МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.К. МАНЖОСОВ

РАСЧЕТ СТЕРЖНЯ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ - СЖАТИИ

УЛЬЯНОВСК 2001

УДК 539.9(076)
ББК30.12я7
М23

Манжосов В.К.
Расчет стержня при растяжении-сжатии: Методические указания.-Ульяновск: УлГТУ,2001.-20с.

Методические указания составлены в соответствии с учебными программами по дисциплинам «Сопротивление материалов» и «Механика деформируемого твердого тела» для направлений 55.29 - «Технология, оборудование и автоматизация машиностроительных производств », 55.14 - « Наземные транспортные системы », 55.01 - « Строительство ».

Указания предназначены для выполнения расчетно-проектировочных и контрольных заданий, предусмотренных рабочими программами по дисциплинам.

Работа подготовлена на кафедре «Теоретическая и прикладная механика».

УДК 539.9(076)
ББК30.12я7

Рецензен[1] канд. техн. наук , доцент И.Н. Карпунина

Одобрено секцией методических пособий
научно-методического совета университета.

Учебное издание
МАНЖОСОВ Владимир Кузьмин
Расчет стержня при растяжении - сжатии
Методические указания
Редактор Н.А. Евдокимова

дцписано в печать 17.09.2001. Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 1,17ГУч.-изд. л. 1,00. Тираж 150 экз. Заказ ***W6***
Ульяновский государственный технический университет,
432027, Ульяновск, Сев. Венец, 32.
Типография УлГТУ, 432027, Сев. Венец, 32

© Оформление. УлГТУ, 2001

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение. . . 4

Задание: Расчет стержня при растяжении сжатии. 4

Пример расчета.. 4

1. Определение продольной силы N в поперечных сечениях стержня. 5
2. Определение нормальных напряжений в поперечных сечениях стержня при растяжении - сжатии.. 9
3. Определение перемещений поперечных сечений стержня при растяжении - сжатии.. 12

Заключение 16

Список литературы 16

Приложение 17

Расчет стержня при растяжении-сжатии

Введение

Тема «Расчет стержня при растяжении-сжатии» - начальный раздел лекционного курса и практических занятий по сопротивлению материалов, когда студент впервые сталкивается с вопросами определения внутренних сил, напряжений и деформаций в поперечных сечениях стержней, расчета их на прочность.

Под центральным растяжением-сжатием понимается такой вид нагружения стержня, при котором в его поперечных сечениях возникают только продольные силы, а остальные внутренние силовые факторы равны нулю. Чтобы стержень испытывал растяжение-сжатие, необходимо, чтобы равнодействующие внешних сил, приложенных к стержню, действовали вдоль его продольной оси.

Расчет стержня при растяжении - сжатии предполагает определение продольных сил TV в поперечных сечениях стержня, определение нормальных напряжений а в поперечных сечениях, определение продольных перемещений "u" поперечных сечений.

Задание : Расчет стержня при растяжении-сжатии

Техническое задание:

Стальной стержень ($E=2\text{-}10^5$ МПа) защемлен одним концом, нагружен равномерно распределённой нагрузкой интенсивности q и сосредоточенными силами P_1 P_2, P_3

Схемы нагружения стержня представлены на рис.9, рис. 10 (см. приложение). Стержни имеют участки различной длины (a, b и c) и различную площадь поперечных сечений на этих участках (A_{max} , A_{min} ,A_{cp}). Исходные данные, определяющие силы P_1, P_2, P_3, интенсивность распределенной нагрузки q, площадь поперечных сечений A_{max} , A_{min} ,A_{Cp} ,длину участков a, b и c, представлены в табл. 1 (см. приложение).

Требуется:

1. Определить продольные силы N в поперечных сечениях стержня, построить эпюру продольных сил.
2. Определить нормальные напряжения а в поперечных сечениях стержня, построить эпюру нормальных напряжений.
3. При заданном допускаемом напряжении [а] = 160 МПа проверить обеспечение прочности стержня.
4. Найти перемещение свободного торца стержня.

Пример расчета:

Стальной стержень *(E = 2*- 10^5МПа) защемлен в сечении *A* (рис. 1,а), на-

Стальной стержень гружен равномерно распределенной нагрузкой интенсивности *q* и сосредо точенными силами P_1, P_2, P_3. Стержень имеет участки различной длины *(a, o, c* и *d)* и различную площадь поперечных сечений на этих участках (A_1, A_2, A_3 и Л4). Требуется:

а) Определить продольные силы *N* в поперечных сечениях стержня. Построить эпюру продольных сил.

б) Определить нормальные напряжения в поперечных сечениях стержня, построить эпюру нормальных напряжений.

в) При заданном допускаемом напряжении Гст] = 160МПа проверить обеспечение прочности стержня.

г) Найти изменение длины Aw стержня при нагружении.

Исходные данные:

$$a = 0{,}2\,\text{м};\ b = 0{,}2\,\text{м};\ c = 0{,}6\,\text{м};\ d = 0{,}4\,\text{м};\ A_1 = 2\,\text{см}^2,\ A_2 \quad 2\,\text{см}^2$$

$$A_3 = 1\,\text{см}^2,\ A_4 = 0{,}5\,\text{см}^2$$

$$P_1 = 20\ \text{кН},\ P_2 = 10\ \text{кН}\ \ P_3 = 5\ \text{кН},\ q = 20\ \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$

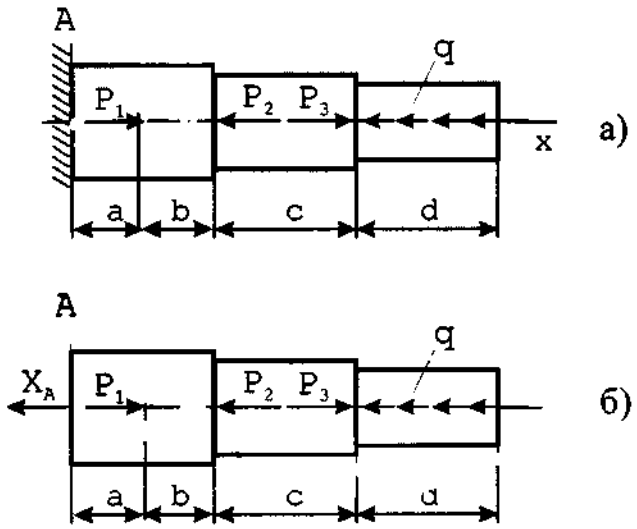


Рис.

Решение:

1. Определение продольной силы N в поперечных сечениях стержня.

При расчете стержня необходимо отбросить внешние связи (закрепление в сечении *А)* и действие отброшенной связи заменить неизвестной реакцией X_A (рис. 1,6), которую следует направить вдоль продольной оси от сечения *А*.

Никаких других составляющих реакции связи изображать не будем, так как все заданные внешние силы действуют вдоль продольной оси *x,* их проекции на другие координатные оси , кроме оси л:, равны нулю. Равны нулю и моменты этих сил относительно координатных осей *x, y* и z (оси *y* и z и лежат в плоскости поперечного сечения стержня и пересекают продольную ось *x* стержня).

следующий этап расчета связан с определением неизвестной реакции связи X_A. Из условия равновесия стержня запишем уравнение равновесия: сумма проекций на ось л; сил, действующих на стержень, равна нулю:

$$\sum X_i = 0 \text{ или } -X_A + P_1 - P_2 + P_3 - qd = 0, \quad \text{o}$$

$$X_A = P_1 - P_2 + P_3 - qd.$$

$$X_A = 20 - 10 + 5 - 20 \cdot 0{,}4 = 7 \text{ кН}.$$

(1) Учитывая исходные данные, получим

Далее приступаем к определению продольных сил *N* в поперечных сечениях стержня на каждом его участке. Границами участков являются сечения, где приложены сосредоточенные силы, где начало и конец распределенной нагрузки, где сечение стержня скачкообразно меняет свою продольную жесткость. На рис. 1 стержень имеет 4 участка : *а, Ь, с* и *d.* Положение поперечных сечений на первом участке определяется координатой 0<jci <*a,* на втором

участке - $0<x_2<b$, на третьем участке - 0<лг$_3$ ^c, на четвертом участке - $0<x_4<d$.

Используя метод сечений, рассечем стержень сечением I-I в пределах 1-го участка(рис. 2,а) и отбросим какую-либо его часть (либо до сечения, либо после), заменяя действие отброшенной части неизвестной реакцией связи - продольной силой N_l.

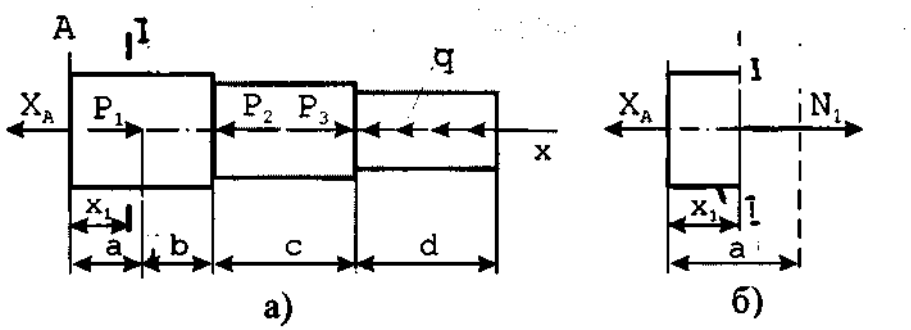


Рис. 2

На рис.2,6 показана часть стержня до сечения I-I, а действие отброшенной части стержня после сечения I-I заменено продольной силой Л^ , которая направлена от сечения. Положение сечения I-I определяется координатой x_l. Так как это положение произвольно в пределах 1-го участка, то $0<x_l<a$.

Условие равновесия части стержня (рис. 2,6) с действующими на эту часть силами запишем в виде

$$\sum X_i = 0 \text{ или } -X_A + N_1 = 0,\ 0 \le x_1 \le a,$$

откуда

$$N_1 = X_A,\ 0 \le x_1 \le a \quad . \qquad (2)$$

Учитывая, что X_A = 7 кН, имеем $N_l = 1$ кН, $0<x^{\wedge}<a$. Из равенства (2) следует, что продольная сила $N^{\wedge}$ в любом поперечном сечении 1-го участка ($0<x_l<a$) есть величина постоянная и равна X_A.

Для определения продольной силы N_2 в поперечных сечениях 2-го уча стка стержня рассечем стержень сечением П-П (рис. 3,а) на втором участке. Положение сечения П-П произвольно в пределах второго участка и определя ется координатой x_2 $(0 \le x_2 \le b)$. Отбросим вновь какую-либо часть стержня, заменяя действие отброшенной части продольной силой N_2.

$$\sum X_i = 0 \text{ или } -X_A + P_1 + N_2 = 0,\ 0 \le x_2 \le b,$$
$$N_2 = X_A - P_1,\ 0 \le x_2 \le b$$

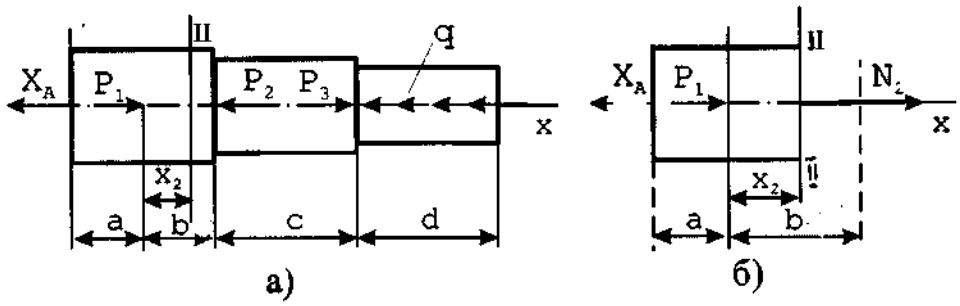


Рис. 3

На рис. 3,6 показана часть стержня до сечения П-П, а действие отброшенной части стержня после сечения П-П заменено продольной силой N_2, которая направлена от сечения. Условие равновесия оставшейся части стержня (рис.3,б) запишем в виде

откуда

(3) Учитывая значения X_A и P_1, получим $N_2 = 7 - 20 = -13$ кН, $0 \le x_2 \le b$.

Для определения продольной силы N_3 в поперечных сечениях 3-го участка рассечем стержень сечением Ill-Ill (рис.4,а) на 3-м участке. Положение сечения Ill-Ill произвольно и определяется координатой x_3 $(0 < x_3 < c)$. Отбросим вновь какую-либо часть стержня, заменяя действие отброшенной части продольной силой JV,.

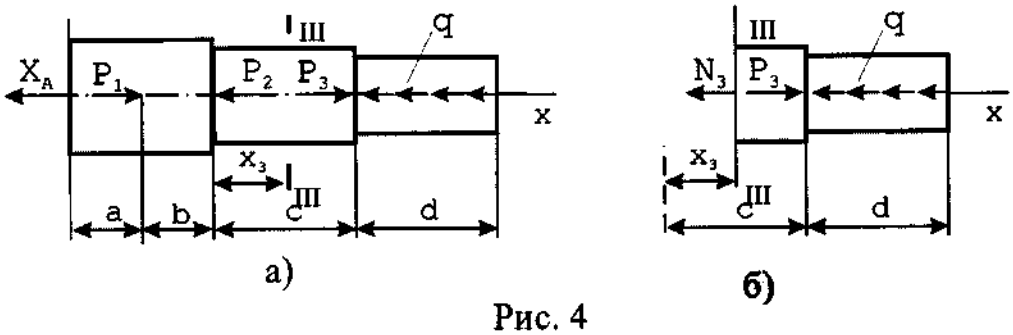


Рис. 4

На 3-м участке оставим часть стержня после сечения Ill-Ill, отбросив часть стержня до сечения Ill-Ill и заменив действие отброшенной части продольной силой N_3 (рис.4,6). Продольная сила Л$_3$ направлена также от сечения в сторону отброшенной части стержня. Условие равновесия оставшейся части стержня (рис.4,6) запишем в виде

$$\sum X_i = 0 \text{ или } -N_3 + P_3 - qd = 0,\ 0 \le x_3 \le c,$$

откуда

$$N_3 = P_3 - qd,\quad 0 \le x_3 \le c. \qquad (4)$$

Учитывая исходные данные, получим $N_3 = 5 - 20 \cdot 0{,}4 = -3\text{кН},\quad 0 \le x_3 \le c.$

Для определения продольной силы N_4 в поперечных сечениях 4-го участка рассечем стержень сечением IV-IV (рис. 5,а) на 4-м участке. Положение

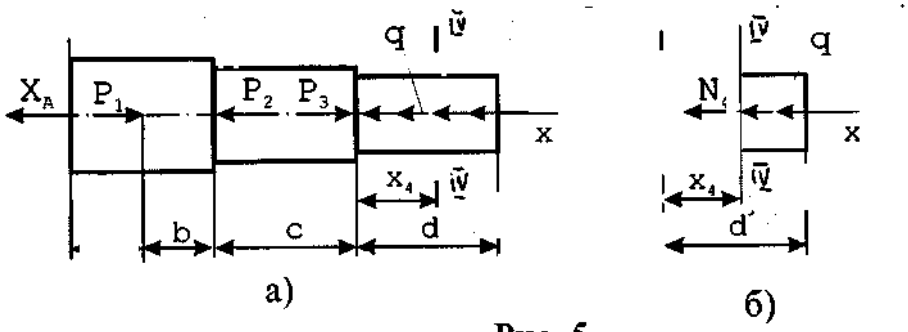


Рис. 5

сечения IV-IV произвольно и определяется координатой $x_л$ $(0 < x_л < d)$.

Отбросим часть стержня до сечения IV-IV и действие отброшенной части заменим продольной силой 7У$_4$, направив ее от сечения (рис. 5,6). Условие равновесия оставшейся части стержня (рис.5,б) запишем в виде

откуда

$$\sum X_i = 0 \text{ или } -N_4 - q(d - x_4) = 0,\ 0 \le x_4 \le d,$$

$$N_4 = -q(d - x_4), \qquad (5)$$

В начале 4-го участка. В конце 4-го

$$x_4 = 0 \text{ и } N_4|_{x_4=0} = -qd = -20 \cdot 0{,}4 = -8 \text{ кН}.$$

участка $x_4 = d$ и $N_4|_{x_4=d} = 0$.

Учитывая формулы (2),(3),(4) и (5), запишем следующее выражение для определения продольной силы в поперечных сечениях стержня на различных его участках

$$N = \begin{cases} N_1 = X_A, & 0 \le x \le a, \\ N_2 = X_A - P_1 & 0 \le x_2 \le b, \\ N = P_3 \quad qd, & 0 \le x_3 \le c, \\ N_4 = -q(d - x_4), & 0 \le x_4 \le d. \end{cases}$$

Обратим внимание на то, что данные формулы для определения про дольной силы ./V, можно получить более просто из следующих уравнений *[S]'*

$$N = \begin{cases} -\left(\sum P_{ix}\right)_f \\ \left(\sum P_{ix}\right)_p \end{cases}$$

где $\left(\sum P_{ix}\right)_f$ - сумма проекций сил на продольную ось *x,* действующих на стержень от его начала до рассматриваемого сечения на участке; $\left(\sum P_{ix}\right)_p$ сумма проекций сил, действующих на стержень после рассматриваемого сечения до конца стержня.

Представим расчетную схему стержня в виде, изображенным на рис. 6,а. На 1-м участке целесообразно использовать уравнение (7) и учитывать силы до сечения I, т.е. силу X_A,

$$N_1 \quad \left(\sum P_{ix}\right)_f \quad (-X_A) \quad X_A, \quad 0 \le x_1 \le a$$

На 2-м участке также используем уравнение (7) и учитываем силы до сечения ТТ . т.е. силы X. и P.

$$N_2 \quad \left(\sum P_{ix}\right) \quad (\ X_A + P_1) \quad X_A \quad P_1, \quad 0 \le x_2 \le b$$

На 3-м участке используем уравнение (8) и учтем силы после сечения III, т.е. силы

$$N_3 = \left(\sum P_{ix}\right)_p = P_3 - qd, \quad 0 \le x_3 \le c.$$

Д и qd,

На 4-м участке используем уравнение (8) и учтем силы после сечения IV, т.е. часть распределенных сил на участке $(d - x_4)$

$$N_4 \quad \left(\sum P_{ix}\right)_p = -q(d - x_4), \quad 0 \le x_4 \le d.$$

$$N \quad \begin{cases} N_1 \quad X_A \quad 7\,\text{кН}, & 0 \le x_1 \le a, \\ N_2 \quad X_A - P_1 \quad 7 \quad 20 \quad 13\,\text{кН}, & 0 \le x_2 \le b, \\ N_3 \quad P_3 - qd \quad 5 \quad 20 \cdot 0{,}4 = \quad 3\,\text{кН}, & 0 \le x_3 \le c, \\ N_4 \quad -q(d - x_4); & 0 \le x_4 \le d, \\ N_4\big|_{x_4=d} = 0, \quad N_4\big|_{x_4=0} = -8\,\text{кН}. \end{cases}$$

Полученные формулы для определения продольных сил аналогичны

приведенным выше, однако процедура их вывода значительно проще.

По формулам (6) продольные силы в поперечных сечениях на различных его участках

По полученным значениям N построим эпюру продольных сил (рис. 6,6). На 1-м участке $(0<x\backslash<a)$ в любом поперечном сечении стержня продольная сила TVj по величине одна и та же. На этом участке стержень испытывает растяжение, так как $N_1 > 0$. На 2-м, 3-м и 4-м участках стержень испытывает сжатие, так кш: $N_2 < 0$, $N_3 < 0, N_4 < 0$.

2. Определение нормальных напряжений в поперечных сечениях стержня при растяжении - сжатии

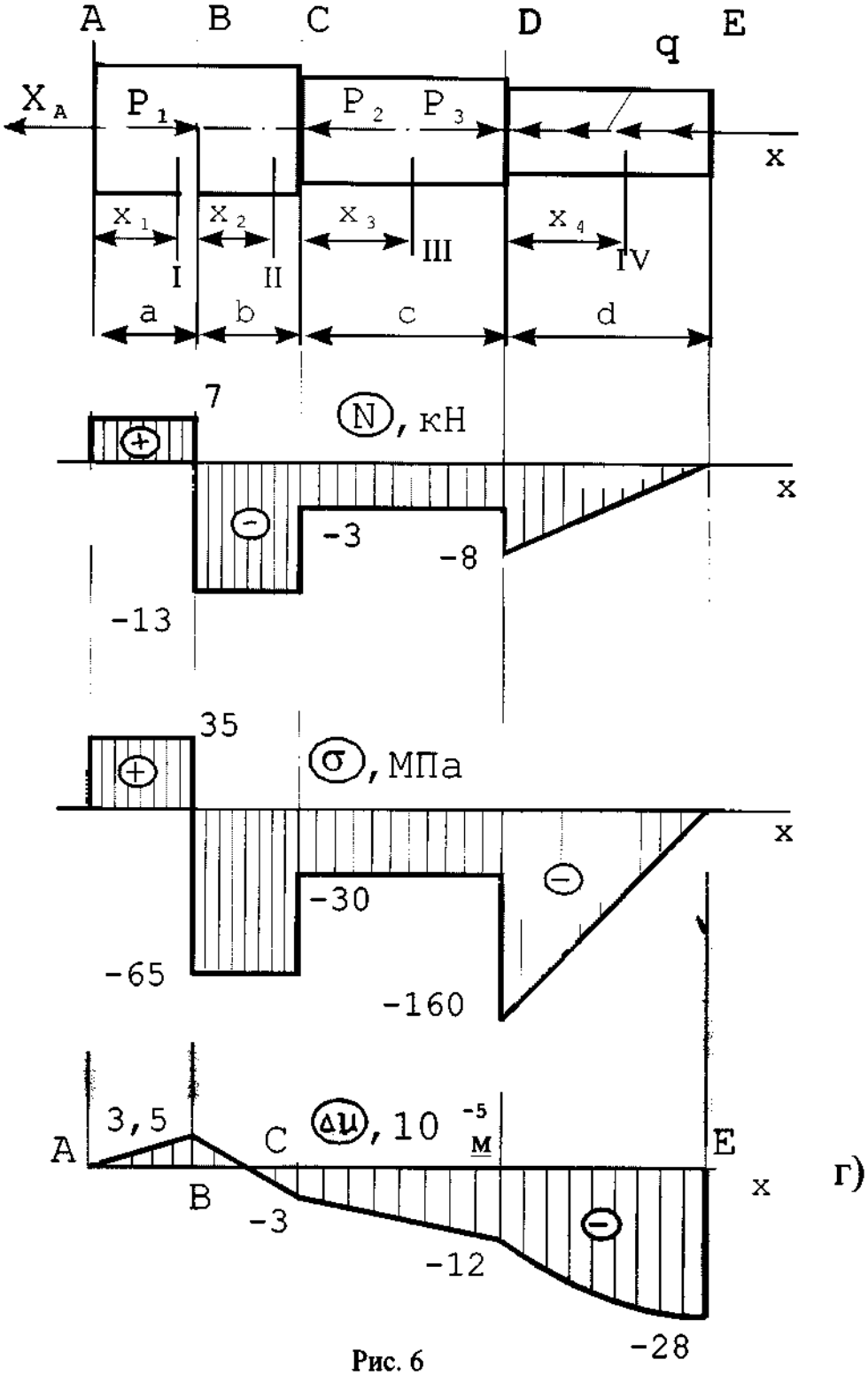


Рис. 6

Для определения нормальных напряжений а в поперечном сечении стержня используем формулу

$$N \text{ а } A$$

где N - продольная сила в поперечном сечении* A - площадь поперечного сечения.

Если стержень (рис.6,а) имеет различную площадь поперечных сечений на различных участках: A_1 - на первом участке, A_2 - на втором участке и т.д., то, учитывая формулу (6) для продольных сил, получим формулы для расчета

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_1 = \dfrac{N_1}{A_1}, & 0 \le x_1 \le a, \\ \sigma_2 = \dfrac{N_2}{A_2}, & 0 \le x_2 \le b, \\ \sigma_3 = \dfrac{N_3}{A_3}, & 0 \le x_3 \le c \\ \sigma_4 = \dfrac{N_4}{A_4}, & 0 \le x_4 \le d \end{cases} \qquad (9)$$

нормальных напряжений на этих участках :

Учитывая исходные данные: $A_1 = 2ci$ $A_2 = 2сы$, A_3 1см

A_4 = 0,5см , а также значения продольных сил N на участках стержня, получим (расчет осуществляем в единицах СИ:кН = 10^3 Н; 1см^ =10 м^2) нормальные напряжения в поперечных сечениях 1-го участка

$$\sigma_1 \quad \frac{N_1}{A_1} = \frac{2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} \quad 3{,}5 \cdot 10^7 \quad 35 \cdot 10^6 \text{Па} \quad 35 \text{ МПа}, \quad 0 \le x_1 \le a;$$

; напряженн

$$\frac{N_2}{A_2} = \frac{-13 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} \quad 6{,}5 \cdot 10^7 \quad 65 \cdot 10^6 \text{Па} \quad -65 \text{ МПа}, \quad 0 \le x_2 \le b;$$

нормальные напряжения в поперечных сечениях 3-го участка

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{-3 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^{-4}} = -3 \cdot 10^7 = -30 \cdot 10^6 \text{Па} = -30 \text{ МПа}, \quad 0 \le x_3 \le c;$$

нормальные напряжения в поперечных сечениях 4-го участка

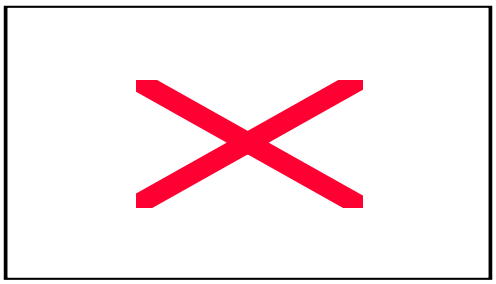
$$\sigma_4 \quad \frac{N_4}{A_4} \quad \frac{q(d \quad x_4)}{0{,}5 \cdot 10^{-4}} \quad 400(0{,}4 - x_4 \quad 0^6 = -400(0{,}4 \quad x_4) \text{ МПа}, \quad 0 \le x_4 \le d,$$

$$\sigma_4\big|_{x_4=0}: \quad 60 \text{МПа}, \qquad \sigma_4\big|_{x_4=d} \quad 0.$$

но значениям нормальных напряжении в поперечных сечениях каждого участка построим эпюру нормальных напряжений (рис.6,в). Наибольшее по лодулю нормальное напряжение возникает в поперечном сечении в начале 4-го , участка: при Это сечение и будет опасным сече-

шем.

Выполним проверку: обеспечивается ли прочность стержня, если ст] = 160МПа. Так как шполняется.



3. Определение перемещений поперечных сечений стержня ~%- | при растяжении-сжатии Г

При растяжении - сжатии относительная продольная деформация в каждой точк($\varepsilon = \frac{du}{dx}$, ного сечения стержня одна и та же и определяется как где *u* - продольное перемещение поперечного сечения. Из данного равенства *du = zdx.* Интегрируя его

$$\int_{u_0}^{u} du = \int_{x_0}^{x} \varepsilon dx, \text{ получим } u - u_0 = \int_{x_0}^{x} \varepsilon dx, \qquad (10)$$

где $м_0$ - перемещение начального поперечного сечения стержня; *u* - перемещение рассматриваемого поперечного сечения, положение которого определяется координатой *x* ; $л:_0$- координата начального поперечного сечения.

По закону Гука при растяжении-сжати $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$, где *E* - модуль упругости 1-го рода материала стержня. Обозначим $u - u_0 = \Delta u$ - изменение длины стержня для рассматриваемого поперечного сечения. Тогда (10) примет вид

$$\Delta u \quad \int_{x_0}^{x} \frac{\sigma}{E} dx$$

Если свойства материала по длине стержня не изменяются и *E const,* то

$$\Delta u = \frac{1}{E} \int_{x_0}^{x} \sigma dx \qquad (12)$$

Функция нормальных напряжений а, как правило, имеет разрывы при переходе с одного участка на другой (рис.7,6) и непрерывна в пределах каждого участка. Поэтому, если рассматриваемое сечение (рис. 7,в) находится в пределах первого участка *0 < x < a* (0<Jtj <я), то изменение длины стержня в данном поперечном сечении равно (учитываем, что а, = *const)*

$$\Delta u_1\big|_{x=0} = 0, \quad \Delta u_1\big|_{x=a} = \frac{\sigma_1}{E} a = \frac{35 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^{11}} \cdot 0{,}2 = 3{,}5 \cdot 10^{-5} \text{м}.$$

$$\Delta u_1 = \frac{1}{E} \int_0^x \sigma_1 dx = \frac{\sigma_1}{E} x, \qquad 0 \le x \le a$$

Если рассматриваемое сечение (рис. 7,г) находится в пределах 2-го уча стка $a \le x \le a+b \;\; (0 \le x_2 \le b)$, то изменение длины стержня в данном попе речном сечении равно (учитываем, что $\sigma_2 \sim const$)

$$\Delta u_2 = \frac{1}{E}\left[\int_0^a \sigma_1 dx + \int_a^x \sigma_2 dx + \quad \frac{\sigma_1}{E}a + \frac{\sigma_2}{E}(x-a), \quad 0 \le x \quad a \le b \right. \tag{14}$$

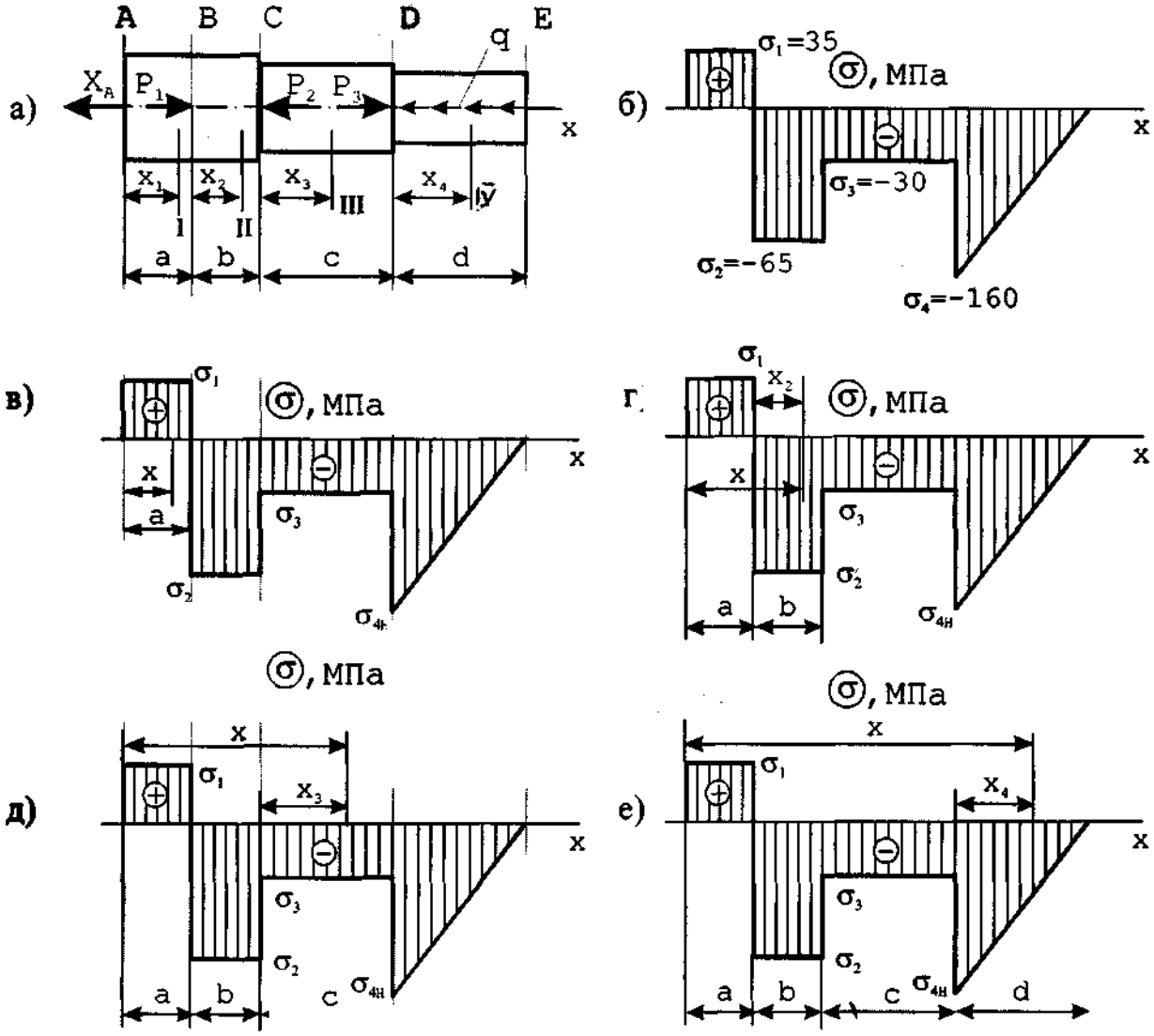


Рис. 7

$$\Delta u_2\big|_{x-a=0} \quad \frac{\sigma_1}{E}a \quad \frac{35\cdot 10^6}{\ldots}\cdot 0{,}2 = 3{,}5\cdot 10^{-5}\text{м}$$

$$\Delta u_2\big|_{x-a=b} \quad \frac{\sigma_1}{E}a + \frac{\sigma_2}{E}b = 3{,}5\cdot 10^{-5} + \frac{\cdot 65\cdot 10^6}{2\cdot 10^{11}}\cdot 0{,}2$$

$$= 3{,}5\cdot 10^{-5} - 6{,}5\cdot 10^{-5} = -3\cdot 10^{-5}\text{ м.}$$

Если рассматриваемое сечение (рис. 7,д) находится в пределах 3-го участка $a+b \le x \le a+b+c$ $(0 \le x_3 \le c)$, то изменение длины стержня в данном поперечном сечении равно (учитываем, что $\sigma_3 = const$)

$$\Delta u_3 = \frac{1}{E}\left[\int_0^a \sigma_1 dx + \int_a^{a+b} \sigma_2 dx + \int_{a+b}^{x} \sigma_3 dx\right] = \frac{1}{E}\left\{\sigma_1 a + \sigma_2 b + \sigma_3\left[x \quad (a+b)\right]\right\}, \qquad (15)$$

$$a+b \le x \le a+b+c, \quad 0 \le x_3 \le c$$

$$\Delta u_3\big|_{x_3=0} \quad \frac{\sigma_1}{E}a+\frac{\sigma_2}{E}b == 3{,}5\cdot 10^{-5} - 6{,}5\cdot 10^{-5} \quad -3\cdot 10^{-5}\ \text{м},$$

$$\Delta u_3\big|_{x_3=c} = \frac{\sigma_1}{E}a+\frac{\sigma_2}{E}b+\frac{\sigma_3}{E}c == 3{,}5\cdot 10^{-5} - 6{,}5\cdot 10^{-5} + \frac{-30\cdot 10^{6}}{2\cdot 10^{11}} = -12\cdot 10^{-5}\ \text{м}.$$

Если рассматриваемое сечение (рис. 7,е) находится в пределах 4-го уча стка i изменение

Учитывая, что $x \quad (a + b + c) = X_4$, $dx = dx_4$, получим

$$\Delta u_4 \quad \frac{\sigma_1}{E}a+\frac{\sigma_2}{E}b+\frac{\sigma_3}{E}c-\frac{400\cdot 10^{6}}{E}\int_0^{x_4}(0{,}4 \quad x_4)dx_4 \quad \frac{\sigma_1}{E}a+\frac{\sigma_2}{E}b+\frac{\sigma_3}{E}c$$

$$\frac{400\cdot 10^{6}}{E}\left(0{,}4\cdot x_4 \quad \frac{1}{2}x_4^2\right),\ 0\le x_4\le d.$$

Изменение длины стержня Ды$_4$ в поперечных сечениях на 4-м участке квадратичная функция. Значение Ам$_4$ таковы :

$$\Delta u_4\big|_{x_4=0} \quad \frac{\sigma_1}{E}a+\frac{\sigma_2}{E}b+\frac{\sigma_3}{E} \quad -12\cdot 10^{-5}\text{м};$$

$$\Delta u_4\big|_{x_4=\frac{d}{2}} \quad \frac{\sigma_1}{E}a+\frac{\sigma_2}{E}b+\frac{\sigma_3}{E}c-\frac{400}{E}\left(0{,}4\cdot\frac{d}{2}-\ _2\left(\frac{d}{2}\right)^2\right) \quad -12\cdot 10^{-5}$$

$$200 \quad 0^{-5}\cdot 0{,}06 = -12 \quad 0^{-5} - 12\cdot 10^{-5} \quad -24\cdot 10^{-5}\text{м};$$

$$\Delta u_4\big|_{x_4=d} = \frac{\sigma_1}{E}a + \frac{\sigma_2}{E}b + \frac{\sigma_3}{E}c \quad \frac{400}{E} \quad \frac{0^6}{} \quad 0{,}4\cdot d - \frac{1}{2}d^2 \quad = -12\cdot 10^{-5}$$

$$200\cdot 10^{-5}(0{,}16-0{,}08) = -12\cdot 10^{-5} - 16\cdot 10^{-5} \qquad 28\cdot 10^{-5}\text{м}.$$

По полученным данным строим эпюру А u (рис. 6,г).

Можно предложить более простую процедуру расчета изменения длины стержня в любом сечении при вычислении интеграла (12). По формуле (12) при $x_0 = 0$

$$\Delta u \quad \frac{1}{E}\int_0^x \sigma dx.$$

(7) 4

Геометрическая интерпретация интеграла $\int_0^x \sigma dx$ A_σ - это площадь эпюры а от начала стержня до рассматриваемого сечения x Тогда

$$\Delta u = \frac{A_\sigma}{E} \quad (18)$$

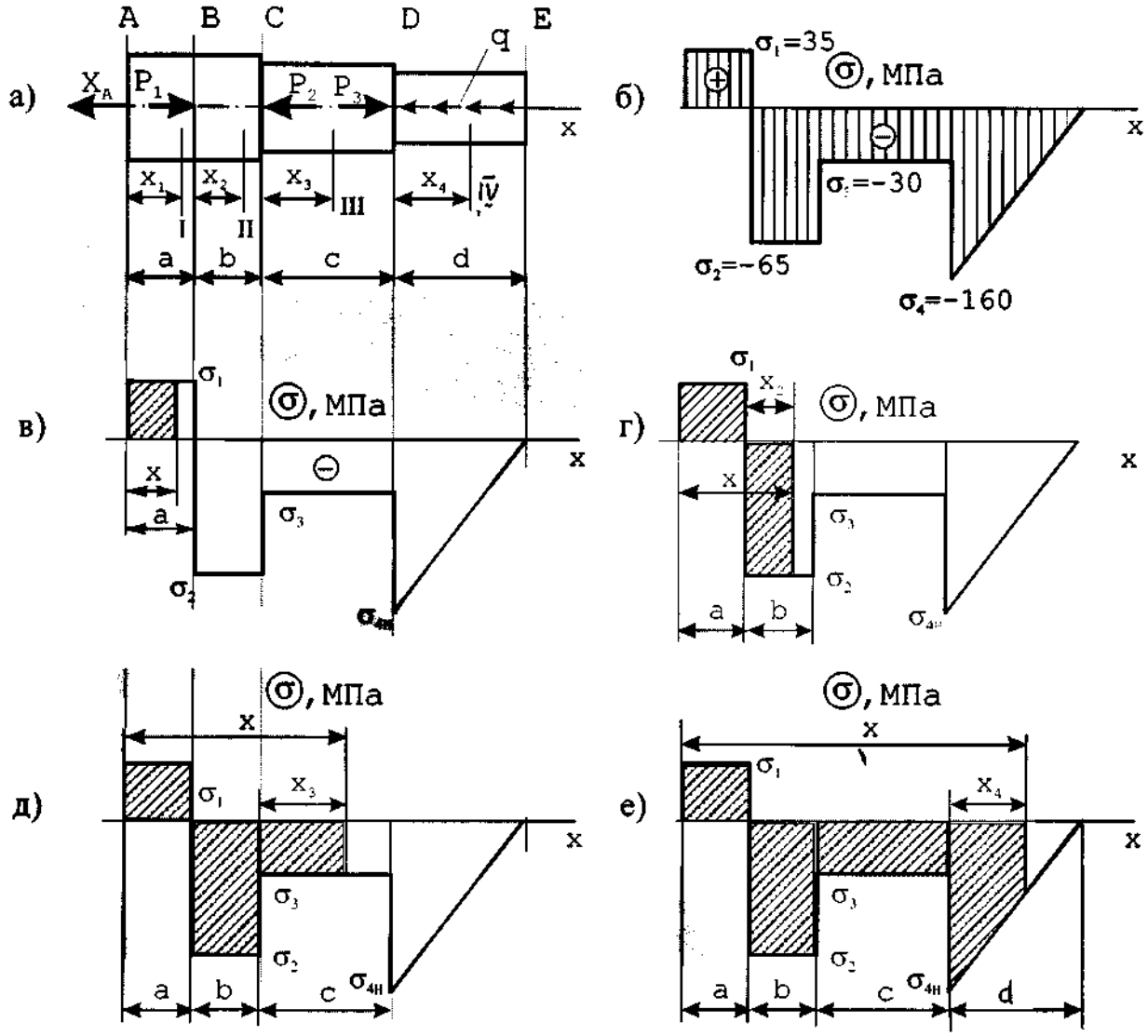


Рис. 8

Если сечение jc находится в пределах 1-го участка (рис.8,в), то площадь (Лст) вычисляется как площадь прямоугольника (заштрихованная часть эпюры *О"* на рис. 8,в) с основанием *(Jl* и высотой jc

$$(A_\sigma)_l = \sigma_1 x, \qquad \Delta u_1 = \frac{\sigma_1}{E} x, \qquad 0 \le x \le a\ ,\ 0 \le x_1 \le a\ . \qquad \text{v!9,}$$

Если сечение *x* находится в пределах 2-го участка (рис. 8,г), то площадь эпюры *(Aa)7/* от начала стержня до сечения *x* (заштрихованная часть эпюры *a* на рис. 8,г) равна

$$(A_\sigma)_{II} \quad \sigma_1 a + \sigma_2 (x \quad a), \qquad 0 \le x - a \le b\ , \quad x \quad a \quad x_2,$$

$$\Delta u_2 \quad {}_E(\sigma_1 a + \sigma_2 x_2)\ , \qquad 0 \le x_2 \le b \qquad 20)$$

j_/ Если сечение *x* находится в пределах 3-го участка (рис. 8,д), то

$$(A_\sigma)_{III} = \sigma_1 a + \sigma_2 b + \sigma_3 (x - (a+b)),\ 0 \le x - (a+b) \le c\ ,\ x - (a+b) = x_3$$

$$\Delta u_3 = \frac{1}{E}(\sigma_1 a + \sigma_2 b + \sigma_3 x_3)\ . \qquad 0 \le x_3 \le c \qquad ,(21$$

Если сечение *x* находится в пределах 4-го участка (рис. 8,е), то, вычисляя площадь эпюры ст на 4-м участке как площадь трапеции, получим

$$(A_\sigma)_{IV} - \sigma_1 a + \sigma_2 b + \sigma_3 c + \frac{\sigma_{4н} + \sigma_4}{2} \cdot x_4, \qquad 0 \le x_4 \le d,$$

где $a_{4н}$ =~160 МПа - значение $сг_4$ в начале 4-го участка при $x_4 = 0;\ \sigma_4$ значение нормального напряжения в сечении $сг_4$ в поперечном сечении x_4 .
Учитывая, что $сг_4$ = -400(0,4-x_4)= - 160 + 400-x_d , что 1МПа = 10^6 Па,

получим $$(A_\sigma)_{IV} = \sigma_1 a + \sigma_2 b + \sigma_3 c + \frac{-320 + 400 \cdot x_4}{2} x_4 \quad 0^6,\ \ 0 \le x_4 \le d,$$

$$\Delta u_4 \quad \frac{\sigma_1 a + \sigma_2 b + \sigma_3 c \quad 200(0{,}8x_4 \quad x_4^2) \cdot 10^6}{E}. \qquad 0 \le x_4 \le d\ , \qquad (22)$$

Сопоставляя формулы (19), (20), (21) и (22) с полученными ранее формулами (13), (14), (15) и (16), заметим, что они идентичны, однако процедура их вывода и расчета значительно проще и нагляднее.

Заключение

В методических указаниях изложена методология расчета стержней при растяжении- сжатии: определение продольных сил в поперечных сечениях стержня, нормальных напряжений в поперечных сечениях, продольных перемещений этих сечений. Рассмотрены этапы выполнения расчетно-проектировочного задания на тему «Расчет стержня при растяжении - сжатии».

Методические указания дополнены приложением - вариантами расчетно-проектировочных заданий на тему «Расчет стержня при растяжении - сжатии» и таблицей исходных данных к заданиям, которые могут быть использованы при выполнении контрольных работ, расчетных заданий, при проведении практических занятий и самостоятельной работе студентов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. Феодосьев В.Н. Сопротивление материалов. М.: Наука, 986. 512 с,

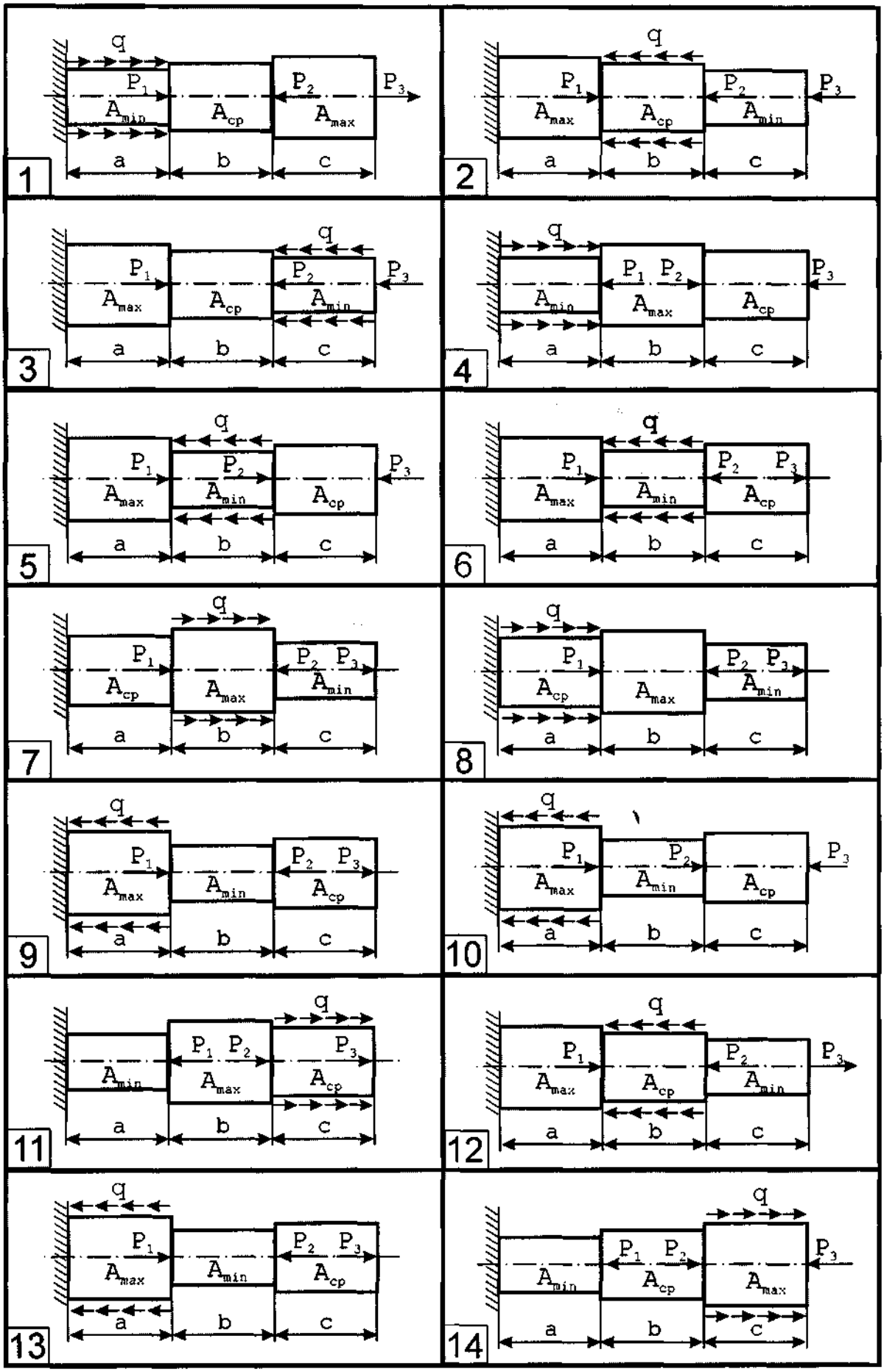
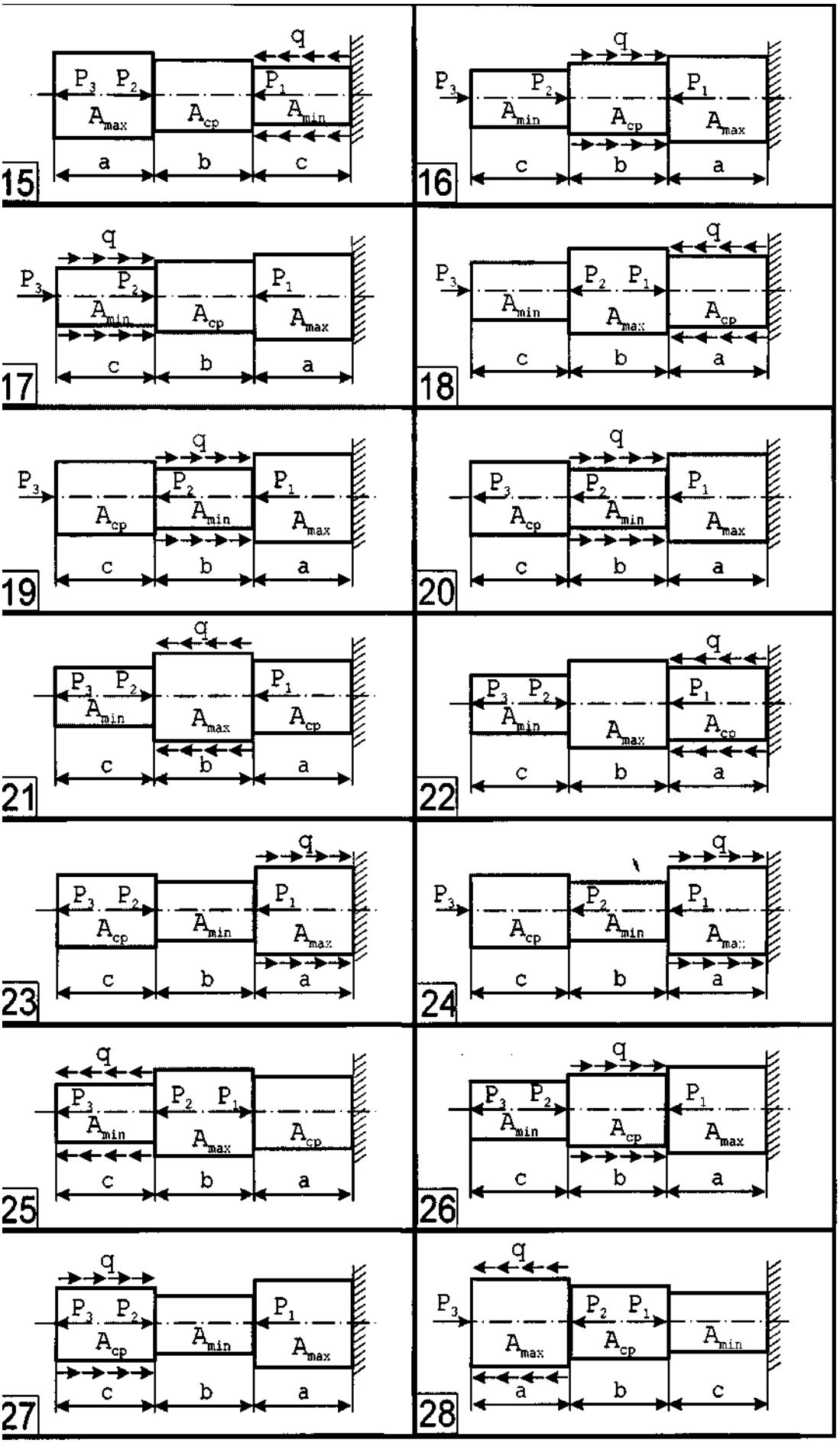
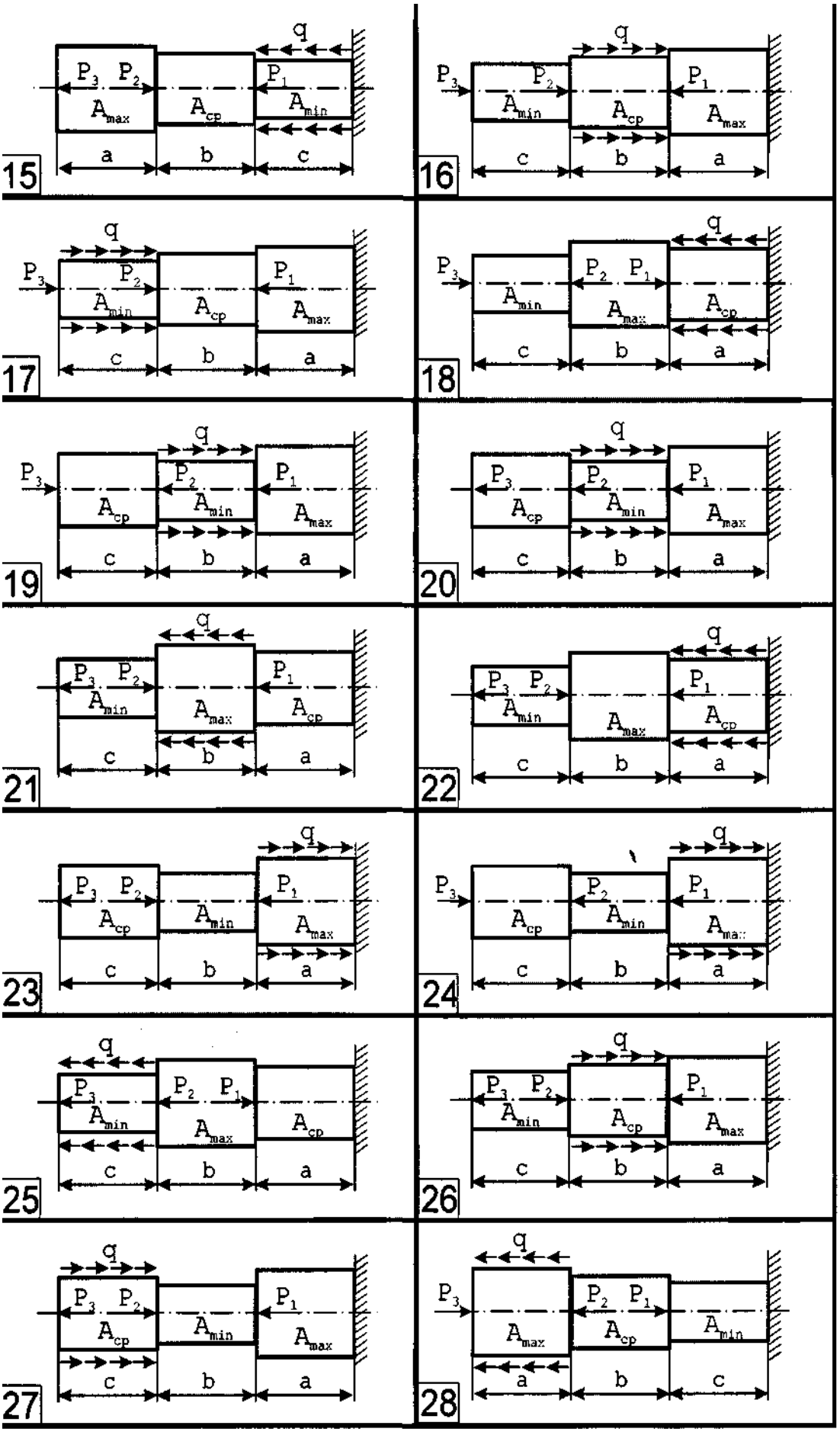

1
q
P1
P2
P3
Amin
Acp
Amax
a
b
c
2
q
P1
P2
P3
Amax
Acp
Amin
a
b
c
3
q
P1
P2
P3
Amax
Acp
Amin
a
b
c
4
q
P1
P2
P3
Amin
Amax
Acp
a
b
c
5
q
P1
P2
P3
Amax
Amin
Acp
a
b
c
6
q
P1
P2
P3
Amax
Amin
Acp
a
b
c
7
q
P1
P2
P3
Acp
Amax
Amin
a
b
c
8
q
P1
P2
P3
Acp
Amax
Amin
a
b
c
9
q
P1
P2
P3
Amax
Amin
Acp
a
b
c
10
q
P1
P2
P3
Amax
Amin
Acp
a
b
c
11
q
P1
P2
P3
Amin
Amax
Acp
a
b
c
12
q
P1
P2
P3
Amax
Acp
Amin
a
b
c
13
q
P1
P2
P3
Amax
Amin
Acp
a
b
c
14
q
P1
P2
P3
Amin
Acp
Amax
a
b
c

Рис.


15
q
P3 P2
P1
Amax
Acp
Amin
a b c
16
q
P3
P2
P1
Amin
Acp
Amax
c b a
17
q
P3
P2
P1
Amin
Acp
Amax
c b a
18
q
P3
P2 P1
Amin
Amax
Acp
c b a
19
q
P3
P2
P1
Acp
Amin
Amax
c b a
20
q
P3
P2
P1
Acp
Amin
Amax
c b a
21
q
P3 P2
P1
Amin
Amax
Acp
c b a
22
q
P3 P2
P1
Amin
Amax
Acp
c b a
23
q
P3 P2
P1
Acp
Amin
Amax
c b a
24
q
P3
P2
P1
Acp
Amin
Amax
c b a
25
q
P3
P2 P1
Amin
Amax
Acp
c b a
26
q
P3 P2
P1
Amin
Acp
Amax
c b a
27
q
P3 P2
P1
Acp
Amin
Amax
c b a
28
q
P3
P2 P1
Amax
Acp
Amin
a b c


15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
q
P3
P2
P1
Amax
Acp
Amin
a
b
c

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

к расчетно - проектировочному заданию “Расчет стержня при растяжении сжатии”

Номер строки	Сила , кН			Интенсивность распределенных сил q , кН/м	Площадь поперечного сечения A , см^2			Длина участков , м		
	P_1	P_2	P_3		A_{min}	A_{cp}	A_{max}	a	b	c
1	10	20	30	20	2	4	5	0,5	0,5	0,5
2	10	20	10	20	2	4	5	0,5	0,5	0,5
3	20	10	20	40	2	4	5	0,5	0,5	0,5
4	20	30	10	20	2	4	5	0,5	0,5	0,5
5	30	10	20	20	2	4	5	0,5	0,5	0,5
6	20	20	20	40	4	5	8	0,5	0,5	0,5
7	40	20	20	40	4	5	8	0,5	0,5	0,5
8	20	40	20	40	4	5	8	0,5	0,5	0,5
9	20	20	40	40	4	5	8	0,5	0,5	0,5
10	40	20	40	40	4	5	8	0,5	0,5	0,5