Индивидуальное домашнее задание по теории вероятностей для НКН-бд-01-17 (осенний семестр).

1. Найдите вероятность того, что произведение двух последних цифр номера автомобиля:
   а) Равно n; больше n; меньше n;
   б) Заключено в промежутке $[n_1; n_2]$.
2. В наборе n_1 шаров белого цвета, n_2 шаров синего и n_3 шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают m шаров. Найдите вероятности событий (смотри вариант).
3. Из колоды в 52 карты наугад (без возвращения) извлекаются четыре. Найти вероятность указанных в варианте событий.
4. В четырехугольник с вершинами в точках $(a_1; b_1), (a_2; b_2)$, $(a_3; b_3)$ и $(a_4; b_4)$ в соответствии с принципом геометрической вероятности бросается точка. Обозначим через ξ и η координаты этой точки. Вычислите вероятность того, что квадратное уравнение $x^2 + 2(\xi - c)x + d\eta + f = 0$ не будет иметь действительные корни.
5. Из двух урн, в каждой из которых находятся n шаров с написанных на них числами от 1 до n, наудачу извлекается по одному шару. Событие A—сумма чисел, написанных на выбранных шарах, делится на m; событие B—произведение этих чисел больше $к$, событие C - сумма чисел, написанных на выбранных шарах, больше l. Найти $P(A|B), P(B|A), P(A|C), P(C|A), P(B|C), P(C|B)$, Проверить, есть ли пары независимых событий и являются ли события A, B и C независимыми в совокупности?
6. Система надежности состоит из 7 элементов и имеет заданную структурную схему. События A_i, $i=1,\ldots,7$, — отказы элементов за заданный промежуток времени.
   а) Выразите через события A_i события A и $\bar{A}$, где A — отказ всей системы за заданный промежуток времени.
   б) Считая, что события A_i независимы в совокупности и имеют вероятности $\mathrm{P}(\mathrm{A}_i) = p_i,\ i = \overline{1,7}$, вычислите вероятность события A.
7. В первой урне находятся n_1 белых и m_1 черных шаров, во второй урне—n_2 белых и m_2 черных шаров. Сначала из первой урны во вторую перекладывается наугад $к$ шаров, затем такое же число шаров так же наугад перекладывается из второй урны в первую.
   а) Определите вероятность того, что после вскрытия первой урны в ней будет столько же черных шаров, сколько было до проведения опыта.
   б) После вскрытия первой урны оказалось, что в ней столько же белых шаров, сколько было до проведения опыта. Вычислите вероятность того, что при этом условии из первой урны во вторую переложили l черных шаров.
8. Вероятность попадания в цель при любом из n выстрелов равна p. Найдите вероятность того, что произойдет:
   а) Ровно m попаданий.
   б) Не более m попаданий.
   в) От m_1 до m_2 попаданий.
9. Вероятность того, что изделие окажется бракованным, равна p. Определите вероятность того, что среди n изготовленных изделий бракованными окажутся:
   а) Ровно m изделий.
   б) По крайней мере m изделий.
   в) Не более k изделий
10. Вероятность распада атома радиоактивного элемента за заданное время равна p. Найдите вероятность того, что за это же время из n атомов распадутся:
    а) Ровно m атомов.
    б) От m_1 до m_2 атомов.
    в) Не менее k атомов.
11. Из урны, в которой находится n_1 шаров белого цвета, n_2—черного и n_3—синего, наудачу извлекается $m=m_1+m_2+m_3$ шаров. Вычислить вероятность того, что среди них будет m_1 белых шаров, m_2—черных и m_3—синих, если выбор производится:
    а) С возвращением.
    б) Без возвращения.
12. Вероятность правильной передачи символа по каналу связи равна p, причем известно, что каждый символ искажается независимо от остальных. Случайная величина ξ– число правильно переданных символов в сообщении из n символов. Найдите:
    а) Ряд распределения случайной величины ξ.
    б) Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.
    в) Найдите ряд распределения случайных величин η и μ
13. В наборе n_1 шаров белого цвета, n_2 шаров синего и n_3 шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают m шаров. Случайная величина ξ – число вынутых белых шаров

(**варианты 1-10 ИДЗ**), синего цвета (**варианты 11-20 ИДЗ**), красного цвета (**варианты 21-30 ИДЗ**). Найдите:

а) Ряд распределения случайной величины ξ.

б) Вероятность попадания случайной величины ξ в интервалы $(x_1; x_2)$, $[x_1; x_2)$; $(x_1; x_2]$, $[x_1; x_2]$.

в) Найдите ряд распределения случайных величин η и μ

14. В условиях задачи **4** найдите:

а) Значение функции распределения случайной величины μ – расстояния от начала координат до упавшей в четырехугольник точки, в точках a_1, a_2, a_3.

б) Вероятность попадания случайной величины μ в интервал $(x_1,\ x_2]$.

15. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность распределения $p(x)$. Найдите:

а) Константу A

б) Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.

в) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\eta = a(\xi + b)^3 + c$.

г) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\mu = a(\xi - b)^2 + c$

16. Случайная величина $\xi \sim N(m, \sigma)$.

а) Найдите вероятность попадания случайной величины ξ на интервал $(a_1; a_2)$

б) Задана новая случайная величина $\eta = e^{a\xi+b}$ Найдите вероятность попадания случайной величины η в интервал $(x_1,\ x_2)$.

17. В урне n_1 белых шаров, n_2 – черных и n_3 – синих. Наудачу извлекается m шаров (без возвращения). Обозначим через ξ число вынутых белых шаров, а через η – синих.
Найдите:

а) Совместное распределение случайных величин ξ и η (ряд распределения).

б) Ряды распределения случайных величин ξ и η

в) Условные распределения случайной величины ξ при условии η, случайной величины η при условии ξ, проверить случайные величины на независимость

г) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$

д) Ряд распределения новой случайной величины $\mu = f(\xi, \eta)$

е) Ряд распределения новой двумерной дискретной случайной величины $(\mu_1;\ \mu_2)$

18. В четырехугольник с вершинами в точках (a_1, a_2), (b_1, b_2), (c_1, c_2), (d_1, d_2) в соответствии с принципом геометрической вероятности падает частица. Пусть ξ и η – координаты по оси X и У точки падения частицы.
Найдите:

а) Совместную функцию распределения $F_{\xi\eta}(x, y)$ случайной величины $(\xi; \eta)$ и совместную плотность распределения случайной величины $(\xi; \eta)$.

б) Одномерные плотности и функции распределения случайных величин ξ и η.

в) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η , и случайной величины η при условии ξ. Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми

г) Значение функции распределения случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z

19. Совместная плотность распределения случайных величин ξ и η задана формулой

$$p_{\xi\eta}(x,y)=C(ax^{\alpha}+by^{\beta}),\quad (x,y)\in D,$$

где область D ограничена прямыми $x = d,\ y = f$ и кривой $y = gx^{\gamma}$. Найдите:

а) Постоянную C.

б) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$

в) Одномерные плотности и функции распределения случайных величин ξ и η.

г) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η и случайной величины η при условии ξ. Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми

д) Вычислите вероятность попадания вектора (ξ, η) в треугольник с вершинами в точках $(z_1; z_2), (u_1; u_2), (v_1; v_2)$. (**Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо**)

е) Значение функции распределения $F_\mu(z)$ новой случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z. (**Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо**)

20. Случайные величины ξ и η – независимы и известны их плотности распределения $p_\xi(x)$ и $p_\eta(y)$. Случайная величина $\mu = \xi + \eta$. Найдите плотность распределения случайной величины μ .

Распределение

Задача		Задача	Задача	Задача	Задача	Задача
0,5	0,5	1	1	5	2	2

Задача	Задача	Задача	Задача	Задача
2	1,5	1,5	1,5	1,5

Задача			Задача			Задача		Задача			
0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	0,5	0,5	1	1

Задача		Задача					
0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

Задача				Задача						Задача
0,6	0,4	0,4	0,6	1	0,5	1	1	0,5	0,5	1,5

	№ задачи	Данные
2	1.	$n = 12;\ n_1 = 27;\ n_2 = 76.$
	2.	$n_1 = 4, n_2 = 4, n_3 = 3, m = 5$. Событие А={белых шаров достали больше, чем красных}, событие В=={достали хотя бы один белый шар и не более одного красного шара}
	3.	Событие А={хотя бы два черных дамы}, событие В=={все карты разных мастей}
	4.	$(a_1; b_1) = (-1; 3);\ (a_2; b_2) = (-3; -2);\ (a_3; b_3) = (0; -4);\ (a_4; b_4) = (2; 2)$ $c = -1;\ d = 1;\ f = 2.$
	5.	$n = 10;\ m = 3;\ k = 28; l = 14.$
	6.	$p_1 = 0{,}1, p_2 = 0{,}2, p_3 = 0{,}3, p_4 = 0{,}3, p_5 = 0{,}2, p_6 = p_7 = 0{,}1.$
	7.	$n_1 = 5, m_1 = 5, n_2 = 4, m_2 = 3, k = 4, l = 2.$
	8.	$n = 7, p = 0{,}9, m = 4, m_1 = 3, m_2 = 8.$
	9.	$p = 0{,}005;\ n = 800;\ m = 2; k = 5.$
	10.	$p = 0{,}055;\ n = 1600;\ m = 70;\ m_1 = 60;\ m_2 = 110; k = 88.$
	11.	$n_1 = 4, n_2 = 4, n_3 = 5;\ m_1 = 2, m_2 = 2, m_3 = 1.$
	12.	$n = 7, \quad p = 0{,}4, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 8.$ $\eta = 2^{\xi} - \xi^2, \quad \mu = \lvert 20 - 2^{\xi} \rvert$
	13.	$n_1 = 5, n_2 = 6, n_3 = 4, m = 5;$ $x_1 = 2, \quad x_2 = 5.$ $\eta = 2^{\xi} - \xi^2, \quad \mu = \lvert 20 - 2^{\xi} \rvert$
	14.	$a_1 = 1, \quad a_2 = 3, \quad a_3 = 5, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 7.$
	15.	$p_{\xi}(x) = \begin{cases} A(1-x)^2, & -1 \le x \le 2 \\ 0, & x < -1,\ x > 2 \end{cases}$ $a = 2, \quad b = 1, \quad c = -2.$
	16.	$m = -2, \quad \sigma = 3, \quad a_1 = -2, \quad a_2 = 4, \quad a = 10, \quad b = -30,$ $x_1 = 14, \quad x_2 = 65.$
	17.	$n_1 = 5, n_2 = 6, n_3 = 4, m = 5;$ $(x;\ y) = (6; 3), (3; 7), (2; 3);$ $\mu = \sin\frac{\pi\xi}{2} + \cos\pi\eta$ $\mu_1 = \xi - 2\eta;\ \mu_2 = 3(\eta - \xi) + 3$
	18.	$(a_1, a_2) = (1; 1), (b_1, b_2) = (1; 6), (c_1, c_2) = (6; 1), (d_1, d_2) = (6; 6);$ $\mu = -\xi + 2\eta, z = 8$
	19.	$a = 1, \alpha = 2, b = 2, \beta = 1, d = -2, f = 1, g = -2, \gamma = 1;$ $(x; y) = (0;\ 2)$ $(z_1, z_2) = (-2; -2), (u_1, u_2) = (-1; 4), (v_1, v_2) = (0; 0);$ $\mu = -\xi^2 - 2\eta, z = -6$
	20.	$p_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(5-x), & 3 \le x \le 5 \\ 0, & x < 3,\ x > 5 \end{cases}$ и $p_{\eta}(y) = \begin{cases} 3e^{-3y}, & y \ge 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases}$