Индивидуальное домашнее задание по теории вероятностей для НФИбд-01-17.

1. Найдите вероятность того, что произведение двух последних цифр номера автомобиля:
   а) Равно n; больше n; меньше n;
   б) Заключено в промежутке $[n_1; n_2]$.
2. В наборе n_1 шаров белого цвета, n_2 шаров синего и n_3 шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают m шаров. Найдите вероятности событий (смотри вариант).
3. Из колоды в 52 карты наугад (без возвращения) извлекаются четыре. Найти вероятность указанных в варианте событий.
4. В четырехугольник с вершинами в точках $(a_1; b_1), (a_2; b_2)$, $(a_3; b_3)$ и $(a_4; b_4)$ в соответствии с принципом геометрической вероятности бросается точка. Обозначим через ξ и η координаты этой точки. Вычислите вероятность того, что квадратное уравнение $x^2 + 2(\xi - c)x + d\eta + f = 0$ не будет иметь действительные корни.
5. Из двух урн, в каждой из которых находятся n шаров с написанных на них числами от 1 до n, наудачу извлекается по одному шару. Событие A—сумма чисел, написанных на выбранных шарах, делится на m; событие B—произведение этих чисел больше κ, событие C - сумма чисел, написанных на выбранных шарах, больше l. Найти $P(A|B), P(B|A), P(A|C), P(C|A), P(B|C), P(C|B)$, Проверить, есть ли пары независимых событий и являются ли события A, B и C независимыми в совокупности?
6. Система надежности состоит из 7 элементов и имеет заданную структурную схему. События A_i, $i=1,\ldots,7$, — отказы элементов за заданный промежуток времени.
   а) Выразите через события A_i события A и $\bar{A}$, где A — отказ всей системы за заданный промежуток времени.
   б) Считая, что события A_i независимы в совокупности и имеют вероятности $\mathrm{P}(\mathrm{A}_i) = p_i,\ i = \overline{1,7}$, вычислите вероятность события A.
7. В первой урне находятся n_1 белых и m_1 черных шаров, во второй урне—n_2 белых и m_2 черных шаров. Сначала из первой урны во вторую перекладывается наугад κ шаров, затем такое же число шаров так же наугад перекладывается из второй урны в первую.
   а) Определите вероятность того, что после вскрытия первой урны в ней будет столько же черных шаров, сколько было до проведения опыта.
   б) После вскрытия первой урны оказалось, что в ней столько же белых шаров, сколько было до проведения опыта. Вычислите вероятность того, что при этом условии из первой урны во вторую переложили l черных шаров.
8. Вероятность попадания в цель при любом из n выстрелов равна p. Найдите вероятность того, что произойдет:
   а) Ровно m попаданий.
   б) Не более m попаданий.
   в) От m_1 до m_2 попаданий.
9. Вероятность того, что изделие окажется бракованным, равна p. Определите вероятность того, что среди n изготовленных изделий бракованными окажутся:
   а) Ровно m изделий.
   б) По крайней мере m изделий.
   в) Не более k изделий
10. Вероятность распада атома радиоактивного элемента за заданное время равна p. Найдите вероятность того, что за это же время из n атомов распадутся:
   а) Ровно m атомов.
   б) От m_1 до m_2 атомов.
   в) Не менее k атомов.
11. Из урны, в которой находится n_1 шаров белого цвета, n_2—черного и n_3—синего, наудачу извлекается $m=m_1+m_2+m_3$ шаров. Вычислить вероятность того, что среди них будет m_1 белых шаров, m_2—черных и m_3—синих, если выбор производится:
   а) С возвращением.
   б) Без возвращения.
12. Вероятность правильной передачи символа по каналу связи равна p, причем известно, что каждый символ искажается независимо от остальных. Случайная величина ξ– число правильно переданных символов в сообщении из n символов. Найдите:
   а) Ряд распределения случайной величины ξ.
   б) Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.
   в) Найдите ряд распределения случайных величин η и μ
13. В наборе n_1 шаров белого цвета, n_2 шаров синего и n_3 шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают m шаров. Случайная величина ξ – число вынутых белых шаров

(**варианты 1-10 ИДЗ**), синего цвета (**варианты 11-20 ИДЗ**), красного цвета (**варианты 21-30 ИДЗ**). Найдите:

а) Ряд распределения случайной величины ξ.

б) Вероятность попадания случайной величины ξ в интервалы $(x_1; x_2)$, $[x_1; x_2)$; $(x_1; x_2]$, $[x_1; x_2]$.

в) Найдите ряд распределения случайных величин η и μ

14. В условиях задачи **4** найдите:

а) Значение функции распределения случайной величины μ – расстояния от начала координат до упавшей в четырехугольник точки, в точках a_1, a_2, a_3.

б) Вероятность попадания случайной величины μ в интервал $(x_1,\ x_2]$.

15. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность распределения $p(x)$. Найдите:

а) Константу A

б) Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.

в) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\eta = a(\xi + b)^3 + c$.

г) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\mu = a(\xi - b)^2 + c$

16. Случайная величина $\xi \sim N(m, \sigma)$.

а) Найдите вероятность попадания случайной величины ξ на интервал $(a_1; a_2)$

б) Задана новая случайная величина $\eta = e^{a\xi + b}$ Найдите вероятность попадания случайной величины η в интервал $(x_1,\ x_2)$.

17. В урне n_1 белых шаров, n_2 – черных и n_3 – синих. Наудачу извлекается m шаров (без возвращения). Обозначим через ξ число вынутых белых шаров, а через η – синих.
Найдите:

а) Совместное распределение случайных величин ξ и η (ряд распределения).

б) Ряды распределения случайных величин ξ и η

в) Условные распределения случайной величины ξ при условии η, случайной величины η при условии ξ, проверить случайные величины на независимость

г) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$

д) Ряд распределения новой случайной величины $\mu = f(\xi, \eta)$

е) Ряд распределения новой двумерной дискретной случайной величины $(\mu_1;\ \mu_2)$

18. В четырехугольник с вершинами в точках (a_1, a_2), (b_1, b_2), (c_1, c_2), (d_1, d_2) в соответствии с принципом геометрической вероятности падает частица. Пусть ξ и η – координаты по оси Х и У точки падения частицы.
Найдите:

а) Совместную функцию распределения $F_{\xi\eta}(x, y)$ случайной величины $(\xi; \eta)$ и совместную плотность распределения случайной величины $(\xi; \eta)$.

б) Одномерные плотности и функции распределения случайных величин ξ и η.

в) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η , и случайной величины η при условии ξ. Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми

г) Значение функции распределения случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z

19. Совместная плотность распределения случайных величин ξ и η задана формулой

$$p_{\xi\eta}(x,y)=C(ax^{\alpha}+by^{\beta}),\quad (x,y)\in D,$$

где область D ограничена прямыми $x = d,\ y = f$ и кривой $y = gx^{\gamma}$. Найдите:

а) Постоянную C.

б) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$

в) Одномерные плотности и функции распределения случайных величин ξ и η.

г) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η и случайной величины η при условии ξ. Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми

д) Вычислите вероятность попадания вектора (ξ, η) в треугольник с вершинами в точках $(z_1; z_2), (u_1; u_2), (v_1; v_2)$. (**Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо**)

е) Значение функции распределения $F_\mu(z)$ новой случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z. (**Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо**)

20. Случайные величины ξ и η – независимы и известны их плотности распределения $p_\xi(x)$ и $p_\eta(y)$. Случайная величина $\mu = \xi + \eta$. Найдите плотность распределения случайной величины μ .

Распределение баллов (40 баллов)

Задача 1 (1 балл)		Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6
0,5	0,5	1 балл	1 балл	5 баллов	2 балла	2 балла

Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10	Задача 11
2 балла	1,5 балла	1,5 балла	1,5 балла	1,5 балла

Задача 12 (1,5 балла)			Задача 13 (1,5 балла)			Задача 14 (2 балла)		Задача 15 (3 балла)			
0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	0,5	0,5	1	1

Задача 16 (1 балл)		Задача 17 (3 балла)					
0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

Задача 18 (2 балла)				Задача 19 (4,5 балла)						Задача 20
0,6	0,4	0,4	0,6	1	0,5	1	1	0,5	0,5	1,5 балла

	№ задачи	Данные
24	1.	$n = 27;\ n_1 = 25;\ n_2 = 28.$
	2.	$n_1 = 4, n_2 = 3, n_3 = 2, m = 5$. Событие А={красных шаров достали меньше, чем синих}, событие В=={достали не менее трех синих шаров}
	3.	Событие А={хотя бы один черный валет}, событие В=={хотя бы один черный валет и дама той же масти}
	4.	$(a_1; b_1) = (3; 0);\ (a_2; b_2) = (0; 3);\ (a_3; b_3) = (2; 6);\ (a_4; b_4) = (4; 2)$ $c = 2;\ d = 1;\ f = -1.$
	5.	$n = 9;\ m = 8;\ k = 22;\ l = 12.$
	6.	$p_1 = 0{,}1, p_2 = 0{,}1, p_3 = 0{,}3, p_4 = 0{,}3, p_5 = 0{,}2, p_6 = p_7 = 0{,}2.$
	7.	$n_1 = 5, m_1 = 3, n_2 = 3, m_2 = 3, k = 5, l = 3.$
	8.	$n = 8, p = 0{,}85, m = 2, m_1 = 3, m_2 = 9.$
	9.	$p = 0{,}003;\ n = 500;\ m = 4;\ k = 3.$
	10.	$p = 0{,}085;\ n = 2000;\ m = 160;\ m_1 = 140;\ m_2 = 180; k = 150.$
	11.	$n_1 = 4, n_2 = 5, n_3 = 4;\ m_1 = 4, m_2 = 2, m_3 = 1.$
	12.	$n = 7, \quad p = 0{,}8, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 6.$ $\eta = (2 - \xi)^3 + \xi,\ \mu = \lvert 4\xi^2 - \xi^3 \rvert$
	13.	$n_1 = 4, n_2 = 7, n_3 = 4, m = 7;$ $x_1 = 2, \quad x_2 = 6.$ $\eta = (2 - \xi)^3 + \xi, \quad \mu = \lvert 4\xi^2 - \xi^3 \rvert$
	14.	$a_1 = 2, \quad a_2 = 3, \quad a_3 = 8, \quad x_1 = 4, \quad x_2 = 7.$
	15.	$p_\xi(x) = \begin{cases} A(x^2 + 1), -3 \le x \le 2 \\ 0,\ x < -3, x > 2 \end{cases}$ $a = 2, \quad b = 0, \quad c = -4.$
	16.	$m = 3, \quad \sigma = 4, a_1 = 0, \quad a_2 = 6, \quad a = 5, \quad b = -120, \quad x_1 = 140, \quad x_2 = 350.$
	17.	$n_1 = 4, n_2 = 7, n_3 = 4, m = 7;$ $(x;\ y) = (2; 6), (5; 3), (3; 8);$ $\mu = \lvert \xi - \eta^2 \rvert$ $\mu_1 = 3\xi - 2\eta;\ \mu_2 = \eta + 2\xi$
	18.	$(a_1, a_2) = (-3; -2), (b_1, b_2) = (-3; 3), (c_1, c_2) = (2; 3),$ $(d_1, d_2) = (2; -2),$ $\mu = -2\xi + \eta, z = 3$
	19.	$a = 3, \alpha = 2, b = 2, \beta = 1, d = 9, f = 0, g = 1, \gamma = 0{,}5,$ $(x; y) = (6;\ 2)$ $(z_1, z_2) = (1; 0), (u_1, u_2) = (3; 4), (v_1, v_2) = (6; 0),$ $\mu = 0{,}5\xi^2 + \eta, z = 10$
	20.	$p_\xi(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x,\ 0 \le x \le 2 \\ 0,\ x < 0,\ x > 2 \end{cases}$ и $p_\eta(y) = \begin{cases} \sin y, 0 \le y \le \frac{\pi}{2} \\ 0,\ y < 0,\ y > \frac{\pi}{2} \end{cases}$