# Равновесие жесткого бруса

## Пример

Абсолютно жесткий брус *АЕ* (Рис. 2.1*а*), имеющий одну шарнирно неподвижную опору *С* и прикрепленный в точках *В, Д* и *Е* тремя тягами, нагружен переменной по величине силой . Площадь поперечного сечения тяг , модуль упругости и предел текучести материала тяг *Е*= 2⋅105МПа, = 240 МПа.

 ***Требуется*:**

1. Найти усилия в тягах, реакцию опоры *С* и угловое смещение (поворот бруса вокруг точки *С*) как функции от величины силы .

2. Определить в процессе увеличения нагрузки такую ее величину, при которой напряжение в одной из тяг достигает предела текучести.

Дано: = 2⋅10−4 м2; = 1⋅10−4 м2; = 2⋅10−4 м2; *a* = 2 м; *b* = 1 м; *c* = 1 м; *d* = 2 м; .



Рис. .

***Решение***

1.*Найти усилия в тягах, реакции в опоре С и угловое смещение* (*поворот бруса вокруг т. С*), *как функции от величины силы .*

Для определения величин усилий в тягах в зависимости от применим метод сечений. Сделаем сечения по всем тягам и креплениям опоры и приложим в местах сечений усилия , возникающие в тягах, и усилия и , как реакции опор. Рассмотрим равновесие оставшейся части, нагруженной продольными усилиями в тягах реакциями опоры *С* (и ) и силой (Рис. 2.1*б*). Считаем положительными -растягивающие силы в тягах; внешние по отношению к брусу направленные вверх силы; внешние моменты сил против часовой стрелки. Составив уравнения равновесия статики для оставшейся части, получим:

|  |  |
| --- | --- |
| 1) | (2.1) |
| 2)  | (2.2) |
| 3)  | (.) |

Из уравнений равновесия видно, что система дважды статически неопределима, т.к. два уравнения равновесия (2.2) и (2.3) содержат в своем составе четыре неизвестных. Поэтому для решения задачи необходимо составить два дополнительных уравнения совместности деформаций, раскрывающих статическую неопределимость системы.

Для составления дополнительных уравнений рассмотрим деформированное состояние бруса (Рис. 2.1*в*), имея в виду, что брус абсолютно жесткий и поэтому после деформации тяг останется прямолинейным.

Эти дополнительные уравнения совместности деформаций получим из подобия треугольников *ВСВ*1~*DCD*1 и *BCB*1~*ECE*1:

Замечание. Если при повороте бруса длина тяги уменьшается, то в уравнениях совместности соответствующее удлинение необходимо брать со знаком «минус». Например, при повороте, противоположном Рис. 2.1б, уравнения совместности запишутся как . В данном примере запись не влияет на результат. Это важно для случаев, когда некоторые тяги растягиваются, а некоторые сжимаются.

Решая уравнения совместности, получим:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.4) |
|  | (.) |

Выразив деформации тяг по формуле определения абсолютного удлинения:

и подставив эти значения в уравнения (2.4) и (2.5), получим:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.6) |
|  | (.) |

Подставив найденные значения и в уравнение (2.3) определяем величину :

Зная , из уравнений (2.6) и (2.7), находим и :

Опорную реакцию определяем из уравнения (2.2), подставив найденные значения :

После определения величин усилий в тягах и реакции необходимо проверить правильность их вычисления. Для этого составим уравнение равновесия статики :

Следовательно, и определены правильно.

Угловое смещение бруса (угол ), ввиду его малости, находим как тангенс угла наклона бруса *АЕ*:

2.*Определить в процессе увеличения нагрузки такую ее величину, при которой напряжение в одной из тяг достигнет предела текучести.*

Для вычисления величины , при которой напряжение в одной из тяг достигнет предела текучести , определим нормальные напряжения, возникающие в тягах, учитывая то, что тяги работают на растяжение:

Полученные величины напряжений показывают, что в тяге 3 напряжение достигнет предела текучести раньше, чем в тягах 1 и 2, так как . Поэтому, приравняв напряжение пределу текучести , определим величину , при которой нормальное напряжение в тяге 3 достигнет предела текучести :

откуда

## Варианты заданий

= 2⋅10−4 м2; = 1⋅10−4 м2; = 2⋅10−4 м2; *a* =AB= 2 м; *b* =BC= 1 м; *c* = CD= 1 м; *d* = DE= 2 м; *l*1 = 1 м; *l*2 = 1 м; *l*3 = 1,2 м, .

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*P*

*A1, l1*

*A2, l2*

*A3, l3*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*