

1.2 Структурный анализ механизма

Определим число степеней свободы механизма по формуле П.Л. Чебышева.

$$W = 3n - 2p_1 - p_2 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1,$$

где $n = 5$ – число подвижных звеньев,

$p_1 = 7$ – число одноподвижных кинематических пар (0 - 1, 1 - 2, 2 - 3, 3 - 0, 1 - 4, 4 - 5, 5 - 0),

$p_2 = 0$ – число двухподвижных кинематических пар.

Таким образом, положения всех звеньев механизма определяются одной обобщенной координатой, которая представлена углом φ_1 . Звено 1, к которому приписана обобщенная координата φ_1 в данном примере, является начальным.

После выделения из механизма начального звена 1 со стойкой оставшаяся кинематическая цепь разбивается на две структурные группы второго класса и второго вида. Одна группа, содержит звенья 2 и 3, а другая – звенья 4 и 5. Механизм в целом, следовательно, относится ко второму классу. На рисунке 1.1 изображены отдельно начальное звено 1, образующее вращательную пару со стойкой, и каждая структурная группа в отдельности.

1.3 Планы положения механизма

Примем масштабный коэффициент для построения плана положений механизма $\mu_l = 0,004$ м/мм.

Определим длины отрезков, изображающих звенья механизма на чертеже:

$$OA = l_{OA} / \mu_l = 0,048 / 0,004 = 12 \text{ мм}, \quad OC = OA,$$

$$AB = l_{AB} / \mu_l = 0,192 / 0,004 = 48 \text{ мм}, \quad CD = AB,$$

$$AS_2 = l_{AS_2} / \mu_l = 0,064 / 0,004 = 16 \text{ мм}, \quad CS_4 = AS_2.$$

Изобразим на рисунке 1.1 сначала направляющую ось x , на которой выберем произвольно неподвижную опору O . Изобразим положение отрезка OA под углом $\varphi_1 = 60^\circ$ к оси x , и отрезка OC перпендикулярного к OA . Затем методом засечек построим положения отрезков AB и CD , изображающих звенья 2 и 4, соответственно, в заданном положении механизма. На отрезках AB и CD отметим точки S_2 и S_4 . Изобразим крайние положения механизма. Для этого построим крайние положения ползуна 3, которым соответствуют точки B' и B'' , а также крайние положения ползуна 5, которым соответствуют точки D' и D'' . Обозначим ход ползуна 3 через $B'B'' = D'D'' = H = 2 \cdot OA = 2 \cdot 12 = 24$ мм. Причём $B'B'' = D'D'' = H = 2 \cdot OA = 2 \cdot 12 = 24$ мм.

Определим полный ход звена 3:

$$h = H \cdot \mu_l = 24 \cdot 0,004 = 0,096 \text{ м},$$

где $H = 24$ мм – расстояние между точками B' и B'' на чертеже.

Полный ход звена 5 будет равен полному ходу звена 3.

1.4 План скоростей механизма

Определим скорость точки А по величине.

$$V_A = l_{OA} \cdot \omega_1 = 0,048 \cdot 200 = 9,6 \text{ м/с.}$$

Скорость точки С по величине равна скорости точки А.

Примем длину вектора pa , изображающего на чертеже скорость точки А, равной 24 мм. Это число выбираем кратным величине скорости точки А. Тогда масштабный коэффициент для построения плана скоростей будет следующим:

$$\mu_v = V_A / pa = 9,6 / 24 = 0,4 \text{ (м/с) / мм.}$$

Изобразим на чертеже вектор pa , направленный перпендикулярно отрезку ОА, учитывая направление вращения звена 1. Точка p является полюсом плана скоростей. Поместим в полюс p точку o , соответствующую неподвижной точке О механизма.

Составим векторное уравнение для скорости точки В.

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA},$$

где \vec{V}_B – скорость точки В, направленная параллельно оси x ;

\vec{V}_A – скорость точки А;

\vec{V}_{BA} – скорость точки В при относительном вращении звена 2 вокруг точки А (направлена перпендикулярно АВ).

Данное векторное уравнение решим графически. Для этого на плане скоростей проведём через точку a прямую линию, перпендикулярную АВ, а через полюс p – прямую, параллельную оси x . Точка пересечения этих прямых даст точку b – конец вектора скорости точки В.

Точку s_2 на плане скоростей найдём, используя свойство подобия планов.

$$\frac{as_2}{ab} = \frac{AS_2}{AB}, \text{ откуда } as_2 = ab \frac{AS_2}{AB} = 12 \frac{16}{48} = 4 \text{ мм,}$$

где as_2 и ab – длины отрезков на плане скоростей,

AS_2 и AB – длины отрезков на плане положения.

Изобразим на чертеже вектор pc , изображающий скорость точки С и направленный перпендикулярно отрезку ОС, учитывая направление вращения звена 1. Причём длины векторов pc и pa одинаковы.

Составим векторное уравнение для скорости точки D.

$$\vec{V}_D = \vec{V}_C + \vec{V}_{DC},$$

где \vec{V}_D – скорость точки D, направленная параллельно оси x ,

\vec{V}_C – скорость точки С,

\vec{V}_{DC} – скорость точки D при относительном вращении звена 4 вокруг точки С (направлена перпендикулярно CD).

Данное векторное уравнение решим графически. Для этого на плане скоростей проведём через точку c прямую линию, перпендикулярную CD, а через полюс p – прямую, параллельную оси x . Точка пересечения этих прямых даст точку d – конец вектора скорости точки D.

Точку s_4 на плане скоростей найдём, используя свойство подобия планов.

$$\frac{cs_4}{cd} = \frac{CS_4}{CD}, \text{ откуда } cs_4 = cd \frac{CS_4}{CD} = 20 \frac{16}{48} = 6,6 \text{ мм},$$

где cs_4 и cd – длины отрезков на плане скоростей,

CS_4 и CD – длины отрезков на плане положения.

Определим скорости точек В, D, S₂ и S₄ механизма по величине.

$$V_B = pb \cdot \mu_V = 22 \cdot 0,4 = 8,8 \text{ м/с},$$

$$V_D = pd \cdot \mu_V = 15 \cdot 0,4 = 6,0 \text{ м/с},$$

$$V_{S_2} = ps_2 \cdot \mu_V = 22 \cdot 0,4 = 8,8 \text{ м/с},$$

$$V_{S_4} = ps_4 \cdot \mu_V = 18 \cdot 0,4 = 7,2 \text{ м/с},$$

где pb , pd , ps_2 и ps_4 – длины отрезков на плане скоростей.

Определим величины относительных скоростей.

$$V_{BA} = ab \cdot \mu_V = 12 \cdot 0,4 = 4,8 \text{ м/с},$$

$$V_{DC} = cd \cdot \mu_V = 20 \cdot 0,4 = 8,0 \text{ м/с},$$

где ab и cd – длины отрезков на плане скоростей.

Определим угловые скорости звеньев 2 и 4.

$$\omega_2 = V_{BA} / l_{AB} = 4,8 / 0,192 = 25 \text{ рад/с},$$

$$\omega_4 = V_{DC} / l_{CD} = 8,0 / 0,192 = 41 \text{ рад/с}.$$

Направления угловых скоростей ω_2 и ω_4 определяются направлениями относительных скоростей \vec{V}_{BA} и \vec{V}_{DC} , как это показано на рисунке 1.1.

1.5 План ускорений механизма

Определим ускорение точки А. Так как по условию $\omega_1 = const$, то

$$a_A = a_A^n = l_{OA} \cdot \omega_1^2 = 0,048 \cdot 200^2 = 1920 \text{ м/с}^2.$$

Примем длину отрезка πa , изображающего на чертеже ускорение точки А, равной 38,4 мм. Это число выбираем кратным величине ускорения точки А. Тогда масштабный коэффициент для построения плана ускорений будет следующим:

$$\mu_a = a_A / \pi a = 1920 / 38,4 = 50 \text{ (м/с}^2\text{) / мм}.$$

Изобразим на рисунке 1.1 вектор $\vec{\pi a}$, направленный параллельно ОА (при этом учитывая, что вектор a_A направлен от точки А к точке О). В полюс π плана ускорений поместим точку o , соответствующую неподвижной точке О механизма.

Ускорение точки С по величине равно ускорению точки А. На рисунке 1.1 изобразим вектор $\vec{\pi c}$, изображающий ускорение точки С и направленный параллельно ОС (при этом учитывая, что вектор a_C направлен от точки С к точке О).

Для определения ускорения точки В составим векторное уравнение

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t,$$

где \vec{a}_A – вектор ускорения точки А,

\vec{a}_{BA}^n и \vec{a}_{BA}^t – векторы нормального и касательного ускорений точки В при

вращении звена 2 вокруг точки А. Вектор \vec{a}_{BA}^n направлен параллельно АВ (от точки В к точке А). Вектор \vec{a}_{BA}^t направлен перпендикулярно АВ.

Определим по величине ускорение \vec{a}_{BA}^n .

$$a_{BA}^n = V_{BA}^2 / l_{AB} = 4,8^2 / 0,192 = 120 \text{ м/с}^2.$$

Определим длину вектора \vec{an}_1 , изображающего ускорение \vec{a}_{BA}^n на плане ускорений с учётом масштабного коэффициента.

$$an_1 = a_{BA}^n / \mu_a = 120 / 50 = 2,4 \text{ мм.}$$

Векторное уравнение, связывающее ускорение точек В и А, решим графически. Поместим в точку a на плане ускорений начало вектора \vec{an}_1 , изображающего ускорение \vec{a}_{BA}^n . Через точку n_1 проведём прямую линию перпендикулярную АВ, по которой будет проходить вектор \vec{a}_{BA}^t . Через точку π проведём прямую линию параллельную оси x , по которой проходит вектор \vec{a}_B . Точка пересечения этих прямых даст конец вектора \vec{pb} , изображающего ускорение a_B .

Точку s_2 на плане ускорений найдём по свойству подобия планов из соотношения

$$as_2 = ab \frac{AS_2}{AB} = 33 \frac{16}{48} = 11 \text{ мм,}$$

где as_2 и ab – длины отрезков на плане ускорений,

AS_2 и AB – длины отрезков на плане положения механизма.

Для определения ускорения точки D составим векторное уравнение

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^n + \vec{a}_{DC}^t,$$

где \vec{a}_C – вектор ускорения точки С,

\vec{a}_{DC}^n и \vec{a}_{DC}^t – векторы нормального и касательного ускорений точки D при вращении звена 4 вокруг точки С. Вектор \vec{a}_{DC}^n направлен параллельно CD (от точки D к точке С). Вектор \vec{a}_{DC}^t направлен перпендикулярно CD.

Определим по величине ускорение \vec{a}_{DC}^n .

$$a_{DC}^n = V_{DC}^2 / l_{CD} = 8^2 / 0,192 = 333 \text{ м/с}^2.$$

Определим длину вектора \vec{cn}_2 , изображающего ускорение \vec{a}_{DC}^n на плане ускорений с учётом масштабного коэффициента.

$$cn_2 = a_{DC}^n / \mu_a = 333 / 50 = 6,6 \text{ мм.}$$

Векторное уравнение, связывающее ускорение точек С и D, решим графически. Поместим в точку c на плане ускорений начало вектора \vec{cn}_2 , изображающего ускорение \vec{a}_{DC}^n . Через точку n_2 проведём прямую линию перпендикулярную CD, по которой будет проходить вектор \vec{a}_{DC}^t . Через точку π проведём прямую линию параллельную оси x , по которой проходит вектор \vec{a}_D . Точка пересечения этих прямых даст конец вектора \vec{pd} , изображающего ускорение a_D .

Точку s_4 на плане ускорений найдём по свойству подобия планов из соотношения

$$cs_4 = cd \frac{CS_4}{CD} = 18 \frac{16}{48} = 6 \text{ мм,}$$

Планы положений звеньев механизма,
 $\mu_p = 0,004 \text{ м/мм}$

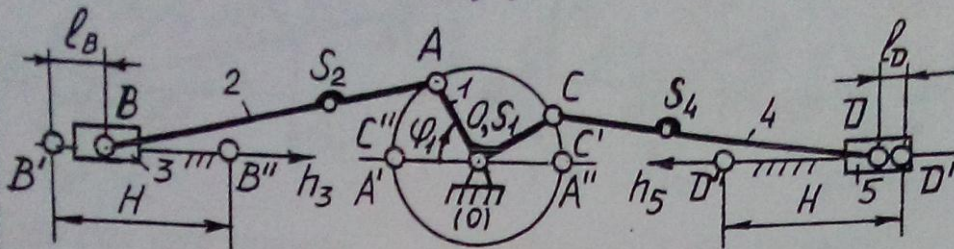
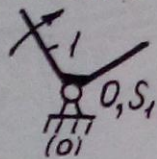
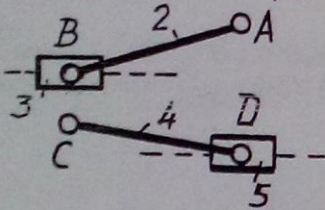


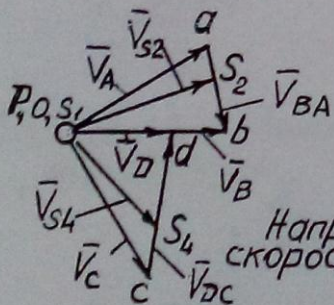
Схема начального звена и стойки



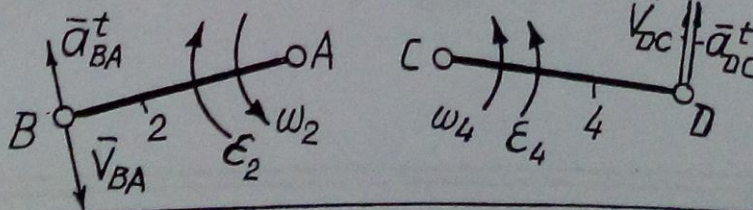
Структурные группы



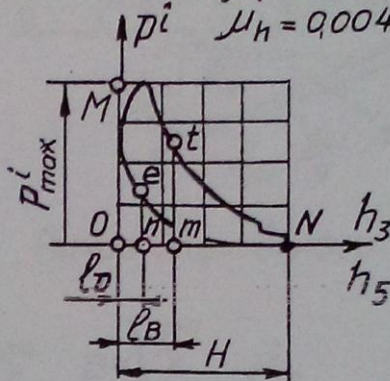
План скоростей,
 $\mu_v = 0,4 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$



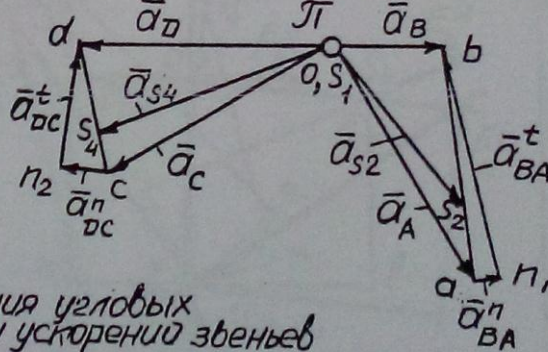
Направления угловых скоростей и ускорений звеньев



Индикаторная диаграмма двигателя,
 $\mu_{pi} = 0,2 \cdot 10^6 \frac{\text{Па}}{\text{мм}}$
 $\mu_h = 0,004 \text{ м/мм}$



План ускорений, $\mu_a = 50 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}$



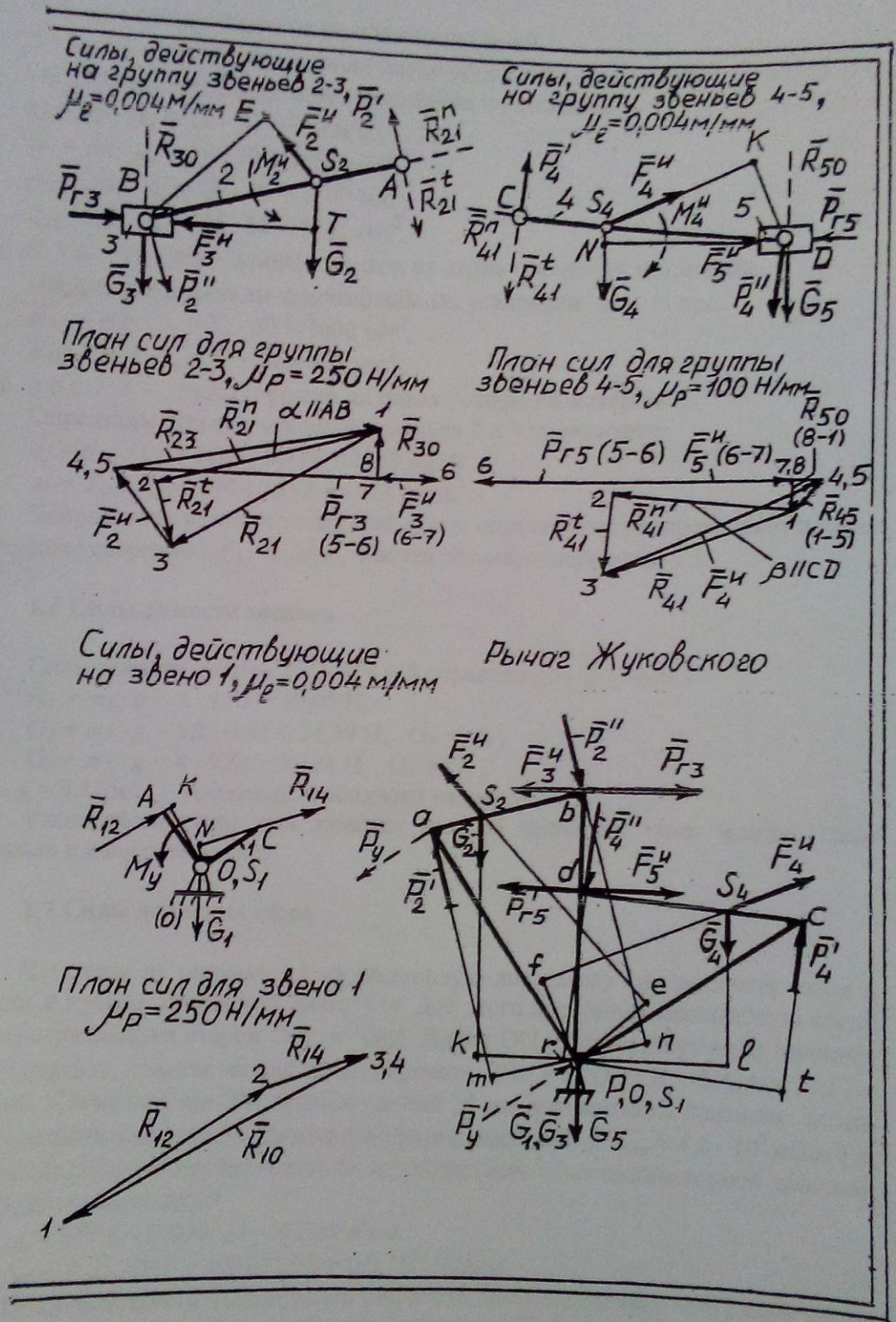


Рисунок 1.1 – Механизм двигателя внутреннего сгорания

где cs_4 и cd – длины отрезков на плане ускорений,

CS_4 и CD – длины отрезков на плане положения механизма.

Определим ускорения точек механизма по величине:

$$a_B = \pi b \cdot \mu_a = 15 \cdot 50 = 750 \text{ м/с}^2,$$

$$a_D = \pi d \cdot \mu_a = 36 \cdot 50 = 1800 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{S_2} = \pi s_2 \cdot \mu_a = 28 \cdot 50 = 1400 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{S_4} = \pi s_4 \cdot \mu_a = 35 \cdot 50 = 1750 \text{ м/с}^2,$$

где πb , πd , πs_2 , πs_4 – длины отрезков на плане ускорений механизма.

Определим величины тангенциальных ускорений \vec{a}_{BA}^t и \vec{a}_{DC}^t .

$$a_{BA}^t = n_1 b \cdot \mu_a = 32 \cdot 50 = 1600 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{DC}^t = n_2 d \cdot \mu_a = 17 \cdot 50 = 850 \text{ м/с}^2,$$

где $n_1 b$ и $n_2 d$ – длины отрезков на плане ускорений механизма.

Определим угловые ускорения звеньев 2 и 4 по величине:

$$\varepsilon_2 = a_{BA}^t / l_{AB} = 1600 / 0,192 = 8333 \text{ рад/с}^2,$$

$$\varepsilon_4 = a_{DC}^t / l_{CD} = 850 / 0,192 = 4427 \text{ рад/с}^2.$$

Направления угловых ускорений ε_2 и ε_4 определяются направлениями касательных ускорений \vec{a}_{BA}^t и \vec{a}_{DC}^t , как это показано на рисунке 1.1.

1.6 Силы тяжести звеньев

Силы тяжести звеньев 1, 2, 3, 4 и 5 определим по формулам:

$$G_1 = m_1 \cdot g = 5 \cdot 9,81 = 49,05 \text{ Н},$$

$$G_2 = m_2 \cdot g = 3,2 \cdot 9,81 = 31,39 \text{ Н}, \quad G_4 = G_2,$$

$$G_3 = m_3 \cdot g = 4 \cdot 9,81 = 39,24 \text{ Н}, \quad G_5 = G_3,$$

где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

Равнодействующие сил тяжести звеньев проходят через центры масс звеньев и направлены вниз.

1.7 Силы давления газов

Построим на рисунке 1.1 индикаторную диаграмму сил давления газов в левом и правом цилиндрах двигателя. Для этого изобразим масштабную сетку (4×4) с размерами сторон ON и OM . Длину ON , соответствующую полному ходу поршня, примем равной длине отрезков $B'B'' = D'D'' = H = 2 \cdot OA = 2 \cdot 12 = 24 \text{ мм}$. Длину отрезка OM примем равной 24 мм, что является кратным заданной максимальной величине индикаторного давления $P_{max}^i = 4,8 \cdot 10^6 \text{ мПа}$. Тогда масштабные коэффициенты по координатным осям индикаторной диаграммы будут следующими.

$$\mu_h = h/ON = 0,096/24 = 0,004 \text{ м/мм},$$

$$\mu_{P_i} = P_{max}^i/OM = 4,8 \cdot 10^6/24 = 0,2 \cdot 10^6 \text{ Па/мм}.$$

Применяя метод копирования рисунков «по клеточкам», изобразим на рисунке 1.1 индикаторную диаграмму двигателя. Отложим на оси абсцисс диаграммы расстояния om и on , которые соответствуют расстояниям l_B и l_D на

плане положений механизма. Через точки n и m на диаграмме проведём прямые линии параллельные оси ординат до пересечения в точках e и t с индикаторной диаграммой. Точка e соответствует давлению в правом цилиндре двигателя на такте сжатия, а точка t - давлению в левом цилиндре на такте расширения.

Определим индикаторные давления в левом и правом цилиндрах двигателя.

$$P^i_3 = mt \cdot \mu_{Pi} = 15 \cdot 0,2 \cdot 10^6 = 3 \cdot 10^6 \text{ Па},$$

$$P^i_5 = ne \cdot \mu_{Pi} = 8 \cdot 0,2 \cdot 10^6 = 1,6 \cdot 10^6 \text{ Па},$$

где mt и ne - длины отрезков (мм) на индикаторной диаграмме.

Определим площади поршней 3 и 5.

$$F_{П3} = F_{П5} = \pi d^2 / 4 = 3,14 \cdot 0,008^2 / 4 = 0,005 \text{ м}^2,$$

где d - диаметр поршня.

Определим силы давления газов на поршни 3 и 5, соответственно.

$$P_{Г3} = F_{П3} \cdot P^i_3 = 0,005 \cdot 3 \cdot 10^6 = 15000 \text{ Н},$$

$$P_{Г5} = F_{П5} \cdot P^i_5 = 0,005 \cdot 1,6 \cdot 10^6 = 8000 \text{ Н}.$$

1.8 Силы инерции звеньев

Звено 1 вращается равномерно вокруг неподвижной точки O , совпадающей с центром масс S_1 . Следовательно, главный вектор и главный момент сил инерции звена 1 равны нулю.

Звено 2 совершает сложное движение. Главный вектор сил инерции звена 2 определяется формулой

$$\vec{F}^u_2 = -m_2 \cdot \underline{a}_{S2}.$$

Главный вектор \vec{F}^u_2 проходит через центр масс S_2 звена 2 и направлен противоположно ускорению \underline{a}_{S2} . Определим величину главного вектора сил инерции звена 2.

$$F^u_2 = m_2 \cdot a_{S2} = 3,2 \cdot 1400 = 4480 \text{ Н}.$$

Главный момент сил инерции звена 2 определяется уравнением

$$\vec{M}^u_2 = -J_{S2} \cdot \underline{\varepsilon}_2.$$

Направление главного момента \vec{M}^u_2 противоположно угловому ускорению $\underline{\varepsilon}_2$. Определим главный момент сил инерции звена 2 по величине:

$$M^u_2 = J_{S2} \cdot \varepsilon_2 = 0,014 \cdot 8333 = 116,6 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Заменим главный момент сил инерции \vec{M}^u_2 парой сил \vec{P}'_2 и \vec{P}''_2 , которые приложим в точках A и B , направив их перпендикулярно AB .

$$\text{Причем } P'_2 = P''_2 = M^u_2 / l_{AB} = 116,6 / 0,192 = 607,2 \text{ Н}.$$

Направление момента пары сил \vec{P}'_2 и \vec{P}''_2 совпадает с направлением главного момента сил инерции \vec{M}^u_2 .

Звено 3 движется поступательно. Главный вектор сил инерции звена 3 определяется формулой $\vec{F}^u_3 = -m_3 \cdot \underline{a}_B$. Главный вектор сил инерции \vec{F}^u_3 проходит через центр масс B и направлен противоположно ускорению \underline{a}_B .

Определим главный вектор сил инерции звена 3 по величине.

$$F_3^u = m_3 \cdot a_B = 4 \cdot 750 = 3000 \text{ Н.}$$

Главный момент сил инерции звена 3 равен нулю, так как угловое ускорение звена 3 отсутствует.

Звено 4 совершает сложное движение. Главный вектор сил инерции звена 4 определяется формулой

$$\vec{F}_4^u = -m_4 \cdot \vec{a}_{S_4}.$$

Главный вектор \vec{F}_4^u проходит через центр масс S_4 звена 4 и направлен противоположно ускорению \vec{a}_{S_4} . Определим величину главного вектора сил инерции звена 4

$$F_4^u = m_4 \cdot a_{S_4} = 3,2 \cdot 1750 = 5600 \text{ Н.}$$

Главный момент сил инерции звена 4 определяется уравнением

$$\vec{M}_4^u = -J_{S_4} \cdot \vec{\varepsilon}_4.$$

Направление главного момента \vec{M}_4^u противоположно угловому ускорению $\vec{\varepsilon}_4$. Определим главный момент сил инерции звена 4 по величине:

$$M_4^u = J_{S_4} \cdot \varepsilon_4 = 0,014 \cdot 4427 = 61,9 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Заменим главный момент сил инерции \vec{M}_4^u парой сил \vec{P}'_4 и \vec{P}''_4 , которые приложим в точках С и D, направив их перпендикулярно CD.

$$\text{Причем } P'_{4C} = P''_{4D} = M_4^u / l_{CD} = 4 / 0,3 = 13,3 \text{ Н}$$

Направление момента пары сил \vec{P}'_4 и \vec{P}''_4 совпадает с направлением главного момента сил инерции \vec{M}_4^u .

Звено 5 движется поступательно. Главный вектор сил инерции звена 5 определяется формулой $\vec{F}_5^u = -m_5 \cdot \vec{a}_D$. Главный вектор сил инерции \vec{F}_5^u проходит через центр масс D и направлен противоположно ускорению \vec{a}_D .

Определим главный вектор сил инерции звена по величине:

$$F_5^u = m_5 \cdot a_D = 4 \cdot 1800 = 7200 \text{ Н.}$$

Главный момент сил инерции звена 5 равен нулю, так как угловое ускорение звена 5 отсутствует.

1.9 Силовой анализ структурной группы звеньев 4 и 5

Изобразим на рисунке 1.1 отдельно схему структурной группы звеньев 4 и 5, с учетом масштабного коэффициента $\mu_l = 0,004 \text{ м/мм}$. На схеме покажем все внешние силы, действующие на звенья 4 и 5. Действия отброшенных звеньев заменяем реакциями \vec{R}_{41} и \vec{R}_{50} . Реакция \vec{R}_{50} стойки на звено 5 проходит через точку D и направлена перпендикулярно оси x. Реакция \vec{R}_{41} звена 1 на звено 4 проходит через центр шарнира С. Направление реакции \vec{R}_{41} неизвестно. Разложим реакцию \vec{R}_{41} на составляющие:

$$\vec{R}_{41} = \vec{R}^n_{41} + \vec{R}^t_{41},$$

где \vec{R}^n_{41} направим по линии CD, а \vec{R}^t_{41} — перпендикулярно CD.

Составим уравнение равновесия звена 4 в виде суммы моментов сил относительно точки D

$$\sum M_D(4) = R^t_{41} \cdot CD - P'_4 \cdot CD - F_4^u \cdot DK + G_4 \cdot DN = 0,$$

откуда

$$R_{41}^t = (P_{41}^t \cdot CD + F_{41}^u \cdot DK - G_4 \cdot DN) / CD =$$

$$= (332,39 \cdot 48 + 5600 \cdot 15 - 31,39 \cdot 32) / 48 = 2061 \text{ Н},$$

где CD , DK и DN – плечи сил, измеренные на чертеже, мм.

Величина R_{41}^t здесь получилась положительной, следовательно, принятое предварительно направление \bar{R}_{41}^t и её момент относительно точки В оказались верными. В противном случае пришлось бы изменить направление \bar{R}_{41}^t на противоположное.

Составим векторное уравнение равновесия системы сил, действующих на группу звеньев 4 и 5 в целом:

$$\bar{R}_{41}^n + \bar{R}_{41}^t + \bar{F}_4^u + \bar{G}_4 + \bar{P}_{Г5} + \bar{F}_5^u + \bar{G}_5 + \bar{R}_{50} = 0.$$

1-2 2-3 3-4 4-5 5-6 6-7 7-8 8-1

Векторы сил \bar{P}_4 и \bar{P}_4^n не включены в уравнение равновесия группы т.к. их сумма равна нулю.

Здесь цифрами 1, 2, 3 и т.д. обозначены начала и концы векторов сил.

Неизвестные величины \bar{R}_{41}^n и \bar{R}_{50} помещены в этом уравнении на первое и последнее места. Для нахождения \bar{R}_{41}^n и \bar{R}_{50} данное векторное уравнение решим графически, путем построения плана сил.

Примем масштабный коэффициент $\mu_p = 100 \text{ Н/мм}$. Определим длины отрезков, изображающих векторы сил на чертеже:

$$/2-3/ = R_{41}^t / \mu_p = 2061 / 100 = 20,6 \text{ мм},$$

$$/3-4/ = F_4^u / \mu_p = 5600 / 100 = 56 \text{ мм},$$

$$/4-5/ = G_4 / \mu_p = 31,39 / 100 = 0,3 \text{ мм},$$

$$/5-6/ = P_{Г5} / \mu_p = 8000 / 100 = 80 \text{ мм},$$

$$/6-7/ = F_5^u / \mu_p = 7200 / 100 = 72 \text{ мм},$$

$$/7-8/ = G_5 / \mu_p = 39,24 / 100 = 0,4 \text{ мм}.$$

Для построения плана сил, действующих на группу звеньев 4 и 5, проведём на рисунке 1.1 прямую линию β параллельно CD . На прямой β выберем произвольную точку 2, в которую поместим начало вектора $\bar{2-3}$, изображающего реакцию \bar{R}_{41}^t . В точку 3, т.е. конец вектора $\bar{2-3}$, поместим начало следующего вектора $\bar{3-4}$, изображающего силу \bar{F}_4^u . Аналогичным образом выполним сложение векторов $\bar{4-5}$, $\bar{5-6}$, $\bar{6-7}$ и $\bar{7-8}$, сохраняя последовательность их расположения на плане сил такой же, как и в уравнении равновесия группы. Затем через точку 8, т.е. конец вектора $\bar{7-8}$, проведём прямую линию перпендикулярно оси x до пересечения с линией β в точке 1. Точка 1 будет являться концом вектора $\bar{8-1}$, изображающего реакцию \bar{R}_{50} и началом вектора $\bar{1-2}$, изображающего реакцию \bar{R}_{41}^n .

На построенном, таким образом, плане сил проведём вектор $\bar{1-3}$, изображающий реакцию \bar{R}_{41} как сумму векторов \bar{R}_{41}^n и \bar{R}_{41}^t .

Из условия равновесия звена 4 следует:

$$\bar{R}_{41} + \bar{F}_4^u + \bar{G}_4 + \bar{R}_{45} = 0,$$

1-3 3-4 4-5 5-1

где \bar{R}_{45} – реакция, действующая на звено 4 со стороны звена 5, проходящая через центр шарнира D.

Соединив на плане сил точки 5 и 1, получим вектор $\bar{5-1}$, изображающий реакцию \bar{R}_{45} . Определим реакции \bar{R}_{41} , \bar{R}_{50} и \bar{R}_{45} по величине:

$$R_{41} = /1-3/ \cdot \mu_p = 45 \cdot 100 = 4500 \text{ Н,}$$

$$R_{50} = /8-1/ \cdot \mu_p = 6 \cdot 100 = 600 \text{ Н,}$$

$$R_{45} = /5-1/ \cdot \mu_p = 8 \cdot 100 = 800 \text{ Н,}$$

где $/1-3/$, $/8-1/$, $/5-1/$ – длины векторов на плане сил, мм.

1.10 Силовой анализ структурной группы звеньев 2 и 3

Изобразим на рисунке 1.1 отдельно схему структурной группы звеньев 2 и 3, с учетом масштабного коэффициента $\mu_l = 0,004 \text{ м/мм}$. На схеме покажем все внешние силы, действующие на звенья 2 и 3. Действия отброшенных звеньев заменяем реакциями \bar{R}_{21} и \bar{R}_{30} . Реакция \bar{R}_{30} стойки на звено 3 проходит через точку B и направлена перпендикулярно оси x. Реакция \bar{R}_{21} звена 1 на звено 2 проходит через центр шарнира A. Направление реакции \bar{R}_{21} неизвестно. Разложим реакцию \bar{R}_{21} на составляющие:

$$\bar{R}_{21} = \bar{R}_{21}^n + \bar{R}_{21}^t,$$

где \bar{R}_{21}^n направим по линии AB, а \bar{R}_{21}^t – перпендикулярно AB.

Составим уравнение равновесия звена 2 в виде суммы моментов сил относительно точки B.

$$\sum M_B(2) = R_{21}^t \cdot AB - P_2'' \cdot AB - F_2^u \cdot BE + G_2 \cdot BT = 0,$$

откуда

$$R_{21}^t = (P_2'' \cdot AB + F_2^u \cdot BE - G_2 \cdot BT) / AB = \\ = (607,2 \cdot 48 + 4480 \cdot 29 - 31,39 \cdot 32) / 48 = 3294,2 \text{ Н,}$$

где AB, BE и BT – плечи сил, измеренные на чертеже, мм.

Величина R_{21}^t здесь получилась положительной, следовательно, принятое предварительно направление \bar{R}_{21}^t и её момент относительно точки B оказались верными. В противном случае пришлось бы изменить направление \bar{R}_{21}^t на противоположное.

Составим векторное уравнение равновесия системы сил, действующих на группу звеньев 2 и 3 в целом:

$$\bar{R}_{21}^n + \bar{R}_{21}^t + \bar{F}_2^u + \bar{G}_2 + \bar{P}_{Г3} + \bar{F}_3^u + \bar{G}_3 + \bar{R}_{30} = 0.$$

$$1-2 \quad 2-3 \quad 3-4 \quad 4-5 \quad 5-6 \quad 6-7 \quad 7-8 \quad 8-1$$

Векторы сил \bar{P}_2 и \bar{P}_2'' не включены в уравнение равновесия группы т.к. их сумма равна нулю.

Здесь цифрами 1, 2, 3 и т.д. обозначены начала и концы векторов сил.

Неизвестные величины \bar{R}_{21}^n и \bar{R}_{30} помещены в этом уравнении на первое и последнее места. Для нахождения \bar{R}_{21}^n и \bar{R}_{30} данное векторное уравнение решим графически, путем построения плана сил.

Примем масштабный коэффициент $\mu_P = 250 \text{ Н/мм}$. Определим длины отрезков, изображающих векторы сил на чертеже:

$$/2-3/ = R'_{21} / \mu_P = 3294,2 / 250 = 13,18 \text{ мм},$$

$$/3-4/ = F''_2 / \mu_P = 4480 / 250 = 17,9 \text{ мм},$$

$$/4-5/ = G_2 / \mu_P = 31,39 / 250 = 0,1 \text{ мм},$$

$$/5-6/ = P_{Г3} / \mu_P = 15000 / 250 = 60 \text{ мм},$$

$$/6-7/ = F''_3 / \mu_P = 3000 / 250 = 12 \text{ мм},$$

$$/7-8/ = G_3 / \mu_P = 39,24 / 250 = 0,1 \text{ мм}.$$

Для построения плана сил, действующих на группу звеньев 4 и 5, проведём на рисунке 1.1 прямую линию α параллельно АВ. На прямой α выберем произвольную точку 2, в которую поместим начало вектора $\bar{2}-3$, изображающего реакцию \bar{R}'_{21} . В точку 3, т.е. конец вектора $\bar{2}-3$, поместим начало следующего вектора $\bar{3}-4$, изображающего силу \bar{F}''_2 . Аналогичным образом выполним сложение векторов $\bar{4}-5$, $\bar{5}-6$, $\bar{6}-7$ и $\bar{7}-8$, сохраняя последовательность их расположения на плане сил такой же, как и в уравнении равновесия группы. Затем через точку 8, т.е. конец вектора $\bar{7}-8$, проведём прямую линию перпендикулярно оси x до пересечения с линией α в точке 1. Точка 1 будет являться концом вектора $\bar{8}-1$, изображающего реакцию \bar{R}_{30} и началом вектора $\bar{1}-2$, изображающего реакцию \bar{R}'_{21} .

На построенном таким образом плане проведём вектор $\bar{1}-3$, изображающий реакцию \bar{R}_{21} как сумму векторов \bar{R}'_{21} и \bar{R}'_{21} .

Из условия равновесия звена 4 следует:

$$\bar{R}_{21} + \bar{F}''_2 + \bar{G}_2 + \bar{R}_{23} = 0,$$

$$1-3 \quad 3-4 \quad 4-5 \quad 5-1$$

где \bar{R}_{23} – реакция, действующая на звено 2 со стороны звена 3, проходящая через центр шарнира В.

Соединив на плане сил точки 5 и 1, получим вектор $\bar{5}-1$, изображающий реакцию \bar{R}_{23} . Определим реакции \bar{R}_{21} , \bar{R}_{30} и \bar{R}_{23} по величине:

$$R_{21} = /1-3/ \cdot \mu_P = 44 \cdot 250 = 11000 \text{ Н},$$

$$R_{30} = /8-1/ \cdot \mu_P = 9 \cdot 250 = 2250 \text{ Н},$$

$$R_{23} = /5-1/ \cdot \mu_P = 50 \cdot 250 = 12500 \text{ Н},$$

где $/1-3/$, $/8-1/$, $/5-1/$ – длины векторов на плане сил, мм.

1.11 Силовой расчет начального звена

Изобразим на рисунке 1.1 схему начального звена 1, входящего в кинематическую пару со стойкой. Масштабный коэффициент построений примем $\mu_l = 0,004 \text{ м/мм}$. На звено 1 действуют силы: \bar{R}_{12} – реакция со стороны отброшенного звена 2, \bar{R}_{14} – реакция со стороны отброшенного звена 4, R_{10} – реак-

ция со стороны стойки, \bar{G}_1 – сила тяжести звена 1, M_Y – уравновешивающий момент. Реакция \bar{R}_{12} проходит через точку А. Причём $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$, т.е. \bar{R}_{12} равна по величине и противоположно направлена реакции \bar{R}_{21} .

Реакция \bar{R}_{14} проходит через точку С. Причём $\bar{R}_{14} = -\bar{R}_{41}$ т.е. \bar{R}_{14} равна по величине и противоположно направлена реакции \bar{R}_{41} .

Сила тяжести \bar{G}_1 проходит через центр масс S_1 , совпадающий с центром вращения звена, и направлена вниз. Реакция \bar{R}_{10} проходит через точку О. Направление и величина реакции \bar{R}_{10} неизвестны. Направление и величина уравновешивающего момента сил M_Y также подлежат определению.

Составим векторное уравнение равновесия системы сил, действующих на звено 1

$$\bar{R}_{12} + \bar{R}_{14} + \bar{G}_1 + \bar{R}_{10} = 0,$$

$$1-2 \quad 2-3 \quad 3-4 \quad 4-1$$

где цифрами 1, 2, 3 и 4 обозначены начала и концы векторов сил.

Для определения неизвестной реакции \bar{R}_{10} векторное уравнение равновесия звена решим графически путем построения плана сил. Примем масштабный коэффициент $\mu_p = 250$ Н/мм. Определим длины векторов, изображающих силы на чертеже:

$$/1-2/ = R_{12} / \mu_p = 11000 / 250 = 44 \text{ мм},$$

$$/2-3/ = R_{14} / \mu_p = 4500 / 250 = 18 \text{ мм},$$

$$/3-4/ = G_1 / \mu_p = 49,05 / 250 = 0,2 \text{ мм}.$$

Выполним на рисунке 1.1 геометрическое сложение векторов $\bar{1-2}$, $\bar{2-3}$ и $\bar{3-4}$, входящих в уравнение равновесия звена 1.

Точки 4 и 1 на плане сил соединим прямой линией. Вектор $\bar{4-1}$ изображает реакцию \bar{R}_{10} . Величина реакции \bar{R}_{10} будет следующей:

$$R_{10} = /4-1/ \cdot \mu_p = 60 \cdot 250 = 15000 \text{ Н}.$$

Для определения уравновешивающего момента M_Y , приложенного к звену 1, составим уравнение равновесия в виде суммы моментов сил, действующих на звено 1, относительно точки О.

$$\sum M_O(1) = M_Y - R_{12} \cdot l_{OK} - R_{14} \cdot l_{ON} = 0,$$

откуда

$$M_Y = R_{12} \cdot l_{OK} + R_{14} \cdot l_{ON} = 11000 \cdot 0,048 + 4500 \cdot 0,012 = 582 \text{ Н·м}.$$

$$\text{Здесь } l_{OK} = OK \cdot \mu_l = 12 \cdot 0,004 = 0,048 \text{ м},$$

$$l_{ON} = ON \cdot \mu_l = 3 \cdot 0,004 = 0,012 \text{ м},$$

где OK – длина перпендикуляра, опущенного из точки О на линию действия силы \bar{R}_{12} (плечо силы \bar{R}_{12}),

ON – длина перпендикуляра, опущенного из точки О на линию действия силы \bar{R}_{14} (плечо силы \bar{R}_{14}).