Индивидуальные домашние задания по квантовой механике

1. Вычислите вероятность нахождения одномерного гармонического осциллятора в области, недоступной для него с точки зрения классической физики. Проведите 2 расчёта - для основного состояния и для какого-нибудь сильно возбужденного состояния (в последнем случае выкладки можно провести на компьютере)

2. Сформулируйте условие появления не менее 4 энергетических уровней в одномерной прямоугольной потенциальной яме

3. Волновая функция частицы имеет вид: $C e^{-r} (x+y+3z)$. Является ли она собственной для операторов L2 и Lz ? Определите распределение по орбитальному и магнитному квантовому числу для такого состояния, т.е. возможные значения *l*, *m* и их вероятности.

4. Вычислите силу, с которой давит на стенки частица внутри непроницаемой сферической полости, находясь в своем *основном состоянии*.

5. В твердых телах электроны и дырки могут образовывать связанные состояния – экситоны. Рассчитайте энергетический спектр экситона в веществе с диэлектрической проницаемостью ******.

6. Вычислите среднее значение квадрата координаты для стационарных состояний частицы, совершающей одномерное движение между непроницаемыми стенками. Сравните полученные результаты с *классическим* решением.

7. Получите уравнение непрерывности и формулу для плотности тока в магнитном поле.

8. Решите стационарное уравнение Шрёдингера для частицы внутри бесконечного цилиндра с непроницаемыми стенками.

x

U (x)

9. Сформулируйте условие появления N дискретных уровней энергии в полубесконечной одномерной потенциальной яме (см. рис.)

10. Классифицируйте по значениям орбитального квантового числа состояния, отвечающие двум нижним уровням энергии трехмерного изотропного гармонического осциллятора.

11. Вычислите для электрона в атоме водорода вероятность нахождения в области пространства, недоступной для него с точки зрения классической физики. Проведите расчет для основного состояния и для состояния с n = 10 (в последнем случае выкладки можно провести на компьютере).

12. Получите выражение для оператора координаты в импульсном представлении. Опираясь на полученный результат, исследуйте стационарное уравнение Шредингера для заряженной частицы, разгоняющейся в постоянном электрическом поле.

13. Когерентным состоянием осциллятора называется собственное состояние оператора уничтожения: $\hat{a} \left.|φ\_{λ}\right〉= λ \left.|φ\_{λ}\right〉$.

а) Получите явное выражение для волновой функции $φ\_{λ}(x)$ в координатном представлении;

б) Является ли такое состояние стационарным ? Если нет, то как с течением времени изменяется плотность вероятности $\left|φ\_{λ}(x, t)\right|^{2}$ ?

в) Найдите зависимость от времени для среднего значения координаты осциллятора в когерентном состоянии.

*Примечание*:

* вопросы (а-в) составляют три независимые задачи, которые могут распределить между собой три человека.

14. Вычислите распределение электростатического потенциала и напряженности электрического поля, порождаемого атомом водорода в основном состоянии. Исследуйте полученное решение в предельных случаях: 1) $r\ll a\_{Б}$ ; 2) $r\gg a\_{Б}$ .

15. В однородном магнитном поле, параллельном оси ***z***, находится электрон. Измерения показали, что в начальный момент времени спин электрона был направлен по оси ***x***. Вычислите вероятности того, что при t > 0 электрон будет обнаружен в состояниях с: а) Sx = +1 / 2; б) Sx = – 1 / 2; в) Sz = +1 / 2.

16. Имеется 3 прибора, реализующих эксперимент Штерна-Герлаха и производящих сортировку электронов по ориентациям спина:

а) первый прибор пропускает электроны с Sz = +1 / 2 и отсеивает электроны с Sz= – 1 / 2$;

б) второй прибор пропускает электроны с Sn = 1 / 2$ и отсеивает электроны с Sn = – 1 / 2, где Sn – значения проекции спина на ось ***n***, составляющей определённый угол ** с осью ***z***;

в) третий прибор пропускает электроны с Sz = – 1 / 2$ и отсеивает электроны с Sz = +1 / 2.

Если подать на первый прибор пучок электронов с Sz = +1 /2, какая доля электронов выйдет из третьего прибора ? Как нужно подобрать угол ** во втором приборе, чтобы интенсивность пучка на выходе была максимальной ?

17. Определите энергетический спектр и стационарные волновые функции системы с потенциальной энергией:

$$U= \left\{\begin{array}{c}\infty , x\leq 0\\\frac{m ω^{2}x^{2}}{2}, x>0\end{array}\right.$$

(справа - осциллятор, слева - стенка). Вычислите среднее значение координаты для основного

состояния.

18. Два *электрона* зафиксированы в соседних узлах кристаллической решетки. Обменное взаимодействие между ними описывается гамильтонианом Гайзенберга: $J \left(S\_{1}∙S\_{2}\right)$. К системе приложено однородное постоянное магнитное поле. Найдите энергетический спектр системы.

19. Рассматривается система электронов, находящихся в состоянии с Sn = + 1/2, где Sn – проекция спина на направление, составляющее угол ** с осью ***z***. Пусть измеряется Sx. Какова вероятность получить результат Sx = 1/2 ? Вычислите дисперсию величины Sx. Как ведут себя полученные результаты при ** = 0, ** / 2 и ** ?

20. На сколько процентов различается энергия основного состояния и среднее расстояние между электроном и ядром в атомах “обычного” водорода и дейтерия ?

21. Решите уравнение Шредингера для двумерного изотропного гармонического осциллятора в полярной системе координат.