УДК 621.3
Т11

Т11 Теоретические основы электротехники: метод. указания к расчетно-графическим работам для курсантов 2-го курса электромеханического факультета. – Изд. 2-е, испр. и доп. / сост. В.Ф. Мищенко и И.И. Соломонова. – СПб.: Изд-во ГМА им. адм. С.О. Макарова, 2011. – 28 с.

Соответствует программе дисциплины «Теоретические основы электротехники».

Содержит задания к расчетно-графическим работам по разделу «Переходные процессы», рекомендации по выбору варианта задания, методические указания к расчетно-графическим работам и образцы их оформления.

Рассмотрено и рекомендовано к изданию на заседании кафедры теоретических основ электротехники. Протокол № 1 от 11 октября 2011 г.

Рецензент
Шняк Б.В., канд. техн. наук, доц. (ГМА им. адм. С.О. Макарова).

Расчетно-графическая работа по теме:

РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ

Схемы электрических цепей, которые рассматриваются в настоящей расчетно-графической работе, изображены на рис. 1 – 28 (прил. 1). Параметры цепей приведены в табл. 1 – 2 (прил. 2). Каждому курсанту необходимо выполнить один из вариантов задания расчетно-графической работы. Номер варианта задания расчетно-графической работы соответствует номеру, под которым в журнале учебной группы записана фамилия курсанта. Расчетная схема и её параметры выбираются из таблиц по номеру варианта. Номер таблицы выбирается по последней цифре номера учебной группы.

Для выбранного варианта требуется:

1. Определить выражения для всех токов в цепи в переходном режиме, решив задачу методом переменных состояния.

2. Определить выражения для напряжений на емкости и индуктивности, решив задачу методом переменных состояния.

Примечания:

- В случае апериодического процесса произвести аналитическое определение экстремальных значений всех токов, найдя время, при котором ток достигает экстремума и величину экстремального тока.
- В случае периодического процесса выражение для свободной составляющей привести к виду
$$i_{св} = Ae^{-\alpha t}\sin(\omega_{св}t + \psi)$$
- В случае колебательного процесса рассчитать логарифмический декремент затухания.

Расчетно-графическая работа по теме:

РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ОПЕРАТОРНЫМ МЕТОДОМ

Схемы электрических цепей, которые рассматриваются в настоящей расчетно-графической работе, изображены на рис. 1 – 28 (прил. 1). Параметры цепей приведены в табл. 1 – 2 (прил. 2). Каждому курсанту необходимо выполнить один из вариантов задания расчетно-графической работы. Номер варианта задания расчетно-графической работы соответствует номеру, под которым в журнале учебной группы записана фамилия курсанта. Расчетная схема и её параметры выбираются из таблиц по номеру варианта. Номер таблицы выбирается по последней цифре номера учебной группы.

Для выбранного варианта требуется:

1. Определить выражения для всех токов в цепи в переходном режиме, решив задачу операторным методом.

2. Определить выражения для напряжений на емкости и индуктивности, решив задачу операторным методом.

3. Сравнить результаты, полученные в расчетно-графических работах «Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами методом переменных состояния» и «Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами операторным методом».

4. По результатам расчета цепи методом переменных состояния и операторным методом построить графики изменения токов во всех ветвях схемы и напряжений на емкости и индуктивности в функции времени.

Примечания:

- При расчете операторным методом нахождение оригиналов произвести с помощью формул разложения.
- Построение каждой величины произвести на отдельном графике, показав свободные и принужденные составляющие.
- Кривые всех величин построить на одном графике, причем все одноразмерные величины строятся в одном масштабе.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

1. Метод переменных состояния

Методом переменных состояния в электротехнике называется метод анализа переходных процессов, основанный на решении системы дифференциальных уравнений первого порядка в нормальной форме. Число уравнений в системе равно числу независимых накопителей энергии в схеме после коммутации (при $t \geq 0$). Каждое уравнение системы в левой части содержит первую производную одной из переменных состояния (искомой величины). Правая часть уравнения не содержит производных и является линейной функцией переменных состояния и воздействий.

В общем случае система уравнений состояния в матричной форме имеет вид:

$$[\dot{x}] = [A]\cdot[x] + [B]\cdot[F],$$

где $[x]$ – матрица-столбец переменных состояния размера n (n – число независимых накопителей энергии);

$[\dot{x}]$ – матрица-столбец первых производных переменных состояния размера n;

$[A]$ – квадратная матрица коэффициентов при переменных состояния размера $n \times n$, определяемая параметрами цепи;

$[F]$ – матрица-столбец воздействий размера m (m – количество источников);

$[B]$ – прямоугольная матрица коэффициентов при воздействиях размера $m \times n$ (m – число столбцов, n – число строк).

Переменные состояния образуют систему из наименьшего числа уравнений, которые полностью определяют реакцию всех ветвей цепи после коммутации при заданных начальных условиях и приложенных внешних воздействиях.

Для электрических цепей в качестве переменных состояния удобно принимать токи индуктивных элементов и напряжения емкостных элементов. Начальные условия для них являются независимыми и определяются с помощью законов коммутации.

Метод переменных состояния относится к наиболее универсальным методам анализа электрических цепей. Он применим как к линейным, так и к нелинейным цепям. Для решения систем дифференциальных уравнений в нормальной форме разработаны высокоэффективные численные методы, позволяющие автоматизировать расчет с помощью вычислительной техники. Т.е. систему уравнений состояния можно решать как аналитически, так и численно.

Пример 1.

Рассмотрим пример составления системы уравнений по методу переменных состояния и решим ее.

На рис. 29 прил. 1 приведена электрическая цепь, параметры которой известны:

$E = 200$ В, $R_1 = R_2 = R = 100$ Ом, $L = 1$ Гн, $C = 100$ мкФ.

Найти : i_1, i_2, i_3, u_C, u_L.

Решение:

1. Для $t \geq 0$ получим систему уравнений метода переменных состояния.
Используя законы Кирхгофа, составим исходную систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3; \\ E &= R_1 \cdot i_1 + L\frac{di_1}{dt} + u_C; \\ 0 &= R_2 \cdot i_2 - u_C. \end{aligned}\right\}$$

Из третьего уравнения системы выразим ток во второй ветви через напряжение на емкости

$$i_2 = \frac{u_C}{R_2}.$$

Учтем также, что

$$i_3 = C\frac{du_C}{dt}.$$

Подставим эти два выражения в первое уравнение исходной системы, сведя ее к системе из двух уравнений

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= \frac{u_C}{R2} + C\frac{du_C}{dt}; \\ E &= R_1 i_1 + L\frac{di_1}{dt} + u_C. \end{aligned}\right\}$$

Приведем систему уравнений к нормальной форме

$$\left.\begin{aligned} \frac{du_C}{dt} &= -\frac{1}{R_2 C}u_C + \frac{1}{C}i_1; \\ \frac{di_1}{dt} &= -\frac{1}{L}u_C - \frac{R_1}{L}i_1 + \frac{1}{L}E. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

В матричной форме система (1) запишется:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{du_C}{dt} \\ \dfrac{di_1}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{R_2 C} & \dfrac{1}{C} \\ -\dfrac{1}{L} & -\dfrac{R_1}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_C \\ i_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} \cdot [E]. \qquad (2)$$

После подстановки исходных данных систему уравнений (2) можно решить с помощью ПЭВМ одним из численных методов, например, методом Рунге-Кутта. Для аналитического решения задачи удобнее система (1). При аналитическом решении используются известные положения классического метода.

Продолжим решение аналитически.

1. При $t \to \infty$ определим принужденные составляющие. Учтем, что в установившемся режиме

$$\left.\frac{du_C}{dt}\right|_{t\to\infty} = 0 \text{ В/с}; \quad \left.\frac{di_1}{dt}\right|_{t\to\infty} = 0 \text{ А/с}.$$

Тогда система (1) примет вид

$$\left.\begin{aligned} 0 &= -\frac{1}{R_2 C}u_{C\text{пр}} + \frac{1}{C}i_{1\text{пр}}; \\ 0 &= -\frac{1}{L}u_{C\text{пр}} - \frac{R_1}{L}i_{1\text{пр}} + \frac{1}{L}E. \end{aligned}\right\}$$

Решив систему, получим

$$u_{C\text{пр}} = E/2 = 100 \text{ В}; \quad i_{1\text{пр}} = u_{C\text{пр}}/R_2 = 100/100 = 1 \text{ А}.$$

2. Корни характеристического уравнения можно найти, приравняв нулю определитель характеристической матрицы:

$$\det\left[A - p1\right] = 0,$$

где 1 – единичная матрица порядка n.

Итак,

$$\det\begin{bmatrix} -\dfrac{1}{R_2C} - p & \dfrac{1}{C} \\ -\dfrac{1}{L} & -\dfrac{R_1}{L} - p \end{bmatrix} = 0.$$

Откуда

$$p^2 + \left(\frac{R_1}{L} + \frac{1}{R_2C}\right)p + \frac{2}{LC} = 0\ ;$$

$$p^2 + 200p + 20000p = 0\ ;$$

$$p_{1,2} = -100 \pm \sqrt{10^4 - 2\cdot 10^4} = -100 \pm j100\ ;$$

$$\alpha = -100\ \ 1/\text{с}\ ;\quad \omega_{св} = 100\ \text{рад/с}.$$

3. С помощью законов коммутации находим начальные условия переходного процесса

$$u_C(0) = u_C(0-) = 0,\ \text{В};$$
$$i_1(0) = i_1(0-) = \frac{E}{2R} = 1,\ \text{А}.$$

Подставляя эти значения в систему (1) при $t = 0$, получаем

$$\left.\frac{du_C}{dt}\right|_{t=0} = -\frac{1}{R_2C}u_C(0) + \frac{1}{C}i_1(0) = 0 + \frac{10^6}{100}\cdot 1 = 10^4\ \text{В/с};$$

$$\left.\frac{di_1}{dt}\right|_{t=0} = -\frac{1}{L}u_C(0) - \frac{R_1}{L}i_1(0) + \frac{1}{L}E = 0 - \frac{100}{1}\cdot 1 + \frac{200}{1} = 100\ \text{А/с}.$$

4. Для определения постоянных интегрирования составляется система уравнений. Первое уравнение системы – это уравнение искомой величины. Оно записывается в виде суммы принужденной и свободной составляющих. Принужденная составляющая найдена ранее. Свободная составляющая записывается в соответствии с видом корней характеристического уравнения. При двух комплексных сопряженных корнях свободная составляющая представляет собой затухающую синусоиду, которая содержит две постоянных интегрирования A и ψ. Для их определения необходимо второе уравнение. Его получают дифференцированием первого:

$$\left.\begin{aligned} u_C &= u_{C\,пр} + u_{C_{св}} = 100 + Ae^{-100t}\sin(100t + \psi);\\ \frac{du_C}{dt} &= 0 - 100Ae^{-100t}\sin(100t + \psi) + 100Ae^{-100t}\cos(100t + \psi). \end{aligned}\right\}$$

При $t = 0$ система сводится к виду:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= 100 + A\sin\psi;\\ 10^4 &= -100A\sin\psi + 100A\cos\psi. \end{aligned}\right\}$$

Решение системы дает

$$\cos\psi = 0,\qquad \psi = \pm\frac{\pi}{2} = \pm 90^\circ.$$

Выбираем значение $\psi = -90^0$, тогда А = 100 В. Искомое решение для напряжения на емкости u_c, В, принимает вид:

$$u_C = 100 + 100\,e^{-100t}\sin(100t - 90^\circ).$$

Аналогичным образом находим решение для тока первой ветви:

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= i_{1пр} + i_{1св} = 1 + Be^{-100t}\sin(100t + \delta);\\ \frac{di_1}{dt} &= 0 - 100Be^{-100t}\sin(100t + \delta) + 100Be^{-100t}\cos(100t + \delta). \end{aligned}\right\}$$

При $t = 0$:

$$\left.\begin{aligned} 1 &= 1 + B\sin\delta;\\ 100 &= -100B\sin\delta + 100B\cos\delta. \end{aligned}\right\}$$

$$\sin\delta = 0,\quad \delta = 0,\quad B = 1.$$

Искомое выражение для тока первой ветви i_1, А:

$$i_1 = 1 + 1e^{-100t}\sin 100t.$$

5. Определение i_2, i_3, А,

$$i_2 = \frac{u_C}{R_2} = 1 + 1e^{-100t}\sin(100t - 90^\circ);$$

$$i_3 = i_1 - i_2 = 1e^{-100t}\left[\sin 100t - \sin(100t - 90^\circ)\right] =$$
$$= 2e^{-100t}\cos(100t - 45^\circ)\cdot\sin 45^\circ = \sqrt{2}e^{-100t}\ \times$$
$$\times\cos(100t - 45^\circ) = \sqrt{2}e^{-100t}\sin(100t + 45^\circ).$$

Напряжение на индуктивности u_L, В, можно определить из второго уравнения системы (1)

$$u_L=-u_C-R_1i_1+E=-100-100\,e^{-100t}\sin(100\,t-90^\circ)-100-$$
$$-100\,e^{-100t}\sin100\,t+200=-100\,e^{-100t}\left[\sin100\,t+\sin(100\,t-90^\circ)\right]=$$
$$=-100\,e^{-100t}\,2\sin(100\,t-45^\circ)\cos45^\circ=-\sqrt{2}\cdot100\,e^{-100\,t}\sin(100\,t-45^\circ).$$

Пример 2.

Рассмотрим еще один пример расчета электрической цепи методом переменных состояния, в котором, в отличие от вышеприведенного, корни характеристического уравнения будут вещественными отрицательными разными. На рис. 30 прил. 1 приведена электрическая цепь со следующими параметрами:

$U=200$В, $C=10$ мкФ, $R_2=200$ Ом, $R_3=100$ Ом, $L=1$ Гн.

Найти: i_1, i_2, i_3, u_C, u_L.

Решение:

1. Рассматривая процесс при $t\geq0$, составим систему уравнений по законам Кирхгофа:

$$\left.\begin{aligned}&i_1=i_2+i_3;\\&U=u_C+R_3i_3;\\&U=u_C+R_2i_2+L\frac{di_2}{dt}.\end{aligned}\right\}$$

Ток первой ветви представим как

$$i_1=C\frac{du_C}{dt}.$$

Ток третьей ветви выразим из второго уравнения

$$i_3=\frac{U}{R_3}-\frac{u_C}{R_3}.$$

Подставляя последние два выражения в первое уравнение системы и записывая результат в нормальной форме, получаем систему уравнений метода переменных состояния

$$\left.\begin{aligned}&\frac{du_C}{dt}=-\frac{1}{R_3C}u_C+\frac{1}{C}i_2+\frac{1}{R_3C}U;\\&\frac{di_2}{dt}=-\frac{1}{L}u_C-\frac{R_2}{L}i_2+\frac{1}{L}U.\end{aligned}\right\}\qquad(3)$$

Эти же уравнения в матричной форме имеют вид:

$$\begin{bmatrix}\dfrac{du_C}{dt}\\ \dfrac{di_2}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{R_3C}&\dfrac{1}{C}\\ -\dfrac{1}{L}&-\dfrac{R_2}{L}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}u_C\\ i_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{1}{R_3C}\\ \dfrac{1}{L}\end{bmatrix}\cdot[U].\qquad(4)$$

Систему уравнений (4) можно использовать для машинных расчетов. Аналитический расчет выполняется на основе системы (3).

2. Находим принужденные составляющие токов и напряжений при $t\to\infty$.

Для этого подставим значения

$$\left.\frac{du_C}{dt}\right|_{t\to\infty}=0,\text{В/с};\quad\left.\frac{di_2}{dt}\right|_{t\to\infty}=0,\text{А/с}$$

в систему уравнений (3):

$$\left.\begin{aligned}&0=-\frac{1}{R_3C}u_{C\,np}+\frac{1}{C}i_{2\,np}+\frac{1}{R_3C}U;\\&0=-\frac{1}{L}u_{C\,np}-\frac{R_2}{L}i_{2\,np}+\frac{1}{L}U.\end{aligned}\right\}$$

Решение системы:

$i_{2np}=0$ А; $\quad u_{Cnp}=U=200$ В.

3. Находим корни характеристического уравнения. Приравниваем нулю определитель характеристической матрицы:

$$\det[A-p1]=0.$$

или

$$\det\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{R_3C}-p&\dfrac{1}{C}\\ -\dfrac{1}{L}&-\dfrac{R_2}{L}-p\end{bmatrix}=0.$$

Отсюда

$$p^2+1200p+3\cdot 10^5=0.$$

Корни характеристического уравнения

$p_1=-845$ 1/с; $p_2=-355$ 1/с.

4. Находим начальные условия переходного процесса. С помощью законов коммутации определяем

$u_C(0)=u_C(0-)=0$ В;

$i_2(0)=i_2(0-)=0$ А.

Подставляя эти значения в систему уравнений (3), получаем

$$\left.\frac{du_C}{dt}\right|_{t=0}=-\frac{1}{R_3C}u_C(0)+\frac{1}{C}i_2(0)+\frac{1}{R_3C}U=2\cdot 10^5 \text{ В/с};$$

$$\left.\frac{di_2}{dt}\right|_{t=0}=-\frac{1}{L}u_C(0)-\frac{R_2}{L}i_2(0)+\frac{1}{L}U=200 \text{ А/с}.$$

5. Определим постоянные интегрирования для напряжения на емкости:

$$\left.\begin{aligned} u_C&=u_{C\,пр}+u_{C\,св}=200+A_1e^{-845t}+A_2e^{-355t};\\ \frac{du_C}{dt}&=0-845A_1e^{-845t}-355A_2e^{-355t}.\end{aligned}\right\}$$

При $t=0$

$$\left.\begin{aligned} 0&=200+A_1+A_2;\\ 2\cdot 10^5&=-845A_1-355A_2.\end{aligned}\right\}$$

Решение:

$A_1=-263{,}3$ В; $A_2=63{,}3$ В.

Искомое напряжение на емкости u_C, В,

$$u_C=200-263{,}3e^{-845t}+63{,}3e^{-355t}$$

Определяем постоянные интегрирования для тока второй ветви:

$$\left.\begin{aligned} i_2&=i_{2\,пр}+i_{2\,св}=0+B_1e^{-845t}+B_2e^{-355t};\\ \frac{di_2}{dt}&=0-845B_1e^{-845t}-355B_2e^{-355t}.\end{aligned}\right\}$$

При $t=0$:

$$\left.\begin{aligned} 0&=B_1+B_2;\\ 200&=-845B_1-355B_2.\end{aligned}\right\}$$

Решение:

$B_1=-0{,}408$ А, $B_2=0{,}408$ А.

Искомый ток во второй ветви i_2, А,

$$i_2=-0{,}408\,e^{-845t}+0{,}408\,e^{-355t}.$$

6. Определяем i_1, i_3, А, и u_L, В:

$$i_1=C\frac{du_C}{dt}=0+10^{-5}(-263{,}3)(-845)e^{-845t}+$$

$$+10^{-5}(63{,}3)(-355)e^{-355t}=2{,}225e^{-845t}-0{,}225e^{-355t};$$

$$i_3=i_1-i_2=1{,}82e^{-845t}+0{,}18e^{-355t};$$

$$u_L=L\frac{di_2}{dt}=1\cdot(-0{,}408)(-845)e^{-845t}+1\cdot(0{,}408)(-355)\times$$

$$\times e^{-355t}=345e^{-845t}-145e^{-355t}$$

2. Операторный метод

Рассмотрим на конкретных примерах особенности использования операторного метода расчета переходных процессов.

Пример 3.

Параметры схемы, приведенной на рис. 31 прил. 1, известны:

$U=100$ В, $R=100$ Ом, $L=1$ Гн, $C=100$ мкФ.

Найти: $i_1(t)$.

Решение:

1. Составляется операторная схема замещения исходной электрической цепи (рис. 32 прил. 1) для времени $t\geq 0$. При этом все известные и неизвестные функции времени заменяются изображениями. Для нахождения параметров дополнительных источников операторной схемы замещения с помощью законов коммутации определяются независимые начальные условия (НУ):

$$i_1(0)=i_1(0-)=\frac{U}{R}=1\text{ А.}\qquad u_C(0)=u_C(0-)=0.$$

2. Находится изображение искомого тока. Операторная схема замещения (рис. 32 прил. 1) содержит два источника: основной и дополнительный. Оба они находятся в первой ветви. Поэтому для нахождения изображения

тока первой ветви целесообразно воспользоваться законом Ома в операторной форме:

$$I_1(p)=\frac{U/p+Li_1(0)}{Z(p)}=\frac{U/p+Li_1(0)}{Lp+\dfrac{R\cdot 1/pC}{R+1/pC}}=$$

$$=\frac{\frac{U}{R}}{p}\cdot\frac{\left[p^2+(\frac{R}{L}+\frac{1}{RC})p+\frac{1}{LC}\right]}{(p^2+\frac{1}{RC}p+\frac{1}{LC})}=\frac{F_1(p)}{pF_2(p)}.$$

3. По найденному изображению определяется оригинал. Для нахождения корней приравнивается к нулю выражение $F_2(p)$:

$$F_2(p)=0;\quad p^2+\frac{1}{RC}p+\frac{1}{LC}=0;\quad p_{1,2}=-50\pm j86{,}6=\alpha\pm j\omega_{св}.$$

Находятся значения $F_1(p)$ и $F'_2(p)$:

$$F_1(p)=\frac{U}{R}\left[p^2+(\frac{R}{L}+\frac{1}{RC})p+\frac{1}{LC}\right]=p^2+200p+10^4;$$

$$F_2'(p)=(2p+\frac{1}{RC})=(2p+100).$$

Далее используется формула разложения для комплексных сопряженных корней:

$$i_1(t)=\frac{F_1(0)}{F_2(0)}+Ae^{\alpha t}\sin(\omega_{св}t+\psi),$$

где $A=2B;\quad \psi=\beta+\frac{\pi}{2};\quad \underline{B}=Be^{j\beta}=\frac{F_1(p_1)}{p_1F_2'(p_1)}=$

$$=\frac{(-50+j86{,}6)^2+200(-50+j86{,}6)+10^4}{(-50+j86{,}6)[2(-50+j86{,}6)+100]}=\frac{1}{\sqrt{3}}e^{-j90^\circ};$$

$$B=\frac{1}{\sqrt{3}};\quad A=\frac{2}{\sqrt{3}};\quad \beta=-90^\circ;\quad \psi=0^\circ;\quad \frac{F_1(0)}{F_2(0)}=\frac{10^4}{10^4}=1\ \text{А}.$$

Искомое выражение для тока $i_1(t)$, А,

$$i_1(t)=1+\frac{2}{\sqrt{3}}e^{-50t}\sin 86{,}6\,t.$$

Пример 4.

Используя операторный метод, приведем пример расчета переходных процессов, отличающийся видом корней. Из схемы рис. 33 прил. 1 известны параметры:

$U=10$ В, $R=10$ Ом, $L=1$ Гн, $C=100$ мкФ.

Найти $i_1(t)$.

Решение:

1. Составляется операторная схема замещения (рис. 34 прил. 1) электрической цепи после коммутации (для времени $t\geq 0$). Все функции времени заменяются изображениями. Независимые начальные условия определяются с помощью законов коммутации:

$$i_1(0)=i_1(0-)=0\ \text{А};\qquad u_C(0)=u_C(0-)=U=10\ \text{В}.$$

2. Определяется изображение искомой величины. Операторная схема замещения содержит два источника, отличных от нуля. Для расчета изображения тока составляется система уравнений по законам Кирхгофа в операторной форме

$$\left.\begin{aligned}&I_1(p)=I_2(p)+I_3(p);\\&\frac{U}{p}-\frac{u_C(0)}{p}=LpI_1(p)+\frac{1}{Cp}I_2(p);\\&RI_3(p)-\frac{1}{Cp}I_2(p)=\frac{u_C(0)}{p}.\end{aligned}\right\}$$

Из второго уравнения системы

$$I_2(p)=-LCp^2I_1(p),\quad \text{т.к.}\quad \frac{U}{p}-\frac{u_C(p)}{p}=0.$$

Данное уравнение и первое уравнение, выраженное относительно $I_3(p)$, подставляются в третье уравнение системы. Образуется одно уравнение с одним неизвестным:

$$RI_1(p)+RLCp^2I_1(p)+LpI_1(p)=\frac{u_C(p)}{p}.$$

Его решение представляет собой операторное изображение тока первой ветви:

$$I_1(p) = \frac{\dfrac{U}{RLC}}{p\left(p^2 + \dfrac{1}{RC}p + \dfrac{1}{LC}\right)} = \frac{F_1(p)}{pF_2(p)}.$$

3. По изображению определяется оригинал. Составляется характеристическое уравнение и находится его корни

$F_2(p) = 0$; $p^2 + 10^3 p + 10^5 = 0$; $p_{1,2} = -500 \pm 387$ 1/с;

$p_1 = -113$ 1/с; $p_2 = -887$ 1/с.

Для расчета тока первой ветви $i_1(t)$, А, используется формула разложения для двух разных вещественных отрицательных корней

$$i_1(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \frac{F_1(p_1)}{p_1 F_2'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{p_2 F_2'(p_2)} e^{p_2 t} = \frac{10^5}{10^5} +$$

$$+ \frac{10^5}{-113(-2 \cdot 113 + 1000)} e^{-113t} + \frac{10^5}{-887(-2 \cdot 887 + 1000)} e^{-887t} =$$

$$= 1 - 1{,}14 e^{-113t} + 0{,}14 e^{-887t}.$$

Приложение 1

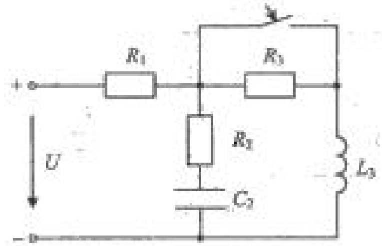

Рис. 1

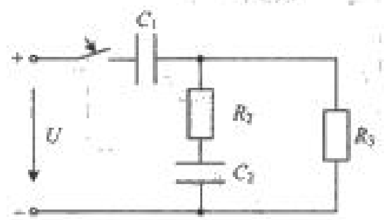

Рис. 2

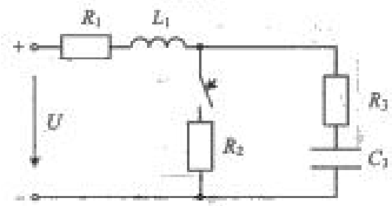

Рис. 3

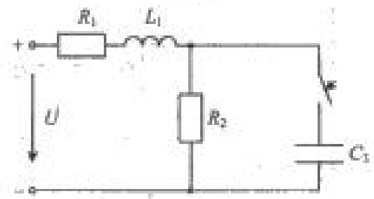

Рис. 4

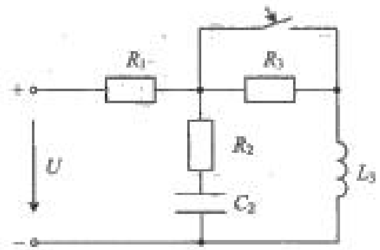

Рис. 5

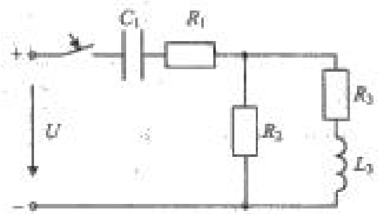

Рис. 6

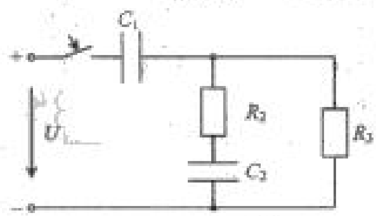

Рис. 7

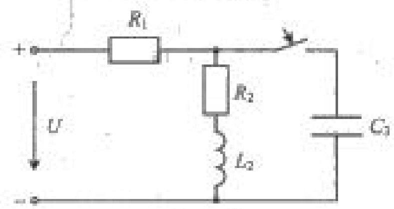

Рис. 8

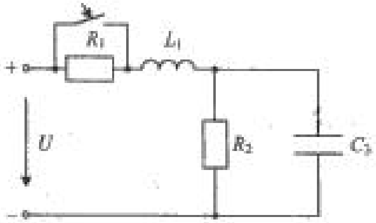

Рис. 9

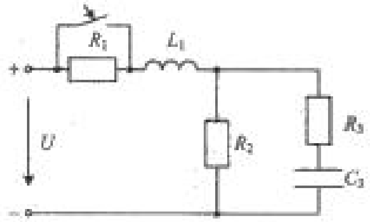

Рис. 10

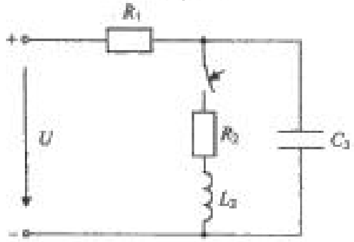

Рис. 11

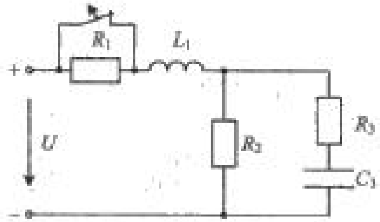

Рис. 12

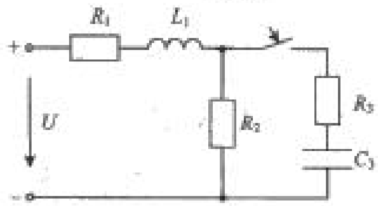

Рис. 13

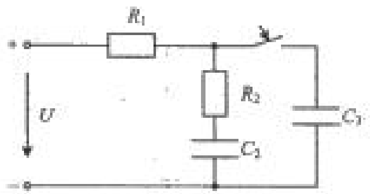

Рис. 14

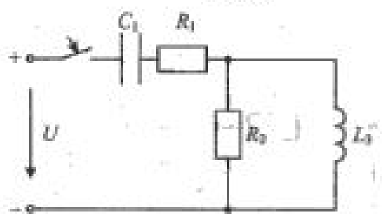

Рис. 15

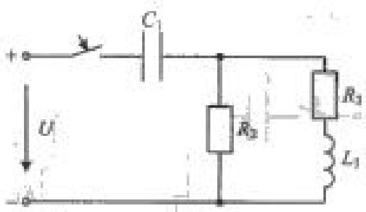

Рис. 16

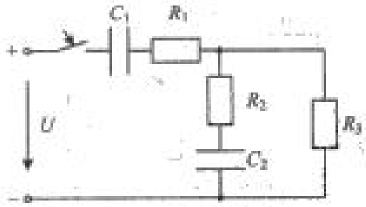

Рис. 17

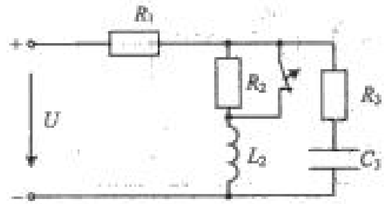

Рис. 18

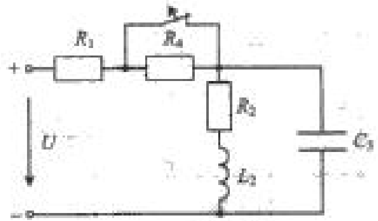

Рис. 19

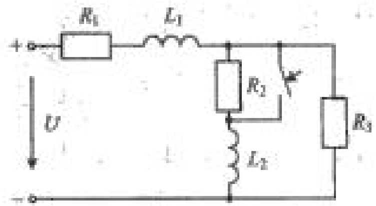

Рис. 20

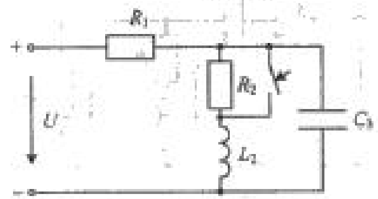

Рис. 21

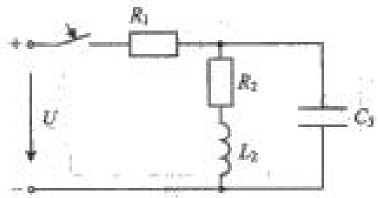

Рис. 22

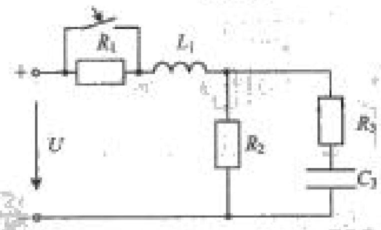

Рис. 23

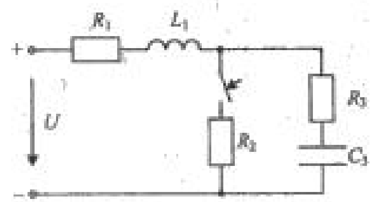

Рис. 24

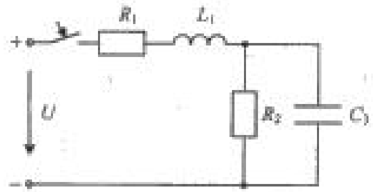

Рис. 25

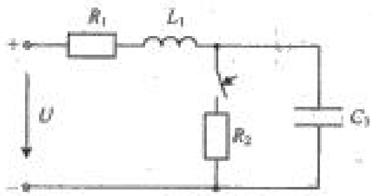

Рис. 26

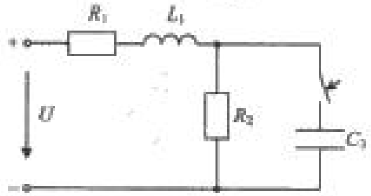

Рис. 27

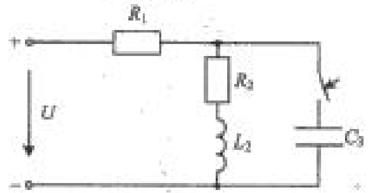

Рис. 28

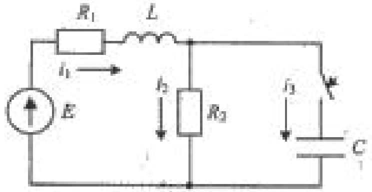

Рис. 29

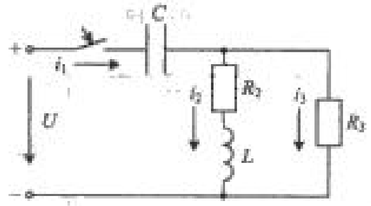

Рис. 30

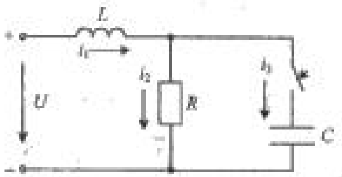

Рис. 31

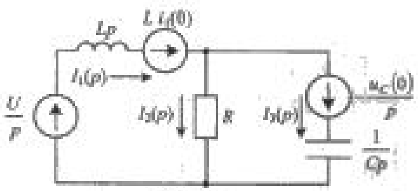

Рис. 32

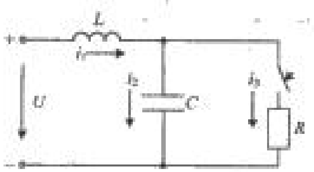

Рис. 33

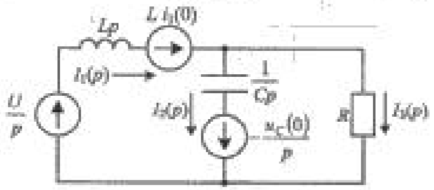

Рис. 34

Приложение 2

Параметры электрических цепей

Таблица 1

№ вари-анта	U, В	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	L_1, Гн	L_2, Гн	L_3, Гн	C_1, мкФ	C_2, мкФ	C_3, мкФ
1	200	200	200	200	-	-	-	0,05	-	1	-
2	400	-	4000	1000	-	-	-	-	2,5	0,4	-
3	400	1000	3000	1000	-	0,6	-	-	-	-	1
4	220	100	1000	-	-	0,2	-	-	-	-	1
5	100	100	500	100	-	-	-	0,2	-	1	-
6	500	1000	4000	1000	-	-	-	1	1,1	-	-
7	200	-	2000	1000	-	-	-	-	2	0,5	-
8	450	1000	4000	-	-	-	1	-	-	-	1
9	200	400	400	-	-	0,4	-	-	-	-	4
10	200	400	400	1000	-	1,2	-	-	-	-	0,4
11	100	100	100	-	-	-	0,04	-	-	-	10
12	400	1000	3000	1000	-	0,6	-	-	-	-	1
13	600	1000	3000	1000	-	0,6	-	-	-	-	1
14	500	5000	2000	-	-	-	-	-	-	0,5	2
15	200	1000	1000	-	-	-	-	0,1	1	-	-
16	200	-	500	4000	-	-	-	1	4	-	-
17	600	1000	1000	1000	-	-	-	-	1,0	1,0	-
18	600	1000	2000	1000	-	-	1,0	-	-	-	1,0
19	600	500	500	-	2000	-	0,75	-	-	-	1,0
20	600	2600	2000	500	-	3	1	-	-	-	-
21	240	1000	200	-	-	-	0,5	-	-	-	1,0
22	240	1000	200	-	-	-	0,4	-	-	-	1,0
23	600	100	500	2000	-	0,7	-	-	-	-	4,0
24	200	250	2500	500	-	1	-	-	-	-	1
25	210	2000	100	-	-	0,5	-	-	-	-	1,0
26	300	2000	100	-	-	0,5	-	-	-	-	1,0
27	420	2000	100	-	-	0,5	-	-	-	-	1
28	200	500	500	-	-	-	2,0	-	-	-	1

Таблица 2

№ варианта	U, В	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	L_1, Гн	L_2, Гн	L_3, Гн	C_1, мкФ	C_2, мкФ	C_3, мкФ
1	400	200	200	200	-	-	-	0,14	-	1	-
2	600	-	5000	1000	-	-	-	-	3	0,5	-
3	150	100	500	2000	-	0,7	-	-	-	-	4
4	300	100	500	-	-	0,3	-	-	-	-	1
5	100	100	100	100	-	-	-	0,03	-	0,5	-
6	300	1000	5000	1000	-	-	-	3	0,3	-	-
7	150	-	2000	1000	-	-	-	-	2,5	0,5	-
8	600	1000	2000	-	-	-	0,5	-	-	-	1,0
9	500	500	500	-	-	0,5	-	-	-	-	1
10	300	2000	2000	1000	-	0,5	-	-	-	-	0,5
11	220	100	100	-	-	-	0,5	-	-	-	5
12	300	1000	1000	1000	-	2	-	-	-	-	1
13	600	100	500	2000	-	0,7	-	-	-	-	4
14	600	6000	2500	-	-	-	-	-	-	0,6	2
15	300	500	1000	-	-	-	-	1,0	2	-	-
16	600	-	2500	500	-	-	-	0,75	1,0	-	-
17	600	1000	1000	500	-	-	-	-	4,0	1,0	-
18	200	1000	1000	1000	-	-	0,8	-	-	-	1,0
19	300	500	500	-	1500	-	0,5	-	-	-	1,0
20	450	2500	1000	4000	-	3	1	-	-	-	-
21	300	1000	4000	-	-	-	1,0	-	-	-	1,0
22	300	2500	500	-	-	-	0,75	-	-	-	1,0
23	300	1000	3000	1000	-	0,6	-	-	-	-	1,0
24	300	1000	4000	1000	-	0,7	-	-	-	-	1
25	440	100	1000	-	-	0,2	-	-	-	-	1,0
26	420	2000	100	-	-	0,5	-	-	-	-	1,0
27	440	200	2000	-	-	0,3	-	-	-	-	1
28	150	500	4000	-	-	-	1	-	-	-	0,9

**Образец оформления
расчетно-графической работы**

Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
ГОСУДАРСТВЕННАЯ МОРСКАЯ АКАДЕМИЯ
имени адмирала С.О.Макарова

КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

«РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ»

Таблица № 2
Вариант № 14

Дата выполнения
01.01.2012

Выполнил: курсант гр. Э-232
Иванов И.И.

Дата проверки

Проверил: преподаватель
Сидоров А.А.

Санкт-Петербург 2011

ЗАДАНИЕ

Требуется:

1. Определить выражения для всех токов в цепи в переходном режиме, решив задачу методом переменных состояния.

2. Определить выражения для напряжений на емкости и индуктивности, решив задачу методом переменных состояния.

Примечания:

- В случае апериодического процесса произвести аналитическое определение экстремальных значений всех токов, найдя время, при котором ток достигает экстремума и величину экстремального тока.
- В случае периодического процесса выражение для свободной составляющей привести к виду
$$i_{св} = Ae^{-\alpha t}\sin(\omega_{св}t + \psi)$$
- В случае колебательного процесса рассчитать логарифмический декремент затухания.

Исходные данные для расчета.

Схема № 14

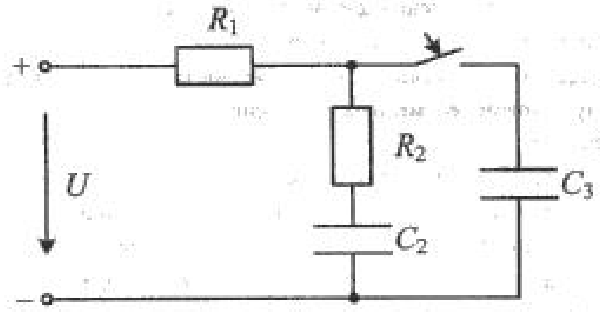

Таблица № 2

№ варианта	U, В	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	L_1, Гн	L_2, Гн	L_3, Гн	C_1, мкФ	C_2, мкФ	C_3, мкФ
14	600	6000	2500	-	-	-	-	-	-	0,6	2

Оглавление