Контрольное задание состоит из двух задач.

Вариант первой задачи определяется предпоследней цифрой шифра, вариант второй задачи – последней цифрой шифра.

Для решения первой задачи необходимо ознакомиться с материалом первой главы учебного пособия – «Элементы векторного анализа», в том числе усвоить правила действий с векторами, понятия векторных дифференциальных операторов, операции векторного анализа в криволинейных координатах.

Вторая задача для своего решения требует усвоение материала глав 2…5 учебного пособия, где необходимо обратить особое внимания на методы решения краевых задач.

Все формулы должны приводиться со ссылками на источник из списка литературы, приводимого в конце текста. Форма ссылки стандартная: в круглых скобках указывается номер формулы в источнике, и здесь же, в квадратных скобках, номер источника в списке литературы.

Контрольная работа оформляется в виде документа Word, шрифт Times New Roman, 14.

**Пример решения первой задачи**.

Условие задачи:

Скалярное поле *U*(*x,y,z*) задано условием: *U*(*x,y,z*) = *r*, где – модуль радиус-вектора . Определить векторное поле .

Решение.

Согласно формуле (2.5 [1]), градиент скалярного поля *U* определяется следующим образом: По условию задачи, *U* = *r*. Найдём производные *r* по координатам:

Следовательно, .

Окончательно получаем ответ: где – орт сферической системы координат.

Векторные поля наглядно изображаются при помощи силовых линий (п.2.3[1]). Уравнение силовых линий (2.7 [1]): или: . Отсюда . Из уравнения поучаем: или в сиу произвольности константы, , откуда находим Таким образом, каждое из этих трёх уравнений описывает плоскости , проходящие через начало координат.

Линии пересечения этих плоскостей – лучи, исходящие из начала координат в различных направлениях, определяемых константами *А* и *В*. Это и есть силовые линии векторного поля *F*.

Данный вывод о представлении найденного векторного поля можно было получить непосредственно из его выражения: есть вектор единичной длины, исходящий из начала координат в произвольном направлении. Касательная к нему в каждой точке совпадает с ним самим. Значит, совокупность этих векторов и представляет картину силовых линий векторного поля , полученную выше из решения системы дифференциальных уравнений.

Список литературы

1. Учебное пособие по курсу «Специальные главы математики».

**Пример решения второй задачи**.

Условие задачи: Найти решение уравнения Гельмгольца:

в области при граничных условиях: *u*(*x*,0) = *u*(*x*,*b*) = 0, *u*(0,*y*) = *u*(*a*,*y*) = 0.

Решение

Ищем решение данного уравнения методом разделения переменных (п. 11 [1]). Согласно (17.9 [1]), общее решение этого уравнения имеет вид:

,где 

Так как мы ищем решение в ограниченной области, выберем первый вариант:  В силу граничного условия *u*(0,*y*) = 0 получаем *А* = 0. Аналогично из условия *u*(*x*,0) = 0 получаем: *С* = 0. Таким образом,  Из второй пары граничных условий находим:  откуда . Отсюда получаем значение первой константы разделения . Аналогично находим вторую константу разделения .

Следовательно, решение исходного уравнения возможно только для счётного множества значений константы *γ*:



и имеет вид: , где *u*0 – произвольная константа, *m* и *n –* натуральные числа.

Список литературы

1. Учебное пособие по курсу «Специальные главы математики».

Задача №1

1. Скалярное поле Ф задано в цилиндрической системе координат функцией .

Вычислить векторное поле grad(Ф).

1. Векторное поле задано двумя составляющими:

Определить дивергенцию этого поля.

1. Определить ротор векторного поля, заданного функцией:
2. Определить дивергенцию векторного поля **A**, заданного составляющими:
3. Скалярное поле Ф задано функцией Ф = 3x2ycos(z) + 2z2.

Найти векторное поле grad(Ф).

1. В декартовой систем координат векторное поле имеет единственную составляющую . Вычислить векторное поле
2. Векторное поле задано в сферической системе координат,

Определить скалярное поле

1. Векторное поле задано в декартовой системе координат единственной составляющей . Определить
2. Определить дивергенцию векторного поля, заданного в декартовой системе координат единственной составляющей
3. Векторное поле задано в сферической системе координат, Вычислить

Задача №2

1. Найти решение внутренней граничной задачи Дирихле в области при граничном условии *u*(*R*,*φ*) *=* 0.
2. Найти решение внутренней граничной задачи Дирихле в области при граничном условии *u*(*R*,*φ*) *= cos*(*φ*).
3. Найти решение внешней граничной задачи Дирихле в области при граничном условии *u*(*R*,*φ*) *= cos*(*φ*).
4. Решить первую граничную задачу для уравнения Гельмгольца в двумерной области: .
5. Решить вторую граничную задачу для уравнения Гельмгольца в двумерной области: 
6. Решить первую граничную задачу для уравнения Гельмгольца в трёхмерной области:

.

1. Решить вторую граничную задачу для уравнения Гельмгольца в трёхмерной области:



1. Найти решение первой внутренней граничной задачи для уравнения Гельмгольца

в двумерной цилиндрической области при граничных условиях: *u*(*R,φ*) = 0

1. Найти решение первой внутренней граничной задачи для уравнения Гельмгольца

в двумерной цилиндрической области при граничных условиях: *u*(*R,φ*) = 0; *u*(*r,*0) = 0; *u*(*r,*) = 0.

1. Найти решение первой внутренней граничной задачи для уравнения Гельмгольца

в двумерной цилиндрической области при граничных условиях: *u*(*R*1*,φ*) = 0; *u*(*R*2*,φ*) = 0.