# Растяжение-сжатие составной колонны

## Пример

Для стальной колонны, сжатой силой и погонной нагрузкой (Рис. 1.1*а*) при исходных данных, приведенных ниже, требуется:

1. Определить количество расчетных участков;
2. Составить аналитические выражения для нормальных сил , нормальных напряжений и вычислить их значения для каждого из участков с учетом погонной нагрузки.
3. Построить эпюры и .
4. Вычислить перемещение верхнего конца колонны от действия силы и погонной нагрузки.

Исходные данные: ; модуль упругости стали ; площади сечений .

Решение

1.*Определение количества участков.* Так как нормальная сила зависит от величин внешних сил, в данном случае включающих в себя погонную нагрузку, то границами участков следует назначать те сечения, в которых приложены внешние сосредоточенные силы, изменяется погонная нагрузка и где происходит скачкообразное изменение площади поперечного сечения.

Исходя из вышесказанного, колонна будет иметь три участка:

1 участок − от 0 до сечения *В* (где приложена сила );

2 участок − от сечения *В* до сечения *С*;

3 участок − от сечения *С* до сечения *D*.

Следует заметить, что при определении нормальных напряжений используются те же участки.

2.*Составить аналитические выражения для нормальных сил , нормальных напряжений* . *и вычислить их значения для каждого из участков*.

Для этого воспользуемся методом сечений.

1 участок (0 − *В*) .



Рис. 1.1

Проведя сечение 1−1 на расстоянии *z*1 от начала координат (точка 0), рассмотрим равновесие верхней части. При этом к рассматриваемой части прикладываются нормальная сила , заменяющая действие отброшенной нижней части бруса на верхнюю рассматриваемую (Рис. 1.1*б*). Составив уравнение равновесия рассматриваемой верхней части колонны по оси , получим:

Тогда выражение для нормальной силы будет иметь вид:

а для нормальных напряжений :

Так как, и линейно зависят от , то для построения их графиков (эпюр) достаточно определить значения этих величин на границах участка, т.е.

при ;

при

Знаки минус при и указывают на то, что принятое направление для этих величин не совпадает с действительным, т. к. в принятой схеме продольная сила не растягивает, а сжимает первый участок.

 – это сила, с которой второй участок колонны действует на первый участок в месте их стыка. По третьему закону Ньютона первый участок действует на второй участок с противоположной силой .

2 участок (*В* − *С*) .

Аналогично предыдущему проводим сечение 2−2 на расстоянии (Рис. 1.1*в*). Для верхней части второго участка составляем уравнение равновесия .

В это уравнение войдут: действие первого участка ; сосредоточенная сила , а также сила .

Тогда уравнение равновесия примет вид:

отсюда

.

Учитывая постоянство площади поперечного сечения на втором участке, выражение для нормального напряжения может быть записано таким образом:

В граничных сечениях второго участка:

.

На втором участке внутренняя сила и нормальное напряжение постоянны.

3 участок (*С* − *D*) .

Составив уравнение равновесия (Рис. 1.1, *г*) для верхней части третьего участка бруса, получим:

откуда

.

Выражение для напряжения:

Вычислим значения ординат и в граничных сечениях третьего участка:

при

при

3. *Построение эпюр*  *и .* По причине линейной зависимости нормальной силы и напряжений от координаты для построения их эпюр достаточно значений ив граничных сечениях каждого из участков (Рис. 1.1*д*, *е*). Необходимым условием правильности построения этих графиков является выполнение следующих требований:

− скачок в эпюре должен находиться в точке приложения сосредоточенного усилия и быть равным по величине значению этой силы;

− скачки в эпюре должны совпадать с точками приложения внешней силы и изменения площади поперечного сечения колонны.

После анализа полученных эпюр (Рис. 1.1*д*, *е*) можно убедиться, что построения выполнены правильно.

*4. Вычисление перемещения верхнего конца колонны от действия всех сил.* Полное перемещение согласно закону Гука может быть вычислено по формуле

В данном случае это выражение принимает следующий вид:

Так как величины определенных интегралов равны площадям, очерченным соответствующими подынтегральными функциями, то для вычисления перемещений достаточно вычислить площади эпюры на каждом из этих участков и разделить их на . Следовательно,

## Варианты заданий

Исходные данные: , модуль упругости стали ; площади сечений .

Нумерация участков снизу вверх (Рис. 1.2).

*q*

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*2P*

*P*

*P*

**1**

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*P*

*3P*

*2P*

**2**

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*2P*

*P*

*2P*

**3**

*q*

*2q*

*q*

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*2P*

*P*

*P*

**4**

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*P*

*3P*

*2P*

**5**

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*2P*

*P*

*2P*

**6**

*q*

*2q*

*q*

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*2P*

*P*

*P*

**7**

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*P*

*3P*

*2P*

**8**

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*2P*

*P*

*2P*

**9**

*q*

*2q*

*q*

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*2P*

*P*

*P*

**10**

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*P*

*3P*

*2P*

**11**

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*2P*

*P*

*2P*

**12**

*q*

*2 q*

*q*

*q*

*2 q*

*q*

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*3P*

*P*

*P*

**13**

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*P*

*3P*

*2P*

**14**

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*2P*

*3P*

*2P*

**15**

*q*

*2 q*

*q*

*2q*

*2 q*

*q*

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*P*

*P*

*P*

**16**

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*P*

*3P*

*2P*

**17**

*0.25a*

*0.25a*

*0.25a*

*2P*

*2P*

*2P*

**18**

*2q*

*2 q*

*q*

*q*

*2 q*

Рис. .