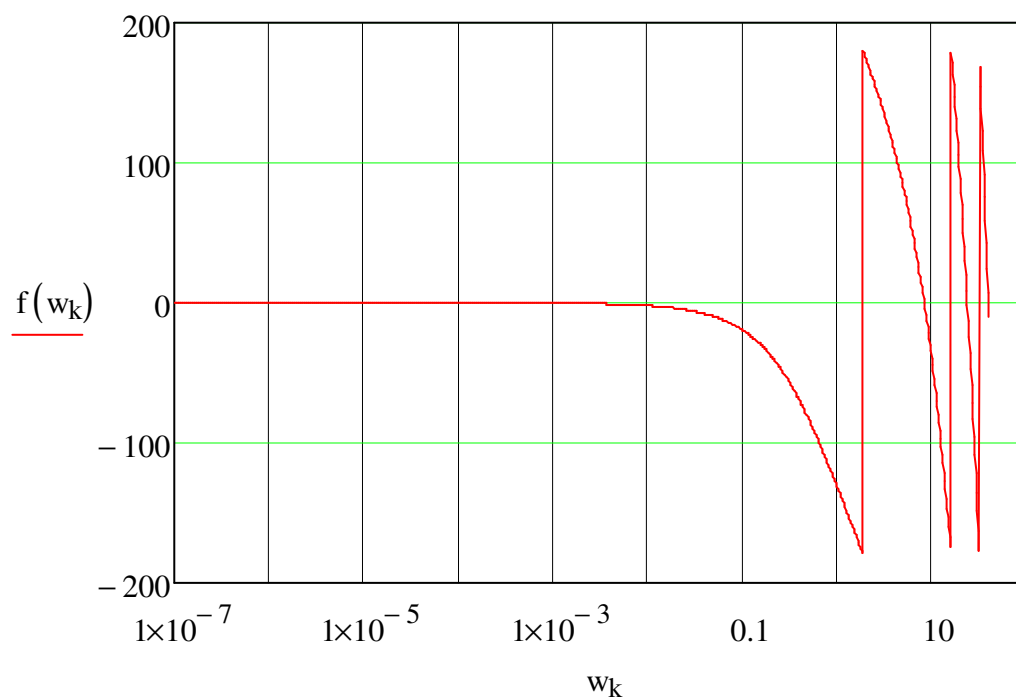


Таблица 1 – задание по вариантам

Вариант	$k$	$T_{01}$	$T_{02}$
1	1	0,5	0,01
2	2	0,25	0,5
3	3	0,1	0,25

Вариант	$k$	$T_{01}$	$T_{02}$
4	1	0,25	0,2
5	1	0,25	1
6	2	0,05	0,25
7	4	0,05	0,25
8	4	0,5	0,1
9	2	0,5	0,25
10	3	1	0,5
11	3	0,5	0,05
12	1.5	0,25	0,2
13	2	0,75	0,01
14	5	0,45	0,1
15	3	0,9	0,05
16	2.5	0,36	0,67
17	1.5	0,34	0,52
18	4	0,8	0,2
19	4.5	0,7	0,12
20	3.5	0,3	0,95
21	5	0,1	0,6
22	4	0,8	0,3
23	1	0,65	0,5
24	2	0,45	0,55
25	4	0,72	0,35

#### 4. Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе формируется как листинг из Mactcad выполнения указанных пунктов в порядке исследования с добавлением от руки выводов по работе, формулируемых на основе графиков и числовых данных полученных входе исследований.

#### 5. Контрольные вопросы

1. Назовите частотные характеристики динамических систем.
2. Поясните смысл построения частотных характеристик в логарифмическом масштабе.
3. Что такое сопрягающая частота и частота среза?
4. Каким диапазоном частот можно ограничиться при построении частотных характеристик?
5. Напишите аналитические выражения частотных характеристик типовых звеньев и начертите графики соответствующих частотных характеристик.
6. Каковы правила построения ЛАЧХ динамической системы, состоящей из последовательно включенных типовых звеньев?

7. В чем отличие частотных характеристик статических и астатических систем?

8. Как связаны между собой ЛАЧХ и ЛФЧХ минимально-фазовой системы?

9. Какие существуют способы экспериментального определения частотных характеристик?

#### **Библиографический список**

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория автоматического регулирования. - М.: Наука, 1975. - 767 с.

2. Дьяконов В.П. Mathcad 11/12/13 в математике: справочник / В.П. Дьяконов. – М.: Горячая линия-Телеком, 2007. – 958с.

3. Макаров Н.Н., Феофилов С.В. Применение пакета MachCAD в анализе и синтезе систем автоматического управления. Уч. пособие. – Тула, Изд-во ТулГУ, 2006. – 170 с.

4. Капалин В.И. Шаповалова Н.Е. Линейные системы управления в системе компьютерной математики Mathcad. Уч. пособие. – М. Изд-во Перо, 2013. – 132 с.