

**Контрольные задания по теории функций комплексного  
переменного  
для студентов ЦИО МТУСИ**

Задания выполняются по вариантам. Вариант определяется по таблице вариантов по двум последним цифрам зачетной книжки (студенческого билета). Каждое задание содержит 30 примеров, из которых студент выбирает (согласно варианту) один пример. Пусть Ваш вариант 45. Приведем фрагмент варианта 45 из таблицы вариантов:

	1	2	3	4	5	6	7	8
45	9	27	3	2	22	13	5	13

Согласно этой таблице из задания 1 следует решить пример 9, из задания 2 – пример 27, из задания 3 – пример 3 и т.д.

**Литература**

1. Д.Т.Письменный. Конспект лекций по высшей математике. Высшее образование. М., АЙРИСПРЕСС, 2011.
2. К.Н.Лунгу, Д.Т.Письменный, С.Н.Федин,... Сборник задач по высшей математике. 1 курс.
3. К.Н.Лунгу, В.П.Норин, Д.Т.Письменный,... Сборник задач по высшей математике. 2 курс.
4. Краснов М.Л., Киселев А.И. и др. Вся высшая математика. Т.4. – М.: Эдиториал УРСС, 2001 – 352с.
5. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010 – 208с.

**Задание 1.** Решить уравнение:

1.  $z^2 - 2iz - 5 = 0$  .
2.  $z^2 - 4iz - 29 = 0$  .
3.  $z^2 + iz + 6 = 0$  .
4.  $z^2 + 4z + 13 = 0$  .
5.  $5z^2 + 6z + 5 = 0$  .
6.  $2z^2 - 5iz - 2 = 0$  .
7.  $z^2 + 3iz + 4 = 0$  .
8.  $z^2 + 5iz - 4 = 0$  .
9.  $z^2 + 2iz + 3 = 0$  .
10.  $z^2 - 4z + 5 = 0$  .
11.  $z^2 - 5iz - 4 = 0$  .
12.  $z^2 - 3iz + 4 = 0$  .
13.  $z^2 - 4iz + 12 = 0$  .
14.  $z^2 - (2+i)z + 3+i = 0$  .
15.  $z^2 - (4-2i)z + 12-4i = 0$  .
16.  $z^2 - 4z + 13 = 0$  .
17.  $z^2 - (4+4i)z + 8i + 9 = 0$  .
18.  $z^2 - (2-2i)z - 2i + 4 = 0$  .
19.  $z^2 - (2i+2)z + 2i = 0$  .
20.  $5z^2 - 6z + 5 = 0$  .
21.  $z^2 + 2z + 10 = 0$  .
22.  $z^2 - (4i+2)z + 4i - 3 = 0$  .
23.  $z^2 + (1-2i)z - 3 - i = 0$  .
24.  $z^2 + 2z + 2 = 0$  .
25.  $z^2 + 6z + 18 = 0$  .
26.  $z^2 - iz + 6 = 0$  .
27.  $z^2 + 2iz - 5 = 0$  .
28.  $z^2 - 2z + 2 = 0$  .
29.  $z^2 - (2i-1)z - i - 1 = 0$  .
30.  $z^2 - (2i+1)z + i - 1 = 0$  .

**Задание 2.** Извлечь корень соответствующей степени из данного числа:

1.  $z = \sqrt[3]{-8i}$
2.  $\sqrt[6]{-1}$
3.  $\sqrt{5+12i}$
4.  $\sqrt{3+4i}$
5.  $\sqrt{15-8i}$
6.  $\sqrt{-8+6i}$
7.  $\sqrt[3]{-8}$
8.  $\sqrt[4]{256}$
9.  $z = \sqrt{2-2\sqrt{3}i}$
10.  $z = \sqrt[3]{\sqrt{-1+i}}$
11.  $z = \sqrt[4]{-i}$
12.  $z = \sqrt[3]{\sqrt{i}}$
13.  $z = \sqrt[4]{-8-8\sqrt{3}i}$
14.  $z = \sqrt[3]{125i}$
15.  $z = \sqrt{-6+6\sqrt{3}i}$
16.  $z = \sqrt[4]{i}$
17.  $z = \sqrt[4]{1+i}$
18.  $z = \sqrt[3]{i}$
19.  $z = \sqrt[3]{1+i}$
20.  $z = \sqrt[4]{-i}$
21.  $z = \sqrt[4]{1-i}$
22.  $z = \sqrt[3]{i}$
23.  $z = \sqrt[3]{1-i}$
24.  $z = \sqrt[4]{16i}$
25.  $z = \sqrt[4]{3+4i}$
26.  $z = \sqrt[3]{-8i}$
27.  $z = \sqrt[3]{4+3i}$
28.  $z = \sqrt[4]{1-\sqrt{2}i}$
29.  $z = \sqrt[4]{1-\sqrt{3}i}$
30.  $z = \sqrt[3]{1-i}$

**Задание 3.** Найти мнимую и действительную части функции:

1.  $f(z) = \cos(1+i)$
2.  $f(z) = e^{2z-3i}$
3.  $f(z) = \cos(iz+1)$
4.  $f(z) = \operatorname{sh}(z+2i)$
5.  $f(z) = \sin(z-i)$
6.  $f(z) = i \cdot \sin(3-iz)$
7.  $f(z) = \operatorname{sh}(2z)$
8.  $f(z) = e^{1-z}$
9.  $f(z) = \operatorname{ch}(z-i)$
10.  $f(z) = \frac{1}{z}$
11.  $f(z) = e^{\bar{z}^2}$
12.  $f(z) = e^{-z}$
13.  $f(z) = \sin(z)$
14.  $f(z) = z/\bar{z}$
15.  $f(z) = z+z^2$
16.  $f(z) = \frac{\bar{z}}{z}$
17.  $f(z) = \frac{iz+1}{1+\bar{z}}$
18.  $f(z) = \frac{1}{\bar{z}}$
19.  $f(z) = i-z^3$
20.  $f(z) = \bar{z}+i$
21.  $f(z) = \bar{z}-iz^2$
22.  $f(z) = z^2-i$
23.  $f(z) = \frac{\bar{z}}{i} + \frac{i}{\bar{z}}$
24.  $f(z) = \frac{z+i}{i-\bar{z}}$
25.  $f(z) = 2i-z+iz^2$
26.  $f(z) = i\bar{z}+2z^2$
27.  $f(z) = 4 \frac{\bar{z}}{(\bar{z}^2-z^2)}$
28.  $f(z) = z + \frac{1}{z}$
29.  $f(z) = \cos 3z - 2i$
30.  $f(z) = z^2 + \bar{z}^2$

**Задание 4.** Проверить выполнение условий Коши-Римана и в случае их выполнения найти производную функции:

1.  $f(z) = z^2 + z$
2.  $f(z) = 2e^z + 2i$
3.  $f(z) = \cos z - z$
4.  $f(z) = e^z \cos z$
5.  $f(z) = e^z \sin z$
6.  $f(z) = |z| \operatorname{Im} z$
7.  $f(z) = \bar{z} \operatorname{Im} z$
8.  $f(z) = \bar{z} \operatorname{Re} z$
9.  $f(z) = i - \cos z$
10.  $f(z) = \sin 3z - 1$
11.  $f(z) = \sin 2z + i$
12.  $f(z) = |z| \bar{z}$
13.  $f(z) = ze^{2z}$
14.  $f(z) = \operatorname{Re} z$
15.  $f(z) = |z|$

16.  $f(z) = e^{(7-3z)}$  .      17.  $f(z) = e^{(5iz+2)}$  .      18.  $f(z) = \cos 3z - 2i$  .  
 19.  $f(z) = z^2 + \bar{z}^2$  .      20.  $f(z) = z^2 - 3z + 2$  .      21.  $f(z) = z \operatorname{Re} z$  .  
 22.  $f(z) = \bar{z}$  .      23.  $f(z) = z^2 + \bar{z}^2$  .      24.  $f(z) = \operatorname{ch}(3z)$  .  
 25.  $f(z) = \operatorname{sh}(z-i)$  .      26.  $f(z) = \sin(z-1)$  .      27.  $f(z) = \cos(2z)$  .  
 28.  $f(z) = e^z + i$  .      29.  $f(z) = z^3 + 1$  .      30.  $f(z) = \bar{z} + i$  .

**Задание 5.** Восстановить аналитическую функцию по заданной её действительной или мнимой части:

1.  $\operatorname{Re} f(z) = x^2 - y^2 + xy$  ;  $f(0) = i$  .
2.  $\operatorname{Re} f(z) = -x^2 + y^2 + 3x - 1$  ;  $f(0) = -1$  .
3.  $\operatorname{Re} f(z) = -3x^2y + y^3 + 2x$  ;  $f(i) = 1 + i$  .
4.  $\operatorname{Im} f(z) = 3 + x^2 - y^2 - \frac{y}{2(x^2 + y^2)}$  ;  $f(i) = \frac{3}{2}i$  .
5.  $\operatorname{Re} f(z) = -\frac{y}{x^2 + y^2}$  ;  $f(1) = 0$  .
6.  $\operatorname{Re} f(z) = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 - 1$  ;  $f(0) = -1$  .
7.  $\operatorname{Im} f(z) = -\frac{y}{x^2 + y^2} + 2x^2 - 2y^2 - x$  ;  $f(i) = 2 + i$  .
8.  $\operatorname{Re} f(z) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$  ;  $f(i) = 0$  .
9.  $\operatorname{Im} f(z) = \frac{2x}{x^2 + y^2} + y + 1$  ;  $f(i) = 2(1 + i)$  .
10.  $\operatorname{Re} f(z) = x^3 - 3xy^2 + x$  ;  $f(0) = i$  .
11.  $\operatorname{Re} f(z) = x^3 - 3xy^2 - 3x^2 + 3y^2 - 1$  ;  $f(0) = -1$  .
12.  $\operatorname{Im} f(z) = x^2 - y^2 - 2xy + y$  ;  $f(i) = 0$  .
13.  $\operatorname{Im} f(z) = -2x^2 + 2y^2 - 2xy$  ;  $f(0) = 5$  .
14.  $\operatorname{Re} f(z) = e^y \sin x + 2x - 1$  ;  $f(0) = -1$  .
15.  $\operatorname{Im} f(z) = 2 \operatorname{ch} x \sin y - 2xy$  ;  $f(0) = 0$  .
16.  $\operatorname{Im} f(z) = 2 \operatorname{ch} y \cos x$  ;  $f(0) = 2i$  .
17.  $\operatorname{Re} f(z) = -x^3 + 3xy^2 - 3x^2y + y^3$  ;  $f(i) = 1$  .
18.  $\operatorname{Re} f(z) = e^{2x} \cos 2y - 3xy$  ;  $f(0) = 1$  .

19.  $\operatorname{Im} f(z) = \frac{x}{x^2 + y^2}$ ;  $f(i) = 0$ .
20.  $\operatorname{Re} f(z) = x^3 + 6x^2y - 3xy^2 - 2y^3$ ;  $f(0) = 0$ .
21.  $\operatorname{Re} f(z) = \frac{e^{2x} + 1}{e^x} \cos y$ ;  $f(0) = 2$ .
22.  $\operatorname{Re} f(z) = x^2 - y^2 - 2y$ ;  $f(0) = 0$ .
23.  $\operatorname{Im} f(z) = e^x (y \cos y + x \sin y)$ ;  $f(0) = 0$ .
24.  $\operatorname{Re} f(z) = e^{-y} \cos x + x$ ;  $f(0) = 1$ .
25.  $\operatorname{Re} f(z) = x^2 - y^2 + x$ ;  $f(0) = 0$ .
26.  $\operatorname{Im} f(z) = 2e^x \cos y + 2xy - 1$ ;  $f(0) = i$ .
27.  $\operatorname{Im} f(z) = 3x^2y - 3x^2 + 1 + 3y^2 - 3y - y^3$ ;  $f(0) = i$ .
28.  $\operatorname{Re} f(z) = x^2 - y^2 + x$ ;  $f(1+i) = 1+i$ .
29.  $\operatorname{Im} f(z) = e^x \cos y + 2y - 1$ ;  $f(0) = 1$ .
30.  $\operatorname{Re} f(z) = \frac{x}{x^2 + y^2}$ ;  $f(1) = 2$ .

**Задание 6.** Вычислить интеграл:

1.  $\int_{(0,1)}^{(2,3)} (z + \operatorname{Im} z) dz$ , по прямой, соединяющей точки.
2.  $\int_L \operatorname{Im} z dz$ , где  $L$  — полуокружность  $|z| = 3, 0 \leq \arg z \leq \pi$ .
3.  $\int_L \operatorname{Re} z dz$ , где  $L$  — полуокружность  $|z| = 1, 0 \leq \arg z \leq \pi$ .
4.  $\int_L |z| dz$ , где  $L$  — окружность  $|z| = R$ .
5.  $\int_L \operatorname{Im} z dz$ , где  $L$  — радиус-вектор точки  $z = 2 + i$ .
6.  $\int_L |z| dz$ , где  $L$  — полуокружность  $|z| = 1, 0 \leq \arg z \leq \pi$ .
7.  $\int_L |z|^2 dz$ , где  $L$  — прямолинейный отрезок от точки  $z_1 = 0$  до точки  $z_2 = \operatorname{Re}^{i\pi/4}$ .
9.  $\int_{(0,0)}^{(1,1)} \operatorname{Re} z \cdot \bar{z} dz$  по четверти окружности  $\begin{cases} x = \cos t \\ y - 1 = \sin t \end{cases}$ .

10.  $\int_L \operatorname{Im} z dz$ , где  $L$  – полуокружность  $|z|=3, 0 \leq \arg z \leq \pi$ .
11.  $\int_L |z| z dz$ , где  $L$  – замкнутый контур, состоящий из верхней полуокружности  $|z|=1$  и отрезка прямой  $y=0, -1 \leq x \leq 1$ .
12.  $\int_L \frac{dz}{z}$ , где  $L$  – полуокружность  $|z|=2$ , проходимая от точки  $z_1=2$  до точки  $z_2=-2$  против часовой стрелки.
13.  $\int_L (z-z_0)^n dz$ , где  $L$  – окружность  $|z-z_0|=R$ .
14.  $\int_L \frac{dz}{\sqrt{z}}$ , где  $L$  – полуокружность  $|z|=1, y \geq 0, \sqrt{1}=1$ .
15.  $\int_L \operatorname{Re} z dz$ , где  $L$  – дуга параболы  $y=2x^2$  от точки  $z_1=0$  до точки  $z_2=1+2i$ .
16.  $\int_L \operatorname{Re} z dz$ , где  $L$  – радиус-вектор точки  $z=2+i$ .
17.  $\int_L |z| dz$ , где  $L$  – радиус-вектор точки  $z=2+i$ .
18.  $\int_{(-1,1)}^{(1,3)} \bar{z} \operatorname{Im} z dz$  по прямой, соединяющей точки.
19.  $\int_{(2,0)}^{(0,4)} \operatorname{Im}((z+i)^2) dz$  по дуге параболы  $y=4-x^2$ .
20.  $\int_0^{1+i} (1-2\bar{z}) dz$  по параболе  $y=x^2$ .
21.  $\int_{(0,0)}^{(1,1)} (2z + \operatorname{Re} z) dz$  по параболе  $x=y^2$ .
22.  $\int_{(-2,0)}^{(0,1)} z \operatorname{Re} z dz$  по дуге эллипса  $\begin{cases} x=2 \cos t, \\ y=\sin t. \end{cases}$
23.  $\int_{(0,1)}^{(2,1)} |z-1| dz$  вдоль линии  $y=|x-1|$ .
24.  $\int_L \operatorname{Re}(z^2) dz$ , где  $L$  – граница множества  $\begin{cases} 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 4, \\ 0 \leq \operatorname{Im} z \leq 8. \end{cases}$

25.  $\int_L (4z + \bar{z}) dz$  по дуге  $L$  – параболы  $y = 2x^2$ , соединяющей точки

26.  $\int_L (Imz - Re z) dz$ , где  $L$  – контур прямоугольника  $\{-2 \leq Re z \leq 2, -1 \leq Imz \leq 1\}$

27.  $\int_L \frac{ze^{iz} dz}{z^3 + 8}$ , где  $L$  – контур прямоугольника  $\begin{cases} 2 \leq Re z \leq 3, \\ -1 \leq Imz \leq 2. \end{cases}$

28.  $\int_{(a,0)}^{(-a,0)} (z + 2Re z) dz$  по верхней части эллипса 

29.  $\int_{(-1,1)}^{(1,1)} |z| dz$  вдоль линии  $y = |x|$ .

30.  $\int_{(2,0)}^{(0,4)} Im((z+i)^2) dz$  по дуге параболы  $y = 4 - x^2$ .

**Задание 7.** Вычислить интеграл по замкнутому контуру, используя интегральную теорему Коши или основную теорему о вычетах, или формулу для производных высших порядков:

1.  $\frac{1}{2\pi i} \oint_L \frac{e^z dz}{z(1-z)^3}$ , где  $L$  – окружность  $|z| = 2$ .

2.  $\oint_L \frac{\sin(\pi z/4) dz}{(z^2 - 1)}$ , где  $L$  – окружность .

3. , где  $L$  – окружность .

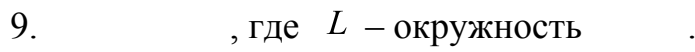
4. , где  $L$  – окружность .

5. , где  $L$  – окружность .

6. , где  $L$  – окружность .

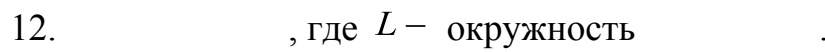
7. , где  $L$  – окружность .

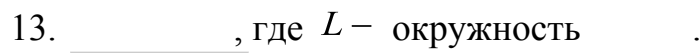
8. , где  $L$  – окружность .


9. , где  $L$  – окружность .


10. , где  $L$  – контур треугольника с вершинами .

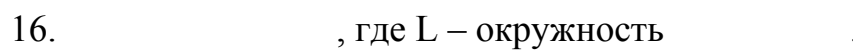
11. , если точка  лежит внутри контура .

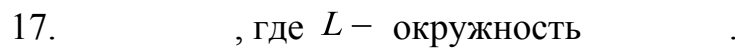
12. , где  $L$  – окружность .


13. , где  $L$  – окружность .

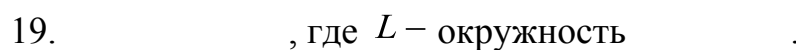
14. , где  $L$  – окружность .

15. , где  $L$  – замкнутый контур, охватывающий точку , но не охватывающий точку  .

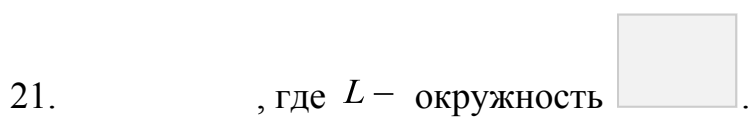
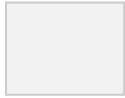
16. , где  $L$  – окружность .


17. , где  $L$  – окружность .

18. , где  $L$  – окружность .







19. , где  $L$  – окружность .

20. , где  $L$  – окружность .

21. , где  $L$  – окружность  .

22.  $\int_L \dots$ , где  $L$  – окружность .
23.  $\int_L \dots$ , где  $L$  – окружность .
24.  $\int_L \dots$ , где  $L$  – контур прямоугольника с вершинами .
25.  $\int_L \dots$ , где  $L$  – окружность .
26.   $\int_L \dots$ , где  $L$  – окружность .
27.  $\int_L \dots$ , где  $L$  – контур квадрата .
28.  $\int_L \dots$ , где  $L$  – контур треугольника с вершинами .
29.  $\int_L \dots$ , где  $L$  – эллипс .
30.  $\int_L \dots$  окружность .

**Задание 8.** Вычислить интеграл от функции действительного переменного:

1.  $\int \dots$  .
2.  $\int \dots$  при  $\dots$  .
3.  $\int \dots$  .
4.  .
5.  .
6.  при  $\dots$  .
7.  .
8.  .
9.  .
10.  $\int \dots$  .
11.  $\int \dots$  .



12. . 13.  . 14.  , .
15. при . 16.  . 17.  при .
18.  при  . 19.  . 20.  при  .
21.  при  . 22.  при . 23. .
-  . 24.  . 25.  при  ,  .
26.  .
27.  . 28.  . 29. при  .
30.  .

ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ (В – вариант, З – задача)

<b>З В</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
01	12	1	13	4	15	9	11	7
02	21	15	5	14	3	2	20	11
03	26	2	19	24	24	10	26	18
04	16	26	25	30	28	20	30	28
05	11	3	14	8	9	1	21	3
06	7	10	4	25	16	21	6	17
07	25	14	20	16	25	30	7	27
08	28	16	26	15	12	5	8	29
09	1	27	3	26	2	11	12	16
10	2	11	27	5	1	6	22	19
11	29	13	9	9	17	13	1	2
12	3	17	15	27	18	22	19	8
13	17	28	2	6	11	14	23	12
14	6	12	1	18	19	12	27	15
15	30	29	21	17	10	3	13	20
16	15	18	10	3	20	29	28	4
17	18	25	28	11	26	15	9	1
18	22	4	16	19	4	23	14	9
19	27	5	22	2	29	4	3	21
20	5	19	29	7	5	24	10	26
21	9	24	11	28	27	28	15	13

22	19	30	17	1	6	16	24	22
23	23	7	6	20	13	18	29	25
24	13	20	23	10	30	17	2	5
25	4	6	30	21	21	25	16	10
26	10	21	8	12	8	19	4	14
27	20	8	12	22	22	7	17	24
28	24	23	7	29	7	26	18	6
29	14	9	24	13	14	27	25	23
30	8	22	18	23	23	8	5	30
31	17	24	16	28	11	9	24	23
32	1	25	17	25	20	10	13	24
33	16	13	9	24	24	29	10	29
34	15	12	8	12	25	26	9	30
35	14	11	7	11	1	25	8	25
36	3	1	18	26	26	11	11	22
37	2	26	19	27	12	12	12	26
38	13	8	6	23	2	30	1	27
39	12	9	5	22	21	24	2	16
40	11	10	4	10	30	23	15	17
41	30	2	20	9	4	6	3	18
42	29	3	21	13	10	7	16	21
43	28	14	2	20	3	8	17	19
44	10	15	1	21	13	22	4	20
45	9	27	3	2	22	13	5	13

46	27	17	22	1	15	4	29	1
47	8	16	27	3	14	5	6	2
48	26	4	28	4	5	21	18	10
49	25	5	30	14	23	20	7	11
50	7	18	23	19	27	19	30	12

51	6	19	24	29	29	3	28	8
52	24	20	12	5	16	2	27	3
53	23	21	25	6	17	1	19	4
54	22	6	11	17	28	18	20	5
55	5	28	10	18	6	17	26	6
56	4	30	26	15	18	14	21	7
57	21	7	29	16	7	15	22	9
58	19	22	15	8	19	27	23	14
59	18	23	14	7	9	28	24	15
60	15	29	13	30	8	16	25	28
61	29	23	10	3	9	30	7	2
62	3	1	3	17	13	27	3	27
63	21	12	11	4	8	26	11	15
64	20	24	21	28	25	14	19	21
65	4	11	2	5	19	13	24	6
66	5	2	22	12	14	28	1	9
67	22	25	1	16	6	29	8	14
68	23	13	6	18	20	25	21	18

69	30	26	12	29	26	24	4	20
70	6	10	7	13	15	12	13	22
71	7	9	14	15	5	11	25	24
72	24	14	23	19	21	15	20	5
73	19	27	15	30	27	22	18	1
74	18	3	13	14	4	23	6	30
75	8	28	4	1	28	4	2	26
76	1	5	30	20	10	3	17	8
77	25	15	16	27	16	5	5	11
78	17	22	24	6	3	6	10	23
79	16	4	5	7	2	16	14	3
80	2	29	25	21	22	21	23	29
81	9	16	29	26	11	1	30	7
82	26	17	17	2	29	7	29	17
83	15	20	19	9	17	8	27	19
84	14	21	18	22	23	19	9	12
85	10	6	26	8	30	20	15	4
86	11	18	20	23	12	17	12	28
87	27	19	8	10	18	18	22	25
88	28	30	27	25	7	10	26	10
89	13	7	28	11	24	9	16	13
90	12	8	9	24	1	2	28	16
91	10	11	28	8	26	1	4	21
92	12	17	9	4	21	30	12	10

93	2	27	19	12	19	28	16	2
94	1	7	22	20	7	10	20	24
95	16	13	5	25	3	16	9	30
96	20	23	21	2	18	13	17	15
97	24	18	15	9	6	23	26	6
98	26	6	8	22	11	27	29	3
99	30	4	14	5	15	17	1	28
00	3	25	29	14	24	29	13	23