

Задача 2

Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 2.1-2.50, по заданным в табл. 2 параметрам и э. д. с. источника определить токи во всех ветвях цепи и напряжения на отдельных участках. Составить баланс активной и реактивной мощностей. Построить в масштабе на комплексной плоскости векторную диаграмму токов и потенциальную диаграмму напряжений по внешнему контуру. Определить активную мощность, измеряемую ваттметром.

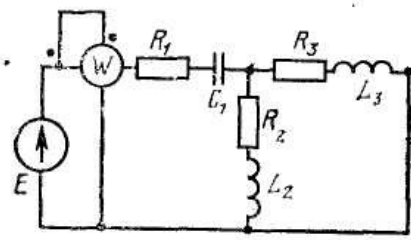


Рис. 2.1

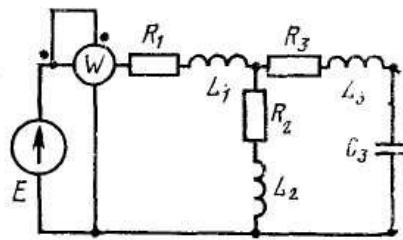


Рис. 2.2

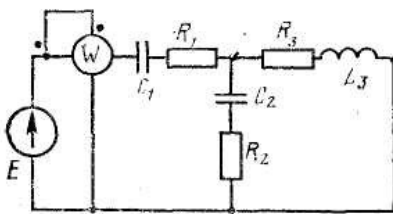


Рис. 2.3

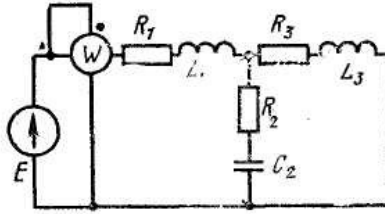


Рис. 2.4

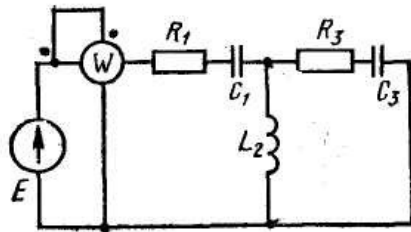


Рис. 2.5

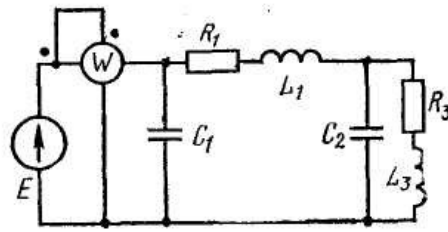


Рис. 2.6

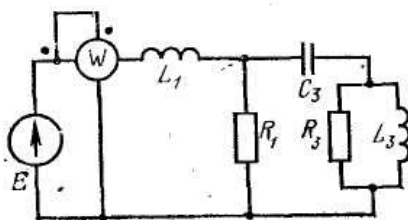


Рис. 2.7

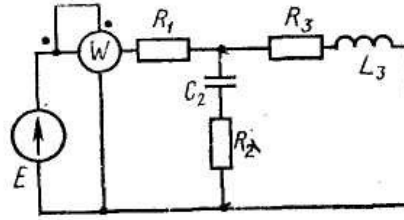


Рис. 2.8

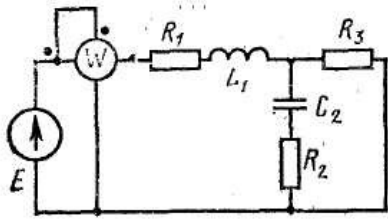


Рис. 2.9

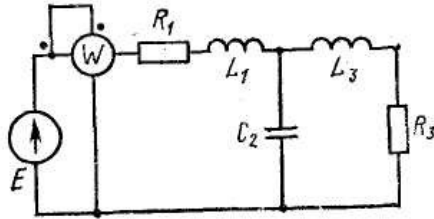


Рис. 2.10

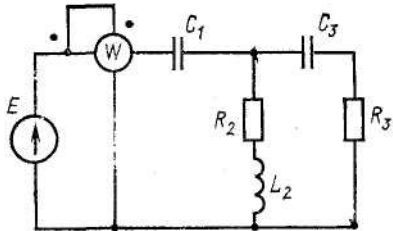


Рис. 2.11

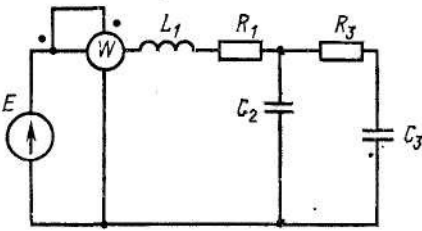


Рис. 2.12

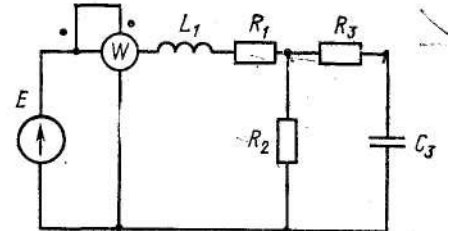


Рис. 2.13

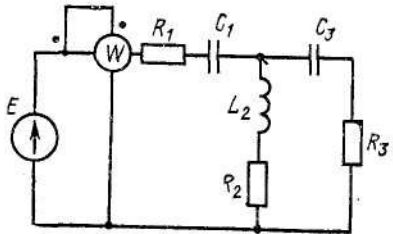


Рис. 2.14

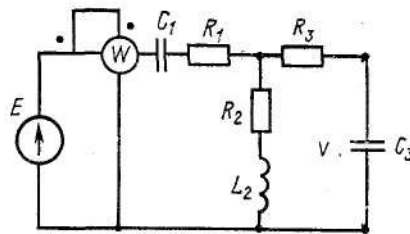


Рис. 2.15

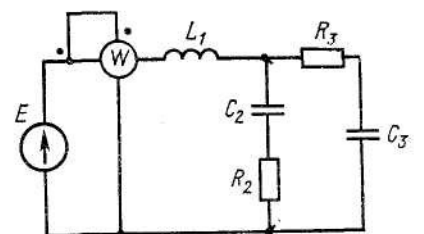


Рис. 2.16

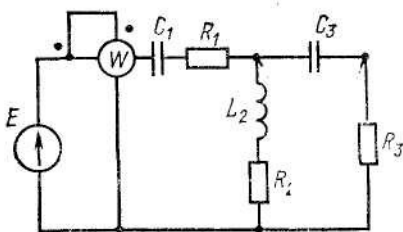


Рис. 2.17

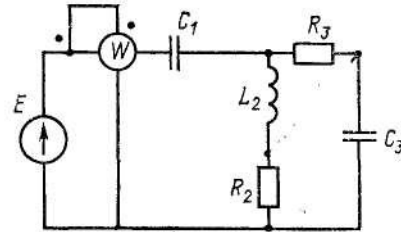


Рис. 2.18

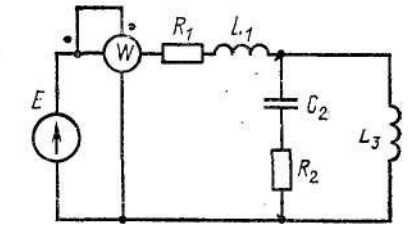


Рис. 2.19

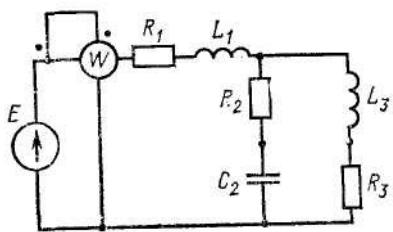


Рис. 2.20

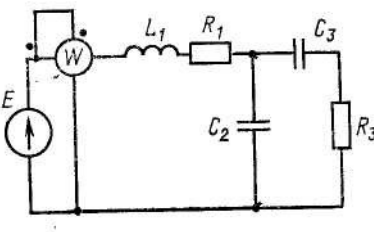


Рис. 2.21

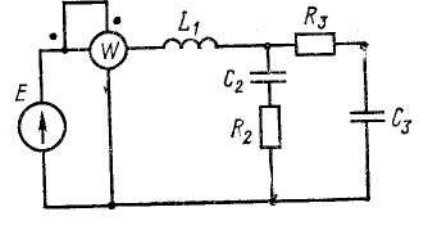


Рис. 2.22

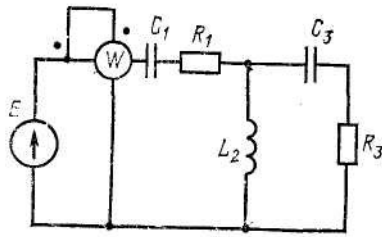


Рис. 2.23

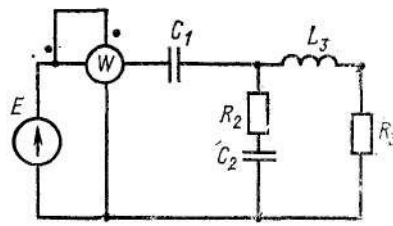


Рис. 2.24

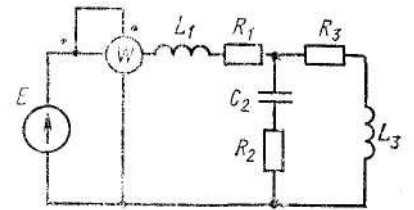


Рис. 2.25

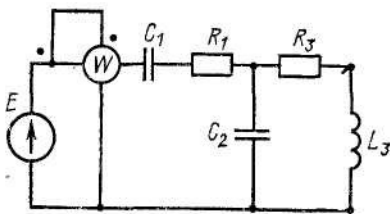


Рис. 2.26

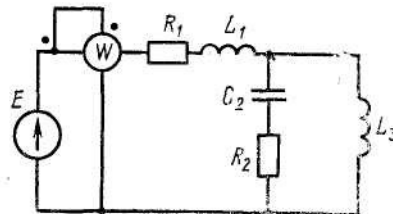


Рис. 2.27

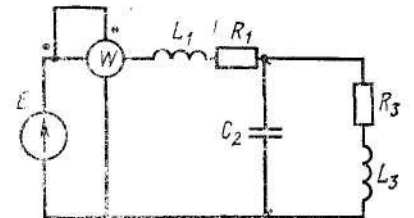


Рис. 2.28

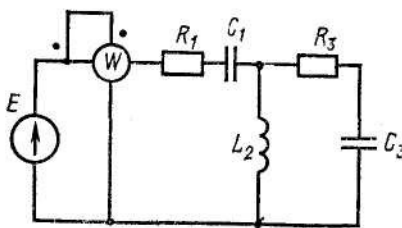


Рис. 2.29

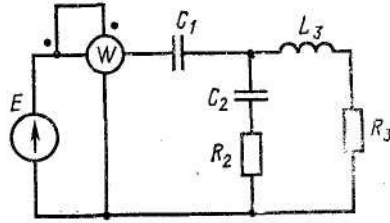


Рис. 2.30

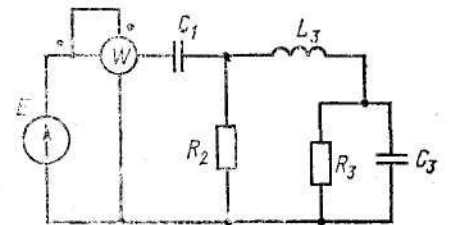
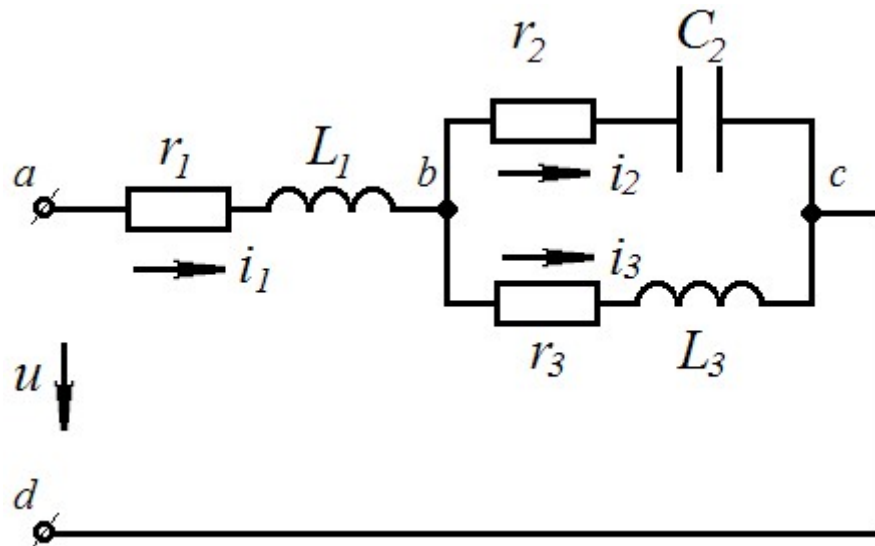


Рис. 2.31

Номера		$E, В$	$f, Гц$	$C_1, мкФ$	$C_2, мкФ$	$C_3, мкФ$	$L_1, мГн$	$L_2, мГн$	$L_3, мГн$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$
варианта	рисунка											
0	2.1	150	50	637	300	-	-	-	15,9	2	3	4
1	2.2	100	50	-	-	100	15,9	9	15,9	8	3	4
2	2.3	120	50	637	-	-	-	15,9	15,9	8	3	4
3	2.4	200	50	-	300	-	15,9	-	15,9	8	3	4
4	2.5	220	50	637	-	100	-	47,7	-	8	-	4
5	2.1	50	50	100	159	-	-	-	115	10	4	100
6	2.6	100	50	100	300	-	15,9	-	115	10	-	100
7	2.7	120	50	-	-	100	15,9	-	115	-	4	100
8	2.8	200	50	-	159	-	-	-	115	10	4	100
9	2.9	220	50	-	318	-	15,9	-	-	10	4	100
10	2.10	50	50	-	637	-	15,9	-	6,37	5	-	8
11	2.11	100	50	637	-	100	-	15,7	-	-	10	8
12	2.12	120	50	-	300	100	31,8	-	-	5	-	8
13	2.13	200	50	-	-	100	31,8	-	-	5	10	8
14	2.14	220	50	637	-	200	-	15,9	-	5	10	8
15	2.15	150	50	100	-	200	-	15,9	-	10	2	10
16	2.16	100	50	-	1600	200	31,8	-	-	-	8	10

17	2.17	120	50	100	-	200	-	15,9	-	10	8	10
18	2.18	200	50	637	-	200	-	31,8	-	-	8	10
19	2.19	220	50	-	1600	-	31,8	-	95	10	8	-
20	2.20	50	50	-	159	-	31,8	-	95	15	10	10
21	2.21	100	50	-	159	200	15,9	-	-	15	-	10
22	2.22	120	50	-	159	200	15,9	-	-	-	10	20
23	2.23	200	50	637	159	200	-	31,8	95	15	10	20
24	2.24	220	50	637	159	-	-	-	95	-	10	20
25	2.25	150	50	-	159	-	25	-	95	6	10	20
26	2.26	100	50	637	159	637	-	-	95	6	-	20
27	2.27	100	50	-	159	-	25	-	95	6	4	-
28	2.28	200	50	-	159	637	25	-	95	6	-	20
29	2.29	220	50	637	-	637	-	9	-	6	-	20
30	2.30	50	50	318	637	-	-	-	31,8	-	10	40

ПРИМЕР. Для схемы, изображенной на рисунке ,



известно, что

$$U = 120 \text{ В}; r_1 = 10 \text{ Ом}; r_2 = 24 \text{ Ом}; r_3 = 15 \text{ Ом}; L_1 = 19,1 \text{ мГн}, \\ L_3 = 63,5 \text{ мГн}; C_2 = 455 \text{ мкФ}, f = 50 \text{ Гц}.$$

Определить токи $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ в ветвях цепи, напряжения на участках цепи $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}$, активную, реактивную и полную мощности и построить векторную диаграмму.

РЕШЕНИЕ. Выражаем сопротивление ветвей в комплексной форме:

$$Z = r \pm jx = ze^{+j} ;$$

$$Z_1 = r_1 + j\omega L_1 = 10 + j2\pi \cdot 50 \cdot 19,1 \cdot 10^{-3} = 10 + j6 \text{ Ом}$$

Переходя от алгебраической записи комплексного числа к показательной, получаем:

$$Z_1 = z_1 e^{j\varphi_1} = 11,6e^{j31^\circ} \text{ Ом}$$

где

$$Z_1 = \sqrt{r_1^2 + (\omega L_1)^2} \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\omega L_1}{r_1}$$

$$Z_2 = r_2 - j \frac{1}{\omega C_2} = 24 - j \frac{10^{-6}}{2\pi \cdot 50 \cdot 455} = 24 - j7 \text{ Ом} = 25e^{-j16^\circ 15'} \text{ Ом}$$

$$Z_3 = r_3 + j\omega L_3 = 15 + j2\pi \cdot 50 \cdot 63,5 \cdot 10^{-3} = 15 + j20 \text{ Ом} = 25e^{j5^\circ 05'} \text{ Ом},$$

Выражаем заданное напряжение U в комплексной форме. Если начальная фаза напряжения не задана, то ее можно принять равной нулю и располагать вектор напряжения совпадающим с положительным и направлением действительной оси. В этом случае мнимая составляющая комплексного числа будет отсутствовать:

$$\dot{U} = U = 120\text{В},$$

Полное комплексное сопротивление цепи

$$\begin{aligned} Z &= Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = 10 + j6 + \frac{(24 - j7)(15 + j20)}{39 + j13} = \\ &= 10 + j6 + \frac{25e^{-j16^\circ 15'} \cdot 25e^{j53^\circ 10'}}{41e^{j18^\circ 25'}} = 24,4 + j10,8 \\ &= 26,7e^{j23^\circ 55'} \text{ Ом} \end{aligned}$$

Определяем ток \dot{I}_1 в неразветвленной части цепи:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{120}{26,7e^{j23^\circ 55'}} = 4,5e^{-j23^\circ 55'} \text{ А}$$

Токи \dot{I}_2 и \dot{I}_3 в параллельных ветвях могут быть выражены через ток в неразветвленной части цепи:

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} = 4,5e^{-j23^\circ 55'} \cdot \frac{15 + j20}{39 + j13} = 2,74e^{-j10^\circ 45'} \text{ А}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} = 4,5e^{-j23^\circ 55'} \cdot \frac{24 - j7}{39 + j13} = 2,74e^{-j58^\circ 35'} \text{ А}$$

Токи \dot{I}_2 и \dot{I}_3 можно найти и по-другому:

$$\dot{U}_{bc} = Z_{bc} \dot{I}_1 = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} \dot{I}_1 = \frac{(24 - j7)(15 + j20)}{39 + j13} \cdot 4,5e^{-j23^\circ 55'} = 68,4e^{-j5^\circ 30'} \text{ В}$$

$$i_2 = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_2} = \frac{68.4e^{-j5^\circ 30'}}{25e^{-j1^\circ 15'}} = 2,74e^{-j10^\circ 45'} \text{ A}$$

$$i_3 = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_3} = \frac{68.4e^{-j5^\circ 30'}}{25e^{j53^\circ 05'}} = 2,74e^{-j58^\circ 35'} \text{ A}$$

Найдем мощности всей цепи и отдельных ее ветвей:

$$\tilde{S} = \dot{U}I = 120 \cdot 4,5e^{j23^\circ 55'} = 540e^{j23^\circ 55'} \text{ ВА}$$

Для определения активной и реактивной мощностей полную мощность, выраженную комплексным числом в показательной форме, переводим в алгебраическую форму. Тогда действительная часть комплекса будет представлять собой активную мощность, а мнимая - реактивную:

$$\tilde{S} = 540\cos 23^\circ 55' + j540\sin 23^\circ 55' = 494 + j218 \text{ ВА.}$$

откуда

$$P = 494 \text{ Вт}; Q = 218 \text{ ВАр.}$$

Активную и реактивную можно найти и по-другому:

$$P = \text{Re}[\dot{U}I_1] = \text{Re}[120 \cdot 4,5e^{j2^\circ 55'}] = 120 \cdot 4,5\cos 23^\circ 55' = 494 \text{ Вт};$$

$$P_1 = r_1 I_1^2 = 10 \cdot 4,5^2 = 202 \text{ Вт}; P_2 = r_2 I_2^2 = 24 \cdot 2,74^2 = 180 \text{ Вт};$$

$$P_3 = r_3 I_3^2 = 15 \cdot 2,74^2 = 112 \text{ Вт}$$

Проверка показывает, что $P = P_1 + P_2 + P_3$.

$$Q = \text{Im}[\dot{U}I_1] = \text{Im}[120 \cdot 4,5e^{j2^\circ 55'}] = 120 \cdot 4,5\sin 23^\circ 55' = 218 \text{ ВАр};$$

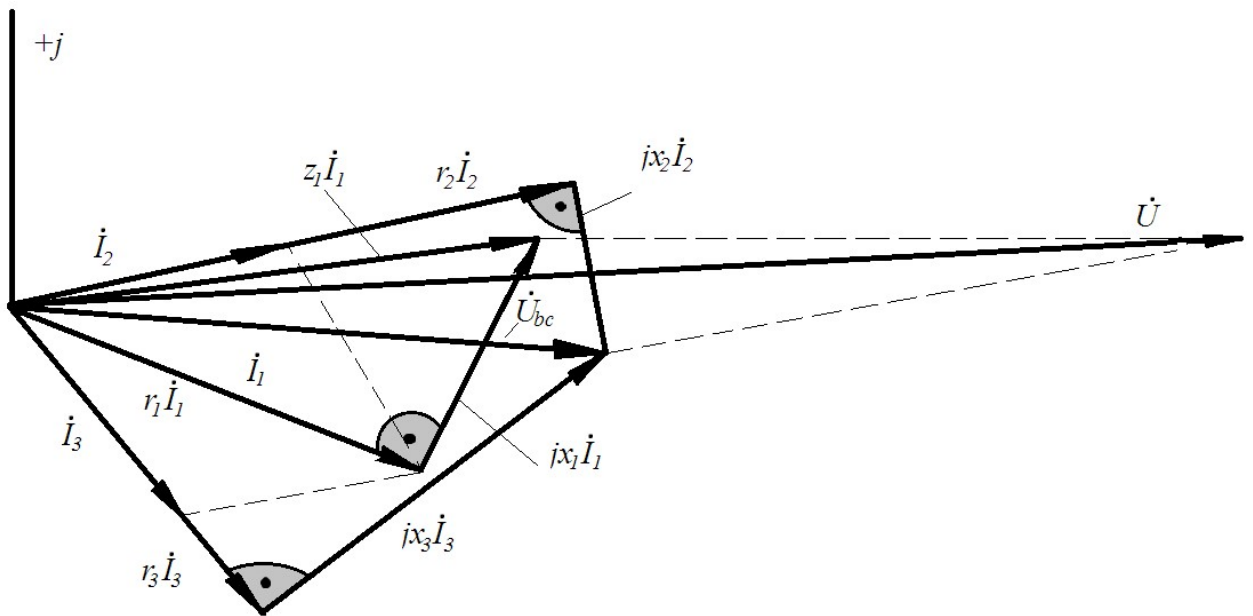
$$Q_1 = x_1 I_1^2 = 6 \cdot 4,5^2 = 122 \text{ ВАр}; Q_2 = x_2 I_2^2 = -7 \cdot 2,74^2 = -52,5 \text{ ВАр};$$

$$Q_3 = x_3 I_3^2 = 20 \cdot 2,74^2 = 150 \text{ ВАр}$$

Учитывая, что Q_1 и Q_3 положительны (реактивные мощности индуктивных катушек), а Q_2 отрицательно (реактивная мощность конденсатора), получим

$$Q = Q_1 - Q_2 + Q_3 = 218 \text{ ВАр.}$$

На рисунке приведена векторная диаграмма токов и напряжений, построенная по расчетным данным.



Порядок ее построения следующий: по результатам расчетов отложены векторы токов \dot{I}_1 , \dot{I}_2 и \dot{I}_3 , затем по направлению \dot{I}_1 отложен вектор $r_1\dot{I}_1$ и перпендикулярно к нему в сторону опережения - вектор $jx_1\dot{I}_1$. Их сумма дает вектор $Z_1\dot{I}_1$. Далее в фазе с \dot{I}_2 построен вектор $r_2\dot{I}_2$ и перпендикулярно к нему в сторону отставания вектор $jx_2\dot{I}_2$, а их сумма дает вектор напряжения на участке \dot{U}_{bc} . Тот же вектор может быть получен, если в фазе с \dot{I}_3 отложить $r_3\dot{I}_3$, и к нему прибавить вектор $jx_3\dot{I}_3$, опережающий \dot{I}_3 на 90 . Сумма векторов $Z_1\dot{I}_1$ и \dot{U}_{bc} дает вектор приложенного напряжения \dot{U} .