

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОТКРЫТЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
РЯЗАНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)

**Высшая математика**  
**Задания для контрольных работ**

Рязань, 2009

Рецензент: кандидат физ.-мат. наук О.В. Чихачева,  
кафедра математического анализа,  
Рязанский государственный университет

Т.А. Асаева, О.В. Тихонова, Е.И. Коняева. Высшая математика. Задания для контрольных работ; Рязанский институт (филиал) Московского государственного открытого университета. – Рязань, 2009. – 40 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов заочного отделения 1, 2, 3 курсов всех специальностей. Данное пособие содержит задания для контрольных работ по всему курсу высшей математики, выполняемых в соответствующей рабочей тетради. Рабочая тетрадь содержит образец решения типовых задач, краткие теоретические сведения, алгоритм решения каждой задачи.

Печатается по решению Ученого совета Рязанского института Московского государственного открытого университета.

© Московский государственный  
открытый университет,  
Рязанский институт (филиал),  
2009

© Т.А. Асаева, О.В.Тихонова, Е.И.  
Коняева, 2009

## **Предисловие.**

Преподавание высшей математики в учебных заведениях имеет целью, во-первых, формирование личности студента, развитие его интеллекта и способностей к логическому и алгоритмическому мышлению, во-вторых, обучение студентов основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования устройств, процессов и явлений при поиске оптимальных решений для осуществления научно-технического прогресса.

В соответствии с учебным планом студенты-заочники изучают дисциплину «Математика» на первом, втором и третьем курсах.

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом, которая состоит из следующих элементов: изучение материала по учебникам, решение задач, самопроверка, выполнение контрольных работ. В помощь заочникам институт организует чтение лекций, практические занятия. В последнее время для проведения этих видов работ разработаны рабочие тетради на печатной основе лекционный курс и контрольные работы. В последнем предлагаются примеры решения типовых задач, а также алгоритмы их решения. Кроме того, студент может обращаться к преподавателю с вопросами для получения консультации.

В процессе изучения курса высшей математики студент должен выполнить ряд контрольных работ, главная цель которых – оказать студенту помощь в его работе.

Во время экзаменационных сессий для студентов – заочников организуются лекции и практические занятия. Они носят по преимуществу обзорный характер. Их цель – обратить внимание на общую схему построения соответствующего раздела курса, подчеркнуть важнейшие места, указать главные практические приложения теоретического материала, привести факты из истории науки. Кроме того, благодаря тетрадям на печатной основе, на этих занятиях теперь большая часть материала

рассматривается более подробно, разбирается решение большего количества различного рода задач.

Все это призвано оказать ТОЛЬКО ПОМОЩЬ студенту в его самостоятельной работе.

Самостоятельность выполнения контрольных работ проверяется на собеседовании с преподавателем, которое предшествует сдаче зачета или экзамена.

На зачетах и экзаменах выясняется прежде всего отчетливое усвоение всех теоретических и практических вопросов программы и умение применять полученные знания к решению практических задач. Определения, теоремы, правила должны формулироваться точно и с пониманием существа дела; решать задачи в простейших случаях надо без ошибок и уверенно; всякая письменная и графическая работа должна быть выполнена аккуратно и четко. Только при выполнении этих условий знания могут быть признаны удовлетворяющими требованиям, предъявляемых программой.

*Желаем успеха!*

## Контрольная работа №1.

### Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.

1-10. Решить систему линейных уравнений: а) по правилу Крамера; б) средствами матричного исчисления; в) методом Гаусса.

$$1. \begin{cases} 5x_2 - x_3 = -7, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 = -10, \\ 2x_1 - x_3 = 8, \\ -2x_1 + 7x_2 + x_3 = -1. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 = 8, \\ 6x_1 - x_2 - x_3 = -16, \\ 2x_1 + x_3 = -2. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 3x_3 = -11, \\ -x_1 + 4x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 = 12. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ -x_1 + 3x_2 + 3x_3 = -3, \\ -x_1 + 10x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases} \quad 6. \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} -2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = -2. \end{cases} \quad 8. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 10, \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 10, \\ 3x_1 - 2x_3 = 10. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} -x_1 - x_2 + 4x_3 = -1, \\ 5x_1 + 7x_2 - x_3 = 28, \\ x_1 - 9x_3 = -6. \end{cases} \quad 10. \begin{cases} -3x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 6, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ -6x_1 + x_2 - x_3 = -1. \end{cases}$$

11. Через фокусы гиперболы  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Известно, что точка  $A(-1; 6)$  лежит на прямой, проходящей через правый фокус. Найти координаты точки пересечения этих прямых.

12. Через фокусы эллипса  $\frac{x^2}{324} + \frac{y^2}{35} = 1$  проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Известно, что точка  $A(7; 10)$  лежит на прямой, проходящей через правый фокус. Найти координаты точки пересечения этих прямых.

13. Через фокусы эллипса  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$  проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Известно, что точка А (3; 2) лежит на прямой, проходящей через правый фокус. Найти координаты точки пересечения этих прямых.

14. Через фокусы гиперболы  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$  проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Известно, что точка А (10; 13) лежит на прямой, проходящей через левый фокус. Найти координаты точки пересечения этих прямых.

15. Через фокус параболы  $y^2 = 20x$  и точку пересечения директрисы с осью Ох проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Известно, что точка А (7; -2) лежит на прямой, проходящей через фокус параболы. Найти координаты точки пересечения этих прямых.

16. Через фокусы гиперболы  $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{225} = 1$  проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Известно, что точка А (10; 7) лежит на прямой, проходящей через правый фокус. Найти координаты точки пересечения этих прямых.

17. Через фокус параболы  $y^2 = 4x$  и точку пересечения директрисы с осью Ох проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Известно, что точка А (3; -2) лежит на прямой, проходящей через фокус параболы. Найти координаты точки пересечения этих прямых.

18. Через фокусы гиперболы  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$  проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Известно, что точка А (-5; -8) лежит на прямой, проходящей через левый фокус. Найти координаты точки пересечения этих прямых.

19. Через фокусы эллипса  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Известно, что точка А (5; -6) лежит на прямой, проходящей через левый фокус. Найти координаты точки пересечения этих прямых.

20. Через фокус параболы  $y^2 = 68x$  и точку пересечения директрисы с осью Ох проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Известно, что точка А (5; 12) лежит на прямой, проходящей через фокус параболы. Найти координаты точки пересечения этих прямых.

21-30. Даны координаты вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ . Найти:

- 1) длину ребра  $A_1A_2$ ;
- 2) косинус угла между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_4$ ;
- 3) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ;
- 4) уравнение грани  $A_1A_2A_3$ ;
- 5) уравнение высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ ;
- 6) объем пирамиды.

Сделать чертеж в декартовой системе координат.

21.  $A_1(3;2;1)$ ,  $A_2(3;5;-1)$ ,  $A_3(4;6;2)$ ,  $A_4(2;7;2)$ .

22.  $A_1(2;-1;8)$ ,  $A_2(3;4;4)$ ,  $A_3(2;-1;2)$ ,  $A_4(4;0;7)$ .

23.  $A_1(-3;7;-5)$ ,  $A_2(-3;4;-4)$ ,  $A_3(1;5;-3)$ ,  $A_4(-4;9;0)$ .

24.  $A_1(6;-1;3)$ ,  $A_2(9;-2;3)$ ,  $A_3(12;-3;5)$ ,  $A_4(9;4;1)$ .

25.  $A_1(3;2;-3)$ ,  $A_2(4;1;-5)$ ,  $A_3(4;6;-6)$ ,  $A_4(13;3;0)$ .

26.  $A_1(0;6;-1)$ ,  $A_2(0;3;0)$ ,  $A_3(-6;7;2)$ ,  $A_4(-3;11;0)$ .

27.  $A_1(2;-3;2)$ ,  $A_2(3;5;1)$ ,  $A_3(5;6;2)$ ,  $A_4(-2;-3;0)$ .

28.  $A_1(-1;5;3)$ ,  $A_2(-1;1;1)$ ,  $A_3(-4;6;2)$ ,  $A_4(-1;-3;7)$ .

29.  $A_1(1;4;-2)$ ,  $A_2(1;-2;0)$ ,  $A_3(2;0;-1)$ ,  $A_4(-1;3;3)$ .

30.  $A_1(-1;5;3)$ ,  $A_2(0;8;3)$ ,  $A_3(-3;-6;8)$ ,  $A_4(1;6;2)$ .

31-40. Задана линия своим уравнением в полярной системе координат  $r = r(\varphi)$ . Требуется построить ее график по точкам, давая  $\varphi$  значения через промежуток  $\frac{\pi}{8}$  от  $\varphi = 0$  до  $\varphi = 2\pi$ , положив  $a = 4$ .

31.  $r = a(\sin 2\varphi - \cos 2\varphi)$ .

32.  $r = -a \sin 2\varphi$ .

33.  $r = a \sin^3 2\varphi$ .

34.  $r = a(1 + \cos 2\varphi)$ .

35.  $r = a \cos^2 2\varphi$ .

36.  $r = a(\cos 2\varphi - \sin 2\varphi)$ .

37.  $r = -a \cos^3 2\varphi$ .

38.  $r = a(\sin 2\varphi + 1)$ .

39.  $r = a(\sin 2\varphi + \cos 2\varphi)$ .

40.  $r = a \sin^2 2\varphi$ .

### Контрольная работа №2.

#### Введение в математический анализ. Элементы высшей алгебры.

41-50. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

41. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - x^3 + 2}{6x^4 - 2x^2 + 3}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 4x}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+5}{x-7} \right)^{3x}$ .

42. а)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - x - 6}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{5x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos x}{x^2}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} (3x^2 + x + 1)^{\frac{1}{x}}$ .

43. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 3x - x^2}{4x^2 + 3x - 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{3x^2 - 11x - 4}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \operatorname{ctg} 3x)$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}} (4x + 2)^{\frac{1}{8x+2}}$ .

44. а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{4 + x}{\sqrt{1-6x-5}}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{x \cdot \operatorname{tg} 4x}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x+3} \right)^{5x-1}$ .



$$45. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 13x + 3}{x^2 + x - 6}; \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+4}}; \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x \cdot \operatorname{tg} 2x};$$

$$\text{ г) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (10x - 4)^{\frac{6x}{2x-1}}.$$

$$46. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}; \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{\sqrt{x+1} - 1}; \quad \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x};$$

$$\text{ г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1 - x^2}{4 - x^2} \right)^{4x^2}.$$

$$47. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^2 - 3}{3x^2 + x + 4}; \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}; \quad \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x^2};$$

$$\text{ г) } \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x + 1)^{\frac{x+1}{x}}.$$

$$48. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x - 4x^3}{1 + x^2 + 8x^3}; \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16} - 4}{2x}; \quad \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \sin 2x};$$

$$\text{ г) } \lim_{x \rightarrow -1} (x^3 + 2)^{\frac{1}{x+1}}.$$

$$49. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 11x + 10}{2 + 5x + 2x^2}; \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 3}{\sqrt{x+8} - 3}; \quad \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x};$$

$$\text{ г) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x^2 + x - 3}{2x^2 - 1} \right)^{x^2 - 3}.$$

$$50. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 7x^2}{3x^2 - 4x + 5}; \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}; \quad \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\sin^2 10x};$$

$$\text{ г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3 + 6x}{x^3 - 1} \right)^{x^2}.$$

51-60. Заданы функция  $y = f(x)$  и два значения аргумента  $x_1$  и  $x_2$ .

Требуется установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента; в случае разрыва найти пределы в точке разрыва слева и справа и сделать схематический чертеж функции вблизи точки разрыва.

$$51. f(x) = e^{\frac{1}{x+1}}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -1.$$

$$52. f(x) = e^{\frac{1}{x-4}}, \quad x_1 = 4, \quad x_2 = -2.$$

$$53. f(x) = e^{\frac{1}{2-x}}, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 7.$$

$$54. f(x) = e^{\frac{1}{x+5}}, \quad x_1 = -3, \quad x_2 = -5.$$

$$55. f(x) = e^{\frac{1}{3-x}}, \quad x_1 = -3, \quad x_2 = 3.$$

$$56. f(x) = e^{\frac{1}{x-6}}, \quad x_1 = -4, \quad x_2 = 6.$$

$$57. f(x) = e^{\frac{1}{8+x}}, \quad x_1 = -8, \quad x_2 = -1.$$

$$58. f(x) = e^{\frac{1}{6-x}}, \quad x_1 = 6, \quad x_2 = 7.$$

$$59. f(x) = e^{\frac{1}{x+2}}, \quad x_1 = -2, \quad x_2 = 0.$$

$$60. f(x) = e^{\frac{1}{x-8}}, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 8.$$

61-70. Функция  $y = f(x)$  задана различными аналитическими выражениями в различных областях изменения независимой переменной. Найти точки разрыва функции, если они существуют, и построить график функции.

$$61. f(x) = \begin{cases} -x, & x < 1, \\ x^2, & 1 \leq x \leq 2, \\ 3x - 2, & x > 2. \end{cases} \quad 62. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, & x < -2, \\ x + 1, & -2 \leq x \leq 0, \\ 1 - x, & x > 0. \end{cases}$$

$$63. f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 0, \\ x^2 - 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1 + x, & x > 1. \end{cases} \quad 64. f(x) = \begin{cases} 1 + 2x, & x < -1, \\ x, & -1 \leq x \leq 1, \\ \frac{2}{x}, & x > 1. \end{cases}$$

$$65. f(x) = \begin{cases} x^2, & x < -1, \\ x + 2, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2x, & x > 1. \end{cases} \quad 66. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < -1, \\ -x, & -1 \leq x \leq 1, \\ -\sqrt{x}, & x > 1. \end{cases}$$

$$67. f(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & x < 0, \\ -x + 2, & 0 \leq x \leq 2, \\ x, & x > 2. \end{cases} \quad 68. f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0, \\ 1 - 2x, & 0 < x < 2, \\ x - 2, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$69. f(x) = \begin{cases} 1 - x, & x < 1, \\ 2x, & 1 \leq x \leq 2, \\ 8 - x^2, & x > 2. \end{cases} \quad 70. f(x) = \begin{cases} x + 1, & x < -1, \\ x^2 - 1, & -1 \leq x \leq 2, \\ 2x, & x > 2. \end{cases}$$

71-80. Представить комплексные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  в показательной форме и вычислить выражения  $\frac{c}{b}$ ,  $\beta = \sqrt[3]{a^2bc}$ . Ответ записать в алгебраической форме.

$$71. a = -2 + 2i, \quad b = \sqrt{3} - i, \quad c = -2 + 2i\sqrt{3}.$$

$$72. a = 1 - i, \quad b = -\sqrt{3} - i, \quad c = 1 + i\sqrt{3}.$$

$$73. a = -6 + 6i, \quad b = -\sqrt{3} - i, \quad c = -6 - 6i\sqrt{3}.$$

$$74. a = 2 - 2i, \quad b = -\sqrt{3} + i, \quad c = 2 - 2i\sqrt{3}.$$

$$75. a = 2 + 2i, \quad b = \sqrt{3} + i, \quad c = -2 - 2i\sqrt{3}.$$

$$76. a = 1 + i, \quad b = \sqrt{3} + i, \quad c = 1 + i\sqrt{3}.$$

$$77. a = -4 - 4i, \quad b = -\sqrt{3} + i, \quad c = -4 + 4i\sqrt{3}.$$

$$78. a = -1 + i, \quad b = \sqrt{3} + i, \quad c = -1 - i\sqrt{3}.$$

$$79. a = 1 - i, \quad b = \sqrt{3} + i, \quad c = 1 + i\sqrt{3}.$$

$$80. a = 8 + 8i, \quad b = \sqrt{3} - i, \quad c = 8 - 8i\sqrt{3}.$$

### Контрольная работа № 3

#### Дифференциальное исчисление функции одной переменной

81-90. Найти производные  $\frac{dy}{dx}$  данных функций.

81. а)  $y = \frac{3x^2}{\sqrt[4]{x^3 - x + 2}}$ ;

б)  $y = \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin x}$ ;

в)  $y = \ln \sqrt[5]{e^{5x} - e^{-5x}}$ ;

г)  $y = x^{5x}$ ;

д)  $y = x \cdot \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{1+x^2}$ ;

е)  $\operatorname{tg} \frac{y}{x} = 5x$ .

82. а)  $y = (1-x^2) \cdot \sqrt[5]{x^3 + 2x}$ ;

б)  $y = \frac{e^{\sin x}}{\cos x}$ ;

в)  $y = \ln \operatorname{tg}^2 \frac{x}{6}$ ;

г)  $y = x^{\frac{1}{x}}$ ;

д)  $y = \arcsin \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$ ;

е)  $y - x + \operatorname{arctg} y = 0$ .

83. а)  $y = (4x^2 - 1) \cdot \sqrt[3]{x^3 - 7}$ ;

б)  $y = \frac{e^{3x}}{3 \sin x}$ ;

в)  $y = \ln \sqrt[4]{\operatorname{tg} \sqrt{x} + 4}$ ;

г)  $y = x^{\ln x}$ ;

д)  $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} + \arcsin x$ ;

е)  $y \sin x = \cos(x - y)$ .

84. а)  $y = \frac{x^6 + x^3 + 2}{\sqrt{1-x^3}}$ ;

б)  $y = -\frac{\cos x}{3 \sin^3 x}$ ;

в)  $y = \ln \sqrt{1 + e^{2x} + e^{4x}}$ ;

г)  $y = x^{-\operatorname{tg} x}$ ;

д)  $y = 4 \arcsin \left( \frac{x}{2} \right) + x \sqrt{4-x^2}$ ;

е)  $\frac{y}{x} = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ .

85. а)  $y = (2x^2 - 1) \cdot \sqrt[3]{1+4x^4}$ ;

б)  $y = \frac{e^{x^3}}{1+x^3}$ ;

в)  $y = \ln \sqrt[3]{3 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1}$ ;

г)  $y = x^{\cos x}$ ;

д)  $y = \sqrt{x} - (1+x) \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x}$ ;

е)  $e^{xy} - x^2 + y^3 = 0$ .

86. а)  $y = \frac{x+7}{\sqrt[4]{x^2+2x+7}}$ ;

б)  $y = \frac{\cos \frac{x}{2}}{4+x^2}$ ;

$$\text{в)} y = \ln(1 + e^{\frac{x}{3}})^3; \quad \text{г)} y = x^{\arcsin x};$$

$$\text{д)} y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}; \quad \text{е)} x - y + x \sin y = 0.$$

$$87. \text{ а)} y = \sqrt{(6 + x^2)^3} \cdot (2x^2 - x + 4); \quad \text{б)} y = \frac{1 + e^{\frac{x}{4}}}{\sin 4x};$$

$$\text{в)} y = \ln \sqrt[6]{\operatorname{ctg} \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right)}; \quad \text{г)} y = x^{\operatorname{arctg} x};$$

$$\text{д)} y = \frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 1) - 2 \operatorname{arctg} e^x; \quad \text{е)} e^{2y} - e^{3x} + \frac{y}{x} = 0.$$

$$88. \text{ а)} y = \frac{4x^3 + 1}{\sqrt[6]{7x^2 - 2x + 3}}; \quad \text{б)} y = \frac{\sin x}{1 + \operatorname{tg} x};$$

$$\text{в)} y = \ln \sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}; \quad \text{г)} y = x^{\sqrt{x}};$$

$$\text{д)} y = x \cdot \arcsin \sqrt{\frac{x}{x+1}} - \sqrt{x} + \operatorname{arctg} \sqrt{x}; \quad \text{е)} e^y + x^2 \cdot e^{-y} = 2x.$$

$$89. \text{ а)} y = \frac{x^6 - 3x^2}{\sqrt[4]{x^2 + 4x + 5}}; \quad \text{б)} y = \frac{e^{x^2}}{1 + x^2};$$

$$\text{в)} y = \ln \sqrt[4]{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} 3x}; \quad \text{г)} y = x^{\arccos x};$$

$$\text{д)} y = \arcsin e^x - \sqrt{1 - e^{2x}}; \quad \text{е)} \ln y = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}.$$

$$90. \text{ а)} y = \frac{x^2 + 7x - 3}{\sqrt{1 - 3x^4}}; \quad \text{б)} y = \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\sin^2 x};$$

$$\text{в)} y = \ln(e^{3x} + e^{6x} + 1)^3; \quad \text{г)} y = x^{x^2};$$

$$\text{д)} y = 3 \arcsin \frac{3}{x+2} + \sqrt{x^2 + 4x - 5}; \quad \text{е)} x - y + e^y \operatorname{arctg} x = 0.$$

91 – 100. Найти вторые производные  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  данных функций.

$$91. \text{ а)} y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}); \quad \text{б)} \begin{cases} x = \ln \frac{1-t}{1+t}; \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

$$92. \text{ а)} y = \frac{x^2 + x}{x-1}; \quad \text{б)} \begin{cases} x = \cos^3 t; \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

93. a) $y = (1 + x^2) \cdot \operatorname{arctg} x;$	б) $\begin{cases} x = \cos t; \\ y = \ln \sin t. \end{cases}$
94. a) $y = \arcsin \sqrt{x};$	б) $\begin{cases} x = \operatorname{ctg}(2e^t); \\ y = \ln \operatorname{tg} e^t. \end{cases}$
95. a) $y = xe^{-x^2};$	б) $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t; \\ y = \ln \frac{\sqrt{1+t^2}}{t+1}. \end{cases}$
96. a) $y = \ln^2(x+1);$	б) $\begin{cases} x = \arccos \frac{1}{t}; \\ y = \sqrt{t^2 - 1} + \arcsin \frac{1}{t}. \end{cases}$
97. a) $y = \frac{\ln x}{x^2};$	б) $\begin{cases} x = \arcsin \sqrt{1-t^2}; \\ y = (\arccos t)^2. \end{cases}$
98. a) $y = e^{2x} \cdot \sin 3x;$	б) $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} \frac{t+1}{t-1}; \\ y = \arcsin \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$
99. a) $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3};$	б) $\begin{cases} x = \ln \operatorname{tg} t; \\ y = \frac{1}{\sin^2 t}. \end{cases}$
100. a) $y = \left( \frac{x-2}{x+1} \right)^2;$	б) $\begin{cases} x = \frac{\cos t}{1+2 \cos t}; \\ y = \frac{\sin t}{1+2 \cos t}. \end{cases}$

101-110. Исследовать функции и построить графики этих функций.

101. a) $y = x^2 + \frac{1}{x^2};$	б) $y = x^2 \cdot e^{-x}.$
------------------------------------	----------------------------

102. a) $y = \frac{x^3}{x^2 - 4};$	б) $y = \ln \left( \frac{9}{x^2 + 2} \right).$
------------------------------------	--

103. a) $y = \frac{x^2}{1-x^2};$	б) $y = (x+1)e^{-x}.$
----------------------------------	-----------------------

$$104. \text{ a) } y = \frac{x}{16 - x^2};$$

$$\text{б) } y = e^{x^2 - 4x + 5}.$$

$$105. \text{ a) } y = 1 - \frac{2x}{x^2 + 1};$$

$$\text{б) } y = \ln(1 - x^2).$$

$$106. \text{ a) } y = \left( \frac{x - 3}{x + 3} \right)^2;$$

$$\text{б) } y = (2 + x^2) \cdot e^{-x^2}.$$

$$107. \text{ a) } y = \frac{1}{x^4 - 1};$$

$$\text{б) } y = \frac{x}{\ln x}.$$

$$108. \text{ a) } y = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x - 1)^2};$$

$$\text{б) } y = \ln(1 + x^2).$$

$$109. \text{ a) } y = \frac{3x - 2}{x^3};$$

$$\text{б) } y = \ln\left(e + \frac{1}{x}\right).$$

$$110. \text{ a) } y = \frac{12x}{9 + x^2};$$

$$\text{б) } y = \frac{e^x}{x}.$$

## Контрольная работа № 4

### Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

111 – 120. Даны функция  $z = f(x, y)$  и две точки  $A(x_0, y_0)$  и  $B(x_1, y_1)$ .

Требуется:

1) вычислить значение  $z_1$  функции в точке  $B$ ;

2) вычислить приближенное значение функции  $\tilde{z}_1$  в точке  $B$ , исходя из значения  $z_0$  в точке  $A$ , заменив приращение функции при переходе от точки  $A$  к точке  $B$  дифференциалом, и оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции ее дифференциалом;

3) составить уравнение касательной плоскости к поверхности  $z = f(x, y)$  в точке  $C(x_0, y_0, z_0)$ .

111.  $z = \operatorname{arctg}(y - x)$ ;  $A(1; 1)$ ;  $B(1,04; 0,8)$ .

112.  $z = \sqrt{4x^2 + e^y}$ ;  $A(1; 0)$ ;  $B(0,95; 0,01)$ .

113.  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $A(3; 4)$ ;  $B(3,1; 3,8)$ .

114.  $z = \frac{x+3y}{y-3x}$ ;  $A(2; 4)$ ;  $B(2,25; 3,8)$ .

115.  $z = \sqrt[3]{2x^2 + y}$ ;  $A(2; 0)$ ;  $B(1,98; 0,03)$ .

116.  $z = \sqrt{5e^x + y^2}$ ;  $A(0; 2)$ ;  $B(0,02; 2,03)$

117.  $z = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$ ;  $A(3; 4)$ ;  $B(3,03; 3,96)$ .

118.  $z = \sqrt{3y^2 - x + 1}$ ;  $A(3; 3)$ ;  $B(2,95; 3,1)$ .

119.  $z = \frac{y}{x^2} + \frac{x}{y^2}$ ;  $A(1; 2)$ ;  $B(0,8; 1,9)$

120.  $z = \sqrt{2x^2 - 3y^2 + 3}$ ;  $A(3; 2)$ ;  $B(2,99; 2,02)$ .

121-130. Найти наименьшее и наибольшее значения функции  $z = f(x, y)$  в замкнутой области  $D$ , заданной системой неравенств. Сделать чертеж.



$$121. z = x^3 + y^3 - 12xy + 40; \quad D: 1 \leq y \leq 9; 1 \leq x \leq 9.$$

$$122. z = 4x^2 + y^2 - 2y; \quad D: x \leq y \leq 1 - x; x \geq 0.$$

$$123. z = \frac{1}{2}x^2 - y^2 - \frac{1}{4}x - y; \quad D: -1 \leq y \leq 1; 0 \leq x \leq 1.$$

$$124. z = 2x^2 + 4y^2 - xy; \quad D: -1 \leq x \leq 1; -1 \leq y \leq 0.$$

$$125. z = x^2 - 5y^2 - 2 + 6xy; \quad D: -1 \leq x \leq 2; -1 \leq y \leq x.$$

$$126. z = x^2 + x + y^2 - \frac{1}{2}y - 1; \quad D: -1 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1 + x.$$

$$127. z = -x^2 - 3y^2 + 1 + x; \quad D: 0 \leq x \leq 1; x - 1 \leq y \leq x.$$

$$128. z = x^3 + y^3 - \frac{3}{2}xy; \quad D: -1 \leq y \leq 2; 0 \leq x \leq 2.$$

$$129. z = 2x^2 + xy - 3; \quad D: x^2 \leq y \leq 4.$$

$$130. z = x^2 + \frac{2}{3}xy - 2; \quad D: 1 \leq y \leq -2x^2 + 3.$$

131-140. Даны функция  $z = f(x, y)$ , точка  $A(x_0, y_0)$  и вектор  $\vec{a}$ . Найти:

1)  $\overrightarrow{\text{grad}} z$  в точке  $A$ ;

2) производную в точке  $A$  по направлению вектора  $\vec{a}$ .

$$131. z = \ln(3x^2 - 6xy + y^2); \quad A(1; 0); \quad \vec{a}(5; 2\sqrt{14}).$$

$$132. z = \text{arctg} \sqrt{xy}; \quad A(1; 4); \quad \vec{a}(4; 2\sqrt{5}).$$

$$133. z = \frac{x^2}{2} + 2y - \ln \frac{x}{y} + 4; \quad A(\sqrt{3}; \frac{1}{5}); \quad \vec{a}(\sqrt{3}; 1).$$

$$134. z = x^4 + x^2y + 2xy^2 + 5y^2; \quad A(2; 0); \quad \vec{a}(1; \sqrt{3}).$$

$$135. z = \sqrt{3x^2 + 5y^2}; \quad A(0; 1); \quad \vec{a}(8; 6).$$

$$136. z = \ln(e^x + e^y); \quad A(\ln 2; \ln 3); \quad \vec{a}(1; 2\sqrt{2}).$$

$$137. z = x^2y^2 + x^2y + xy^2 + xy; \quad A(-2; 1); \quad \vec{a}(\sqrt{5}; 2).$$

$$138. z = \arccos \sqrt{xy}; \quad A(5; \frac{1}{9}); \quad \vec{a}(1; 2).$$

$$139. z = \arcsin(xy); \quad A(\frac{1}{10}; 6); \quad \vec{a}(-3; 4).$$

$$140. z = \text{tg} xy + \frac{x}{y}; \quad A(0; 1); \quad \vec{a}(5; 12).$$

## Контрольная работа № 5

### Неопределенный и определенный интегралы

141-150. Найти неопределенный интеграл. Результат проверить дифференцированием.

141. а)  $\int \frac{2 \operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2} dx;$

б)  $\int (2x+1)e^{-x} dx.$

142. а)  $\int \frac{dx}{x \cdot \cos^2(1+\ln x)};$

б)  $\int (3x-2)e^{5x} dx.$

143. а)  $\int \frac{3^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx;$

б)  $\int (x^4+2) \ln x dx.$

144. а)  $\int \frac{\sin 2x}{3+\sin^2 x} dx;$

б)  $\int (4x+1)e^{\frac{x}{2}} dx.$

145. а)  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^6}};$

б)  $\int (6x+1) \cdot 3^x dx.$

146. а)  $\int \frac{3^x dx}{1+9^x};$

б)  $\int (2x+3) \cos x dx.$

147. а)  $\int x^2 \sin(x^3+1) dx;$

б)  $\int (x+2)^2 \ln(x+2) dx.$

148. а)  $\int \frac{e^x}{e^{2x}+9} dx;$

б)  $\int (x+15) \cdot 5^x dx.$

149. а)  $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx;$

б)  $\int (5x-1) \cdot \sin x dx.$

150. а)  $\int (8 \cos \frac{x}{3} - 5)^2 \sin \frac{x}{3} dx;$

б)  $\int (4x+11) \cdot \sin 2x dx.$

151-160. Найти неопределенные интегралы.

151. а)  $\int \frac{4x^2-3x-1}{(x^2+x+1)(x-3)} dx;$  б)  $\int \frac{dx}{5-4 \sin x+3 \cos x};$

в)  $\int \frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[6]{x}}{x^2(1-\sqrt{x})} dx.$

$$152. \text{ a) } \int \frac{5x^2 + 15x + 7}{(x+2)^2(x-1)} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{\cos x}{1 + \cos x + \sin x} dx;$$

$$\text{B) } \int \frac{\sqrt[6]{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}} dx.$$

$$153. \text{ a) } \int \frac{-2x^3 - x^2 + 2x + 2}{x^3(x+1)} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{\sin x}{4 \cdot (1 + \sin x)^2} dx;$$

$$\text{B) } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2} (1 + \sqrt[3]{x})^3}.$$

$$154. \text{ a) } \int \frac{2x^3 + 5x^2 + 6x + 15}{x^2(x^2 + 2x + 5)} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{\sin^2 x (1 - \cos)};$$

$$\text{B) } \int \frac{\sqrt[6]{x} \cdot dx}{x(\sqrt[12]{x} + \sqrt[4]{x})}.$$

$$155. \text{ a) } \int \frac{2x^2 + 4x - 10}{(x-3)(x^2 + 1)} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{\cos x \, dx}{(1 - \cos x)^3};$$

$$\text{B) } \int \frac{dx}{(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x}) \cdot \sqrt[6]{x}}.$$

$$156. \text{ a) } \int \frac{8x^2 + 11x + 4}{(x+2)(2x^2 + x + 1)} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{(\sin x + 1) dx}{1 + \cos x + \sin x};$$

$$\text{B) } \int \frac{dx}{(2x+1) - \sqrt[6]{(2x+1)^5}}.$$

$$157. \text{ a) } \int \frac{-x^2 + x + 11}{(x+1)(x-2)^2} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{\cos x}{(1 - \sin x)(1 + \cos x)} dx;$$

$$\text{B) } \int \frac{dx}{\sqrt[4]{(x+1)^3} \cdot \sqrt{1 - \sqrt{x+1}}}.$$

$$158. \text{ a) } \int \frac{-x^2 + x + 1}{(x^2 + 2x + 5)(x + 2)} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{\sin^3 x};$$

$$\text{в) } \int \frac{\sqrt{1-2x} - \sqrt[4]{1-2x} dx}{1-2x}.$$

$$159. \text{ a) } \int \frac{-13x - 46}{(x + 3)^2(x - 4)} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{10 + 8\cos x + 6\sin x};$$

$$\text{в) } \int \frac{\sqrt[5]{x^4} - 1}{x(\sqrt[5]{x} - \sqrt[5]{x^3})} dx.$$

$$160. \text{ a) } \int \frac{3x^2 + 13x + 23}{(x - 1)(x^2 + 4x + 8)} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{\cos x}{(1 + \cos x)^2} dx;$$

$$\text{в) } \int \frac{dx}{\sqrt{(x+1)^3} + \sqrt{x+1}}.$$

161-170. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями.

$$161. y = (x - 2)^3; \quad y = 4x - 8.$$

$$162. y = 4 - x^2; \quad y = x^2 - 2x.$$

$$163. y = (x - 1)^2; \quad y^2 = x - 1.$$

$$164. y = x^2 - 6x + 9; \quad 3x - y - 9 = 0.$$

$$165. y = \frac{1}{x^2}; \quad y = x^2; \quad x = \frac{1}{2}; \quad x = 1.$$

$$166. y = 2x^2 + 1; \quad y = x^2 + 10.$$

$$167. y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4; \quad y = -x + 10.$$

$$168. y = 2 - |x|; \quad y = x^2.$$

$$169. y = x^2; \quad y = 2x; \quad y = x.$$

$$170. y = \sin x; \quad y = 2\sin x; \quad x = 0; \quad x = \frac{3\pi}{4}.$$

171-180. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями:

171.  $y = e^{-x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = \pm 1$  вокруг оси  $Ox$ .

172.  $y = \ln x$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $y = 1$  вокруг оси  $Oy$ .

173.  $y = x^3$ ,  $y = 8$ ,  $x = 0$  вокруг оси  $Oy$ .

174.  $y = 2x - x^2$ ,  $y = 0$  вокруг оси  $Ox$ .

175.  $xy = 6$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $y = 0$  вокруг оси  $Ox$ .

176.  $y^2 = 4 - x$ ,  $x = 0$  вокруг оси  $Oy$ .

177.  $y = 2 \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ ,  $y = 0$  вокруг оси  $Ox$ .

178.  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $x = 0$ ,  $y = 4$  вокруг оси  $Oy$ .

179.  $y = \cos x$ ,  $y = 0$ ,  $x = \pm \frac{\pi}{2}$  вокруг оси  $Ox$ .

180.  $y = \arcsin x$ ,  $x = 0$ ,  $y = \frac{\pi}{2}$  вокруг оси  $Oy$ .

181-190. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

181.  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x}$ .

182.  $\int_3^{+\infty} \frac{xdx}{x^2 + 4}$ .

183.  $\int_{-1}^2 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$ .

184.  $\int_1^e \frac{dx}{x \cdot \sqrt{\ln x}}$ .

185.  $\int_{-\infty}^{-2} \frac{dx}{x^2 + 2x + 1}$ .

186.  $\int_0^4 \frac{2x dx}{\sqrt{16 - x^2}}$ .

187.  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}$ .

188.  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos x}}$ .

189.  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$ .

190.  $\int_1^3 \frac{dx}{x^2 - 9}$ .

## Контрольная работа № 6

### Двойные и криволинейные интегралы

191-200. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле.

Область интегрирования изобразить на чертеже.

$$191. \int_0^1 dx \int_{x^2-2}^{-x^2} f(x, y) dy.$$

$$192. \int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy.$$

$$193. \int_{-1}^0 dx \int_{x^2}^{-2x+1} f(x, y) dy.$$

$$194. \int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{-x+2} f(x, y) dy.$$

$$195. \int_0^1 dx \int_{-x}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy.$$

$$196. \int_0^1 dx \int_{x^3}^{2-x} f(x, y) dy.$$

$$197. \int_0^1 dx \int_{x^2}^{e^x} f(x, y) dy.$$

$$198. \int_0^1 dx \int_{\sqrt[3]{x}}^{2-x} f(x, y) dy.$$

$$199. \int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy.$$

$$200. \int_0^3 dx \int_{x-2}^{\sqrt{4-x}} f(x, y) dy.$$

201-210. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$201. x=1, y=x^3, y=-\sqrt{x}, x \geq 0, z=0, z=54x^2y^2+150x^4y^4.$$

$$202. x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}, z=0, z=9x^2y^2+25x^4y^4.$$

$$203. x=1, y=-x^2, y=\sqrt[3]{x}, x \geq 0, z=0, z=44xy+16x^3y^3.$$

$$204. x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}, z=0, z=4xy+16x^3y^3.$$

$$205. x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}, (x \geq 0), z=0, z=12x^2y^2+16x^3y^3.$$

$$206. x=1, y=-x^2, y=\sqrt{x}, (x \geq 0), z=0, z=6xy+24x^3y^3.$$

$$207. x=1, y=-x^2, y=\sqrt{x}, z=0, z=24xy-48x^3y^3.$$

$$208. x=1, y=-x^2, y=\sqrt{x}, z=0, z=9x^2y^2+48x^3y^3.$$

$$209. x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}, z=0, z=36x^2y^2-96x^3y^3.$$

$$210. x=1, y=-x^2, y=\sqrt{x}, z=0, z=12xy+9x^2y^2.$$

211. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{OA} (x^2 + y)dx - (y^2 + x)dy$  вдоль параболы  $y = \frac{x^2}{2}$  от начала координат до точки  $A(2; 2)$ .

212. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (y^2 + 3)dx + (8x + 7y + 6)dy$ , где  $L$  - часть прямой, соединяющей точки  $A(-1; -2)$  и  $B(2; 1)$ .

213. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{OA} \frac{y dx + x^2 dy}{x^2 + y}$  вдоль параболы  $y = 4x^2$  от  $O(1; 4)$  до точки  $A(2; 16)$ .

214. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (2x^2 + 3)dx + (x + 7y + 1)dy$ , где  $L$  - часть прямой, соединяющей точки  $A(-1; 1)$  и  $B(2; -2)$ .

215. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{OA} 2x^3 y dx - x^2 dy$  вдоль параболы  $y = \frac{1}{x}$  от точки  $O(1; 1)$  до точки  $A(2; \frac{1}{2})$ .

216. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (3x^2 y + y)dx + (x - 2y)dy$ , где  $L$  - часть прямой, соединяющей точки  $O(0; 1)$  и  $A(2; -1)$ .

217. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{OA} (x^2 + y)dx + (y^2 + x)dy$  вдоль параболы  $y = \sqrt{x}$  от начала координат до точки  $A(1; 1)$ .

218. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{OA} \frac{y dx + x dy}{x^2 + y^2}$  вдоль прямой, соединяющей точки  $O(1; 1)$  и  $A(2; 2)$ .

219. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{OA} 6x^2 y dx + \frac{10x}{y^2} dy$  вдоль кривой  $y = x^3$  от точки  $O(1; 1)$  до точки  $A(2; 8)$ .

220. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{AB} (5x - y + 1)dx - (x^2 + 5)dy$  вдоль прямой, соединяющей точки  $A(0; -3)$  и  $B(2; 1)$ .

221-230. Применяя формулу Грина, вычислить криволинейный интеграл по контуру  $L$  треугольника  $ABC$ .

$$221. \oint_L 2(x^3 + y)dx + (x + y)^2 dy, \text{ если } A(1;1), B(2;2), C(2;0).$$

$$222. \oint_L (3x^2 y + y)dx + (x - 2y^2)dy, \text{ если } A(0;0), B(1;0), C(0;1).$$

$$223. \oint_L (5x^2 - 2xy)dx - (y^2 - 4x)dy, \text{ если } A(1;0), B(1;2), C(2;1).$$

$$224. \oint_L (3xy + y + x)dx + (2yx - y + x)dy, \text{ если } A(0;1), B(2;3), C(2;1).$$

$$225. \oint_L (2x + 3y^2)dx + \left(\frac{x^2}{2} - 4y\right)dy, \text{ если } A(1;-1), B(1;2), C(4;2).$$

$$226. \oint_L (6xy + 4)dx + (4x + 3y + 4)dy, \text{ если } A(0;0), B(0;2), C(4;0).$$

$$227. \oint_L (-yx^2 + 4y)dx + \left(3y^2 - 6xy - \frac{x^3}{3}\right)dy, \text{ если } A(-2;2), B(1;2), C(1;-1).$$

$$228. \oint_L (6x^2 - 20)dx + (x^2 y + 2x + y)dy, \text{ если } A(1;2), B(2;1), C(2;4).$$

$$229. \oint_L (x + y + 2)dx + (x^2 + 7y^2 + 6)dy, \text{ если } A(0;0), B(2;0), C(0;4).$$

$$230. \oint_L -x^2 y dx + xy dy, \text{ если } A(1;-2), B(4;-5), C(4;-2).$$

### Контрольная работа №7.

#### Дифференциальные уравнения

231-240. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

$$231. y'y\sqrt{1-x^2} + \sqrt{5+y^2} = 0.$$

$$232. yx^2 dy - 3xy^2 dx = 6x dx - y dy.$$

$$233. y' + \sqrt{\frac{1+y^2}{1-x^2}} = 0.$$

$$234. \sqrt{3+y^2} dx - y dy = x^2 y dy.$$

$$235. y'x + y \ln y + y = 0.$$

$$236. (e^{3x} + 5)dy + ye^{3x} dx = 0.$$

$$237. 4x^2 y dy + 4y dy + \sqrt{y^2 + 5} dx = 0.$$

$$238. \sqrt{9-y^2} dx - y dy = x^2 y dy.$$

$$239. 8x dx - 8y dy = 2x^2 y dy - 4xy^2 dx.$$

$$240. yy' + e^{2x} yy' = e^{2x}.$$



241-250. Решить уравнение.

$$241. y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2.$$

$$242. y' = \frac{x+y}{x-y}.$$

$$243. xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

$$244. x^2 + x^2 y' = xy y'.$$

$$245. y - xy' = y \ln \left( \frac{x}{y} \right).$$

$$246. xy' + y = x - yy'.$$

$$247. ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0.$$

$$248. y = x(y' - \sqrt[3]{e^y}).$$

$$249. xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y.$$

$$250. y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}.$$

251-260. Решить уравнение.

$$251. y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}.$$

$$252. y' - y \operatorname{ctg} x = 2 \sin x.$$

$$253. y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x.$$

$$254. y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}.$$

$$255. y' - \frac{2}{x+1} y = (x+1)^3.$$

$$256. y' + \frac{x}{2(1-x^2)} y = \frac{x}{2}.$$

$$257. y' - \frac{y}{x+1} = e^x(x+1).$$

$$258. y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x.$$

$$259. y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x.$$

$$260. xy' - y = x^2 \cos x.$$

261-270. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

$$261. y'' = x^2 \ln x, \quad y'(1) = 0, \quad y(1) = \frac{1}{9}.$$

$$262. y'' = e^{2x} - 2x^3 + \frac{1}{x}, \quad y'(1) = \frac{e^2}{2}, \quad y(1) = \frac{e^2}{4}.$$

$$263. y'' = x \sin x, \quad y'(0) = -2, \quad y(0) = -1.$$

$$264. y'' = \frac{1}{1+x^2}, \quad y'(0) = 1, \quad y(0) = -3.$$

$$265. y'' = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}, \quad y'(0) = 2, \quad y(0) = -1.$$

$$266. y'' = xe^x, \quad y'(0) = 1, \quad y(0) = -1.$$

$$267. y'' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad y'(0) = 3, \quad y(0) = -2.$$

$$268. y'' = x \cos 2x, \quad y'(0) = 1, \quad y(0) = 5.$$

$$269. y'' = \sin^3 x, \quad y'(0) = \frac{1}{3}, \quad y(0) = 4.$$

$$270. y'' = \sin^4 x, \quad y'(0) = 2, \quad y(0) = 0.$$

271-280. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$271. \text{ а) } y'' - \frac{y'}{x-1} = x(x-1); \quad \text{ б) } y'' \cdot \operatorname{tg} y = 2(y')^2.$$

$$272. \text{ а) } x^3 \cdot y'' + x^2 \cdot y' = 1; \quad \text{ б) } 3y \cdot y'' + (y')^2 = 0.$$

$$273. \text{ а) } y'' - 2y' \cdot \operatorname{tg} x = \sin x; \quad \text{ б) } y'' \cdot (2y+3) - 2(y')^2 = 0.$$

$$274. \text{ а) } x \cdot y'' + 2y' = x^3; \quad \text{ б) } y''(1+y) = (y')^2 + y'.$$

$$275. \text{ а) } y'' - \frac{2}{x} \cdot y' = 2x^3; \quad \text{ б) } (1+y) \cdot y'' - 5(y')^2 = 0.$$

$$276. \text{ а) } x \cdot y'' - y' = e^x \cdot x^2; \quad \text{ б) } y'' = y'(1+(y')^2).$$

$$277. \text{ а) } y'' + \frac{1}{x} \cdot y' = x^2; \quad \text{ б) } y \cdot y'' - (y')^2 = 0.$$

$$278. \text{ а) } y'' + y' \cdot \operatorname{tg} x = \sin 2x; \quad \text{ б) } y \cdot y'' = (y')^2 - (y')^3.$$

$$279. \text{ а) } (x+1)y'' = y' - 1; \quad \text{ б) } 2y \cdot y'' + (y')^2 + (y')^4 = 0.$$

$$280. \text{ а) } y'' \cdot \operatorname{tg} x - y' - 1 = 0; \quad \text{ б) } y'' + 2y \cdot (y')^3 = 0.$$

281-290. Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка, удовлетворяющего заданным начальным условиям.

$$281. y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 39x + 65, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -4.$$

$$282. y'' + 16y = 5 \sin x + 30 \cos x, \quad y(0) = \frac{1}{8}, \quad y'(0) = -\frac{5}{3}.$$

$$283. y'' - 12y' + 36y = 32 \cos 2x + 24 \sin 2x, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = -8.$$

$$284. y'' - 2y' + 10y = 10xe^{2x}, \quad y(0) = \frac{1}{5}, \quad y'(0) = -2.$$

$$285. \quad y'' + y' - 2y = e^x(6x - 4), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 8.$$

$$286. \quad y'' - 3y' = 9x^2 + 12x - 12, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = -1.$$

$$287. \quad y'' + y = 6\cos x, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -1.$$

$$288. \quad y'' - 4y = 10e^x \cos x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 3.$$

$$289. \quad y'' - 2y' + y = 4e^x, \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = 1.$$

$$290. \quad y'' - 3y' + 2y = 2x^3 + x^2 - 30, \quad y(0) = -4, \quad y'(0) = 5.$$

291-300. Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих начальным условиям.

$$291. \quad \begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = 2x + 3y, \end{cases} \quad x(0) = -1, \quad y(0) = -4.$$

$$292. \quad \begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = -5x - y, \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$$

$$293. \quad \begin{cases} x' = x + y, \\ y' = -5x - y, \end{cases} \quad x(0) = -2, \quad y(0) = 4.$$

$$294. \quad \begin{cases} x' = 8x - 3y, \\ y' = 2x + y, \end{cases} \quad x(0) = 4, \quad y(0) = -2.$$

$$295. \quad \begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = -x + 2y, \end{cases} \quad x(0) = 5, \quad y(0) = -2.$$

$$296. \quad \begin{cases} x' = -x + y, \\ y' = -16x + 7y, \end{cases} \quad x(0) = -3, \quad y(0) = -8.$$

$$297. \quad \begin{cases} x' = 7x + 3y, \\ y' = x + 5y, \end{cases} \quad x(0) = -4, \quad y(0) = 0.$$

$$298. \quad \begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = -4x - y, \end{cases} \quad x(0) = 4, \quad y(0) = 0.$$

$$299. \quad \begin{cases} x' = 2x + 3y, \\ y' = 5x + 4y, \end{cases} \quad x(0) = 4, \quad y(0) = 4.$$

$$300. \quad \begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 2y, \end{cases} \quad x(0) = 6, \quad y(0) = -2.$$

## Контрольная работа №8.

### Ряды

301-310. Исследовать сходимость числового ряда.

301. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin \frac{\pi}{2^n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{3n-1} \right)^{2n-1}$ .

302. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{2^n (2n)!}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{2n-1} \right)^{3n+1}$ .

303. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{2n+1} \right)^{5n+2}$ .

304. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{2n}}{(2n-1)!}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n+2}{2n+3} \right)^{n+1}$ .

305. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} \cdot e^{-n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2} \cdot \frac{1}{3^n}$ .

306. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n \cdot n!}{(3n)!}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{2n-3} \right)^{n^2}$ .

307. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n!}{n^n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{4n+3} \right)^{n^2}$ .

308. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 3^{n+2}}{5^n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{10n+5} \right)^{n^2}$ .

309. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2} \cdot \frac{1}{4^n}$ .

310. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(3n)!}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n^2 + 3n + 1}{2n^2 - 5n + 2} \right)^{2n+1}$ .

311-320. Исследовать сходимость знакопеременного ряда и установить характер сходимости (абсолютная, условная).

311.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(4n+1)^2}$ . 316.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n-1}$ .

312.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 2n + 5}$ . 317.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 - 1}$ .

313. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n^2 + 1}.$$

318. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 4n + 13}.$$

314. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}.$$

319. 
$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 - 4}.$$

315. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 9}.$$

320. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3n + 5)^2}.$$

321-330. Найти интервал сходимости степенного ряда

321. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n + 3) \cdot 4^n} x^n.$$

322. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{(4n + 3)^3} x^n.$$

323. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n + 1)!} x^n.$$

324. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n + 3) \cdot \ln(n + 3)} x^n.$$

325. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n (n + 2)} x^n.$$

326. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(5n + 1)^2} x^n.$$

327. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{5^n \cdot n \cdot \ln n} x^n.$$

328. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{\sqrt{2n + 1}} \right)^{2n-1} x^n.$$

329. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n + 1)\sqrt{n + 1}} x^n.$$

330. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 3}{(n + 1)^2 \cdot 2^{n+1}} x^n.$$

331-340. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Фурье в интервале  $(-\pi; \pi)$ .

331. 
$$f(x) = \pi + 2x.$$

332. 
$$f(x) = 2x - 2.$$

333. 
$$f(x) = x + 3.$$

334. 
$$f(x) = \begin{cases} 4, & -\pi < x < 0, \\ 2, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

335. 
$$f(x) = -x + 2.$$

336. 
$$f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}.$$

337. 
$$f(x) = |2x - 7|.$$

338. 
$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0 \\ x - 1, & 0 \leq x < \pi. \end{cases}$$

339. 
$$f(x) = \frac{x}{2} - 1.$$

340. 
$$f(x) = |2 - x|.$$

## Контрольная работа №9

### Основы теории вероятностей

341. В первой урне 12 белых и 8 черных шаров, во второй 3 белых и 5 черных. Из первой во вторую переложено 2 шара, затем из второй урны извлечен один шар. Определите вероятность того, что выбранный из второй урны шар – белый.
342. В первой урне 17 белых и 3 черных шара, во второй 4 белых и 4 черных. Из первой во вторую переложено 2 шара, затем из второй урны извлечен один шар. Определите вероятность того, что выбранный из второй урны шар – белый.
343. В первой урне 11 белых и 9 черных шаров, во второй 6 белых и 2 черных. Из первой во вторую переложено 2 шара, затем из второй урны извлечен один шар. Определите вероятность того, что выбранный из второй урны шар – белый.
344. В первой урне 9 белых и 11 черных шаров, во второй 3 белых и 5 черных. Из первой во вторую переложено 2 шара, затем из второй урны извлечен один шар. Определите вероятность того, что выбранный из второй урны шар – белый.
345. В первой урне 8 белых и 12 черных шаров, во второй 2 белых и 6 черных. Из первой во вторую переложено 2 шара, затем из второй урны извлечен один шар. Определите вероятность того, что выбранный из второй урны шар – белый.
346. В первой урне 6 белых и 4 черных шара, во второй 1 белых и 7 черных. Из первой во вторую переложено 2 шара, затем из второй урны извлечен один шар. Определите вероятность того, что выбранный из второй урны шар – белый.
347. В первой урне 3 белых и 2 черных шаров, во второй 4 белых и 4 черных. Из первой во вторую переложено 2 шара, затем из второй урны извлечен один шар. Определите вероятность того, что выбранный из второй урны шар – белый.
348. В первой урне 2 белых и 3 черных шаров, во второй 7 белых и 1 черных. Из первой во вторую переложено 2 шара, затем из второй урны извлечен один шар. Определите вероятность того, что выбранный из второй урны шар – белый.
349. В первой урне 7 белых и 3 черных шаров, во второй 1 белый и 3 черных. Из первой во вторую переложено 2 шара, затем из второй

урны извлечен один шар. Определите вероятность того, что выбранный из второй урны шар – белый.

350. В первой урне 12 белых и 4 черных шаров, во второй 2 белых и 10 черных. Из первой во вторую переложено 2 шара, затем из второй урны извлечен один шар. Определите вероятность того, что выбранный из второй урны шар – белый.

351. В цехе имеются 2 станков с ЧПУ и 8 станков без ЧПУ. Вероятность того, что за время выполнения некоторой задачи станок с ЧПУ не выйдет из строя равна 0,7, для станков без ЧПУ – 0,5. Во время выполнения рабочим задания, станок из строя не вышел. Найти вероятность того, что это станок с ЧПУ.

352. В цехе имеются 11 станков с ЧПУ и 9 станков без ЧПУ. Вероятность того, что за время выполнения некоторой задачи станок с ЧПУ не выйдет из строя равна 0,9, для станков без ЧПУ – 0,8. Во время выполнения рабочим задания, станок из строя не вышел. Найти вероятность того, что это станок с ЧПУ.

353. В цехе имеются 3 станков с ЧПУ и 7 станков без ЧПУ. Вероятность того, что за время выполнения некоторой задачи станок с ЧПУ не выйдет из строя равна 0,7, для станков без ЧПУ – 0,6. Во время выполнения рабочим задания, станок из строя не вышел. Найти вероятность того, что это станок с ЧПУ.

354. В цехе имеются 3 станков с ЧПУ и 2 станков без ЧПУ. Вероятность того, что за время выполнения некоторой задачи станок с ЧПУ не выйдет из строя равна 0,8, для станков без ЧПУ – 0,8. Во время выполнения рабочим задания, станок из строя не вышел. Найти вероятность того, что это станок с ЧПУ.

355. В цехе имеются 8 станков с ЧПУ и 2 станков без ЧПУ. Вероятность того, что за время выполнения некоторой задачи станок с ЧПУ не выйдет из строя равна 0,6, для станков без ЧПУ – 0,6. Во время выполнения рабочим задания, станок из строя не вышел. Найти вероятность того, что это станок с ЧПУ.

356. В цехе имеются 18 станков с ЧПУ и 2 станков без ЧПУ. Вероятность того, что за время выполнения некоторой задачи станок с ЧПУ не выйдет из строя равна 0,7, для станков без ЧПУ – 0,7. Во время выполнения рабочим задания, станок из строя не вышел. Найти вероятность того, что это станок с ЧПУ.

357. В цехе имеются 6 станков с ЧПУ и 9 станков без ЧПУ. Вероятность того, что за время выполнения некоторой задачи станок с ЧПУ не выйдет из строя равна 0,5, для станков без ЧПУ – 0,7. Во время выполнения рабочим задания, станок из строя не вышел. Найти вероятность того, что это станок с ЧПУ.
358. В цехе имеются 1 станков с ЧПУ и 9 станков без ЧПУ. Вероятность того, что за время выполнения некоторой задачи станок с ЧПУ не выйдет из строя равна 0,5, для станков без ЧПУ – 0,6. Во время выполнения рабочим задания, станок из строя не вышел. Найти вероятность того, что это станок с ЧПУ.
359. В цехе имеются 5 станков с ЧПУ и 5 станков без ЧПУ. Вероятность того, что за время выполнения некоторой задачи станок с ЧПУ не выйдет из строя равна 0,5, для станков без ЧПУ – 0,6. Во время выполнения рабочим задания, станок из строя не вышел. Найти вероятность того, что это станок с ЧПУ.
360. В цехе имеются 8 станков с ЧПУ и 8 станков без ЧПУ. Вероятность того, что за время выполнения некоторой задачи станок с ЧПУ не выйдет из строя равна 0,8, для станков без ЧПУ – 0,7. Во время выполнения рабочим задания, станок из строя не вышел. Найти вероятность того, что это станок с ЧПУ.
361. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,6. Найти вероятность того, что при 6 выстрелах мишень будет поражена от 0 до 3 раз.
362. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,3. Найти вероятность того, что при 2100 выстрелах мишень будет поражена от 600 до 660 раз.
363. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,5. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена от 43 до 57 раз.
364. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,8. Найти вероятность того, что при 8 выстрелах мишень будет поражена от 5 до 7 раз.
365. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,3. Найти вероятность того, что при 6 выстрелах мишень будет поражена от 3 до 6 раз.



366. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,6. Найти вероятность того, что при 600 выстрелах мишень будет поражена от 345 до 375 раз.

367. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,9. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена от 86 до 94 раз.

368. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,4. Найти вероятность того, что при 6 выстрелах мишень будет поражена от 1 до 4 раз.

369. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,4. Найти вероятность того, что при 600 выстрелах мишень будет поражена ровно 250 раз.

370. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена ровно 86 раз.

371. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения. Найти: а) интегральную функцию распределения, начертить ее график; б) математическое ожидание; в) дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

X	11	15	18	20	24
p	0,1	0,3	0,4	0,15	0,05

372. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения. Найти: а) интегральную функцию распределения, начертить ее график; б) математическое ожидание; в) дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

X	19	23	26	28	32
p	0,1	0,3	0,4	0,15	0,05

373. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения. Найти: а) интегральную функцию распределения, начертить ее график; б) математическое ожидание; в) дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

X	27	31	34	36	40
p	0,1	0,3	0,4	0,15	0,05

374. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения.  
Найти: а) интегральную функцию распределения, начертить ее график;  
б) математическое ожидание;  
в) дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

X	15	19	22	24	28
p	0,1	0,3	0,4	0,15	0,05

375. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения.  
Найти: а) интегральную функцию распределения, начертить ее график;  
б) математическое ожидание;  
в) дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

X	21	25	28	30	34
p	0,1	0,3	0,4	0,15	0,05

376. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения.  
Найти: а) интегральную функцию распределения, начертить ее график;  
б) математическое ожидание;  
в) дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

X	29	33	36	38	42
p	0,1	0,3	0,4	0,15	0,05

377. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения.  
Найти: а) интегральную функцию распределения, начертить ее график;  
б) математическое ожидание;  
в) дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

X	23	27	30	32	36
p	0,1	0,3	0,4	0,15	0,05

378. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения.  
Найти: а) интегральную функцию распределения, начертить ее график;  
б) математическое ожидание;  
в) дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

X	13	17	20	22	26
p	0,1	0,3	0,4	0,15	0,05

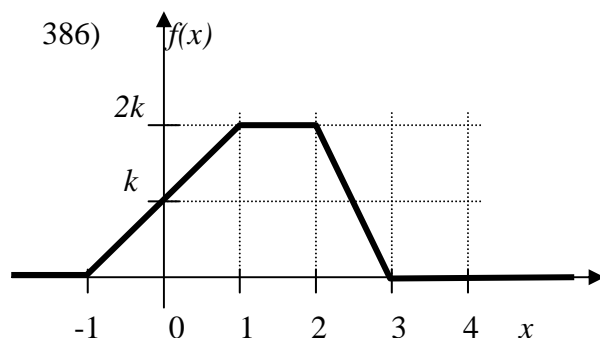
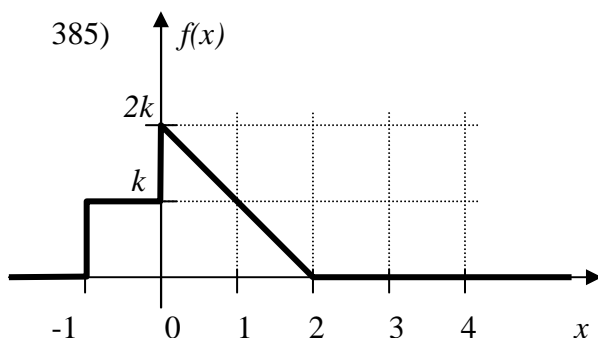
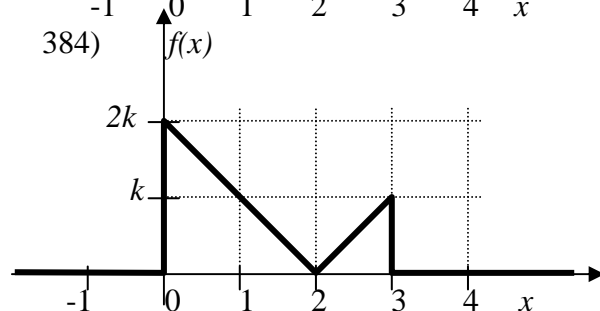
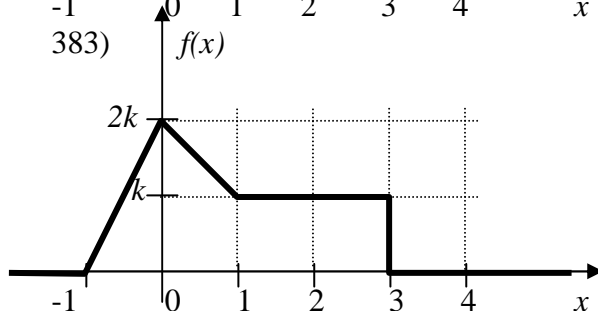
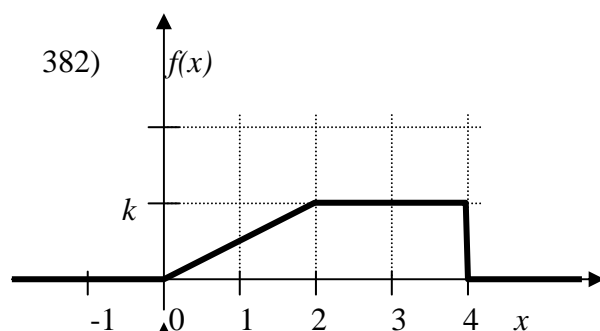
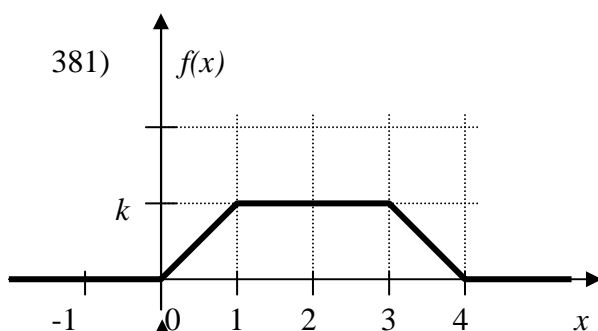
379. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения.  
Найти: а) интегральную функцию распределения, начертить ее график;  
б) математическое ожидание;  
в) дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

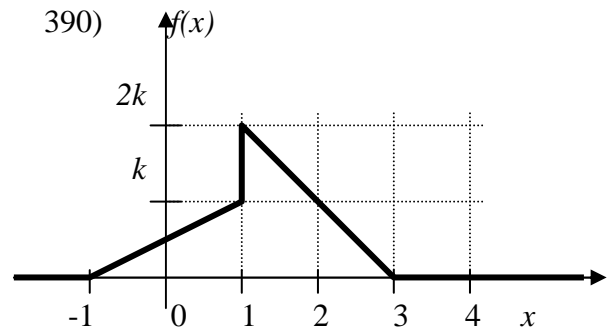
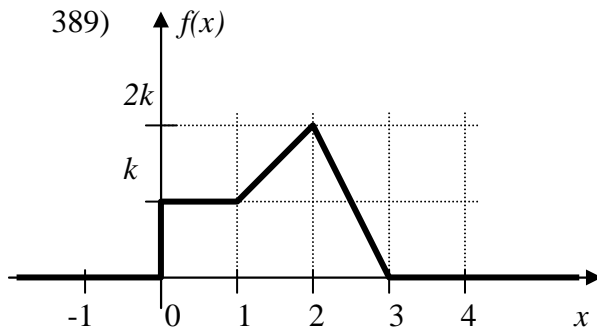
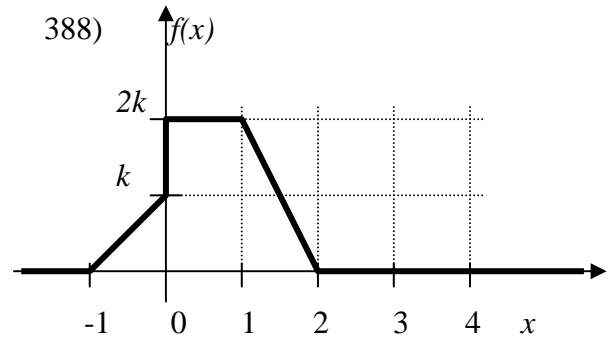
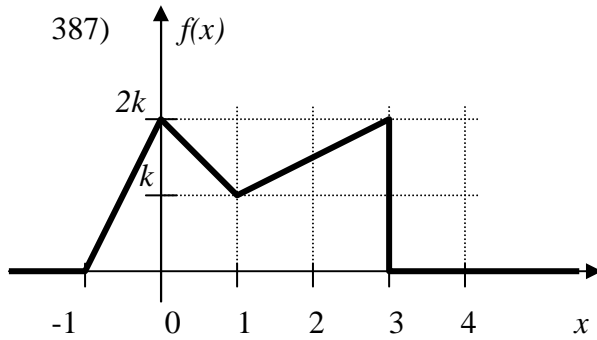
X	25	29	32	34	38
p	0,1	0,3	0,4	0,15	0,05

380. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения. Найти: а) интегральную функцию распределения, начертить ее график; б) математическое ожидание; в) дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

X	17	21	24	26	30
p	0,1	0,3	0,4	0,15	0,05

381-390. Плотность распределения вероятностей случайной величины  $X$  имеет вид, указанный на нижеследующем рисунке. Требуется найти: а) неизвестное число  $k$ , б) функцию распределения случайной величины  $F(x)$  и построить ее график, в) математическое ожидание  $M(x)$ , г) дисперсию  $D(x)$ .





391. Плотность распределения нормально распределенной случайной величины  $X$  имеет вид  $f(x) = \gamma \cdot e^{-2x^2+8x-2}$ . Требуется найти:
- а) неизвестный параметр  $\gamma$ ;
  - б) математическое ожидание  $M(x)$  и дисперсию  $D(x)$ ;
  - в) вероятность выполнения неравенства  $1 < X < 4$ ;
  - г) вероятность выполнения неравенства  $|X - M(X)| \leq 0,1$ .
392. Плотность распределения нормально распределенной случайной величины  $X$  имеет вид:  $f(x) = \gamma \cdot e^{-2x^2+6x-1}$ . Требуется найти:
- а) неизвестный параметр  $\gamma$ ;
  - б) математическое ожидание  $M(x)$  и дисперсию  $D(x)$ ;
  - в) вероятность выполнения неравенства  $2 < X < 5$ ;
  - г) вероятность выполнения неравенства  $|X - M(X)| \leq 0,15$ .
393. Плотность распределения нормально распределенной случайной величины  $X$  имеет вид:  $f(x) = \gamma \cdot e^{-2x^2+4x-3}$ . Требуется найти:
- а) неизвестный параметр  $\gamma$ ;
  - б) математическое ожидание  $M(x)$  и дисперсию  $D(x)$ ;
  - в) вероятность выполнения неравенства  $3 < X < 6$ ;
  - г) вероятность выполнения неравенства  $|X - M(X)| \leq 0,2$ .
394. Плотность распределения нормально распределенной случайной величины  $X$  имеет вид:  $f(x) = \gamma \cdot e^{-2x^2+10x-4}$ . Требуется найти:
- а) неизвестный параметр  $\gamma$ ;
  - б) математическое ожидание  $M(x)$  и дисперсию  $D(x)$ ;
  - в) вероятность выполнения неравенства  $4 < X < 7$ ;

- г) вероятность выполнения неравенства  $|X - M(X)| \leq 0,25$ .
395. Плотность распределения нормально распределенной случайной величины  $X$  имеет вид:  $f(x) = \gamma \cdot e^{-2x^2+12x-5}$ . Требуется найти:
- а) неизвестный параметр  $\gamma$ ;
  - б) математическое ожидание  $M(x)$  и дисперсию  $D(x)$ ;
  - в) вероятность выполнения неравенства  $5 < X < 8$ ;
  - г) вероятность выполнения неравенства  $|X - M(X)| \leq 0,1$ .
396. Плотность распределения нормально распределенной случайной величины  $X$  имеет вид:  $f(x) = \gamma \cdot e^{-x^2+2x+1}$ . Требуется найти:
- а) неизвестный параметр  $\gamma$ ;
  - б) математическое ожидание  $M(x)$  и дисперсию  $D(x)$ ;
  - в) вероятность выполнения неравенства  $1 < X < 2$ ;
  - г) вероятность выполнения неравенства  $|X - M(X)| \leq 0,12$ .
397. Плотность распределения нормально распределенной случайной величины  $X$  имеет вид:  $f(x) = \gamma \cdot e^{-x^2+4x+2}$ . Требуется найти:
- а) неизвестный параметр  $\gamma$ ;
  - б) математическое ожидание  $M(x)$  и дисперсию  $D(x)$ ;
  - в) вероятность выполнения неравенства  $2 < X < 3$ ;
  - г) вероятность выполнения неравенства  $|X - M(X)| \leq 0,35$ .
398. Плотность распределения нормально распределенной случайной величины  $X$  имеет вид:  $f(x) = \gamma \cdot e^{-x^2+6x+3}$ . Требуется найти:
- а) неизвестный параметр  $\gamma$ ;
  - б) математическое ожидание  $M(x)$  и дисперсию  $D(x)$ ;
  - в) вероятность выполнения неравенства  $3 < X < 4$ ;
  - г) вероятность выполнения неравенства  $|X - M(X)| \leq 0,21$
399. Плотность распределения нормально распределенной случайной величины  $X$  имеет вид:  $f(x) = \gamma \cdot e^{-x^2+8x+4}$ . Требуется найти:
- а) неизвестный параметр  $\gamma$ ;
  - б) математическое ожидание  $M(x)$  и дисперсию  $D(x)$ ;
  - в) вероятность выполнения неравенства  $4 < X < 5$ ;
  - г) вероятность выполнения неравенства  $|X - M(X)| \leq 0,31$ .
400. Плотность распределения нормально распределенной случайной величины  $X$  имеет вид:  $f(x) = \gamma \cdot e^{-x^2+10x+5}$ . Требуется найти:
- а) неизвестный параметр  $\gamma$ ;
  - б) математическое ожидание  $M(x)$  и дисперсию  $D(x)$ ;
  - в) вероятность выполнения неравенства  $5 < X < 6$ ;
  - г) вероятность выполнения неравенства  $|X - M(X)| \leq 0,27$ .

## Правила оформления контрольных работ

1. Контрольная работа должна быть выполнена чернилами любого цвета, кроме красного.
2. Титульный лист должен быть оформлен в соответствии с требованиями, предъявляемыми к контрольным работам: должны быть ясно написаны фамилия, имя, отчество студента, учебный номер (шифр), курс и номер группы.
3. В конце работы следует указать список используемой литературы, дату **сдачи работы на проверку** и расписаться.
4. Работа должна включать все задачи строго по положенному варианту. Вариант задания выбирается по последней цифре шифра. Например, студент с шифром 190528 выполняет в первой контрольной работе задачи 18, 28, 38, 58.
5. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, делая необходимые чертежи карандашом, используя чертежные принадлежности.
6. В контрольной работе студент использует чернила и карандаши любого цвета, кроме красного.

## Список литературы

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М, 1984.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. Т. 1. – М, 1985.
3. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. – М, 1975.
4. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть I. – М, 1997.
5. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов. Под ред. Б.П. Демидовича. – М, 1997.
6. Задачник- практикум по аналитической геометрии и высшей алгебре. Под ред. В. А. Волкова. – Л, 1986.
7. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения, -М., 2000.
8. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей, -М., 2004.
9. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика, - М., 1998.
10. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике, - М., 1998.
11. Краснов М.Л., Киселев А.И., и др. Вся высшая математика. Т.5, - М., 2002.
12. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании, - М., 2003.
13. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах/ Ватутин В.А., Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков В.П.- М.: Дрофа, 2003
14. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей, - М., 1982.

Учебное издание

Асаева Татьяна Александровна  
Тихонова Оксана Валентиновна  
Коняева Елена Ивановна

Высшая математика.  
Задания для контрольных работ

ПД № 6–0011 от 13.06.2000. Подписано в печать 4.04.2006. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Бумага типограф. Печать офсетная. Уч.–изд. л..

Тираж 50 экз. Заказ № 34101.

Рязанский институт (филиал) МГОУ  
390000, г. Рязань, ул. Право-Лыбедская, 26/53.