Негосударственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Центросоюза Российской Федерации

**СИБИРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПОТРЕБИТЕЛЬСКОЙ КООПЕРАЦИИ**

МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭКОНОМИКИ

Методические указания и задания к практическим занятиям,
контрольной и внеаудиторной работе студентов
направления 38.03.01 *Экономика*

Новосибирск 2018

Кафедра статистики и математики

Авторы: Н.В. Шаланов, д-р экон. наук, профессор
Т.М. Перевощикова, ст. преподаватель

Рецензент Л.Г.Гузевский, д-р физ.-мат. наук, профессор

Рекомендовано к изданию кафедрой статистики и математики, протокол от 12 марта 2018 г., № 8.

Заведующий кафедрой Н.В. Шаланов

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Программа, методические указания и задания контрольной и внеаудиторной работы предназначены для студентов заочной формы обучения направления 38.03.01 *Экономика,* выполняющих контрольную работу по дисциплине «Методы моделирования и прогнозирования экономики». В работе содержатся тематический план дисциплины, таблица выбора заданий контрольной работы, методические указания как по оформлению контрольной работы, так и по выполнению заданий, список рекомендуемой литературы, задания для внеаудиторной работы.

«Методы моделирования и прогнозирования экономики» является одной из основополагающих учебных дисциплин в системе подготовки специалистов в области экономики и управления.

Основная *цель* изучения дисциплины – изучение методологии и методик построения экономико-математических моделей и прогнозирования, практическое использование их на разных уровнях экономики как инструмента для достижения устойчивого развития.

В результате изучения дисциплины «Методы моделирования и прогнозирования экономики» студент должен:

- *знать:* основы построения, расчета и анализа современной системы показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов на микро- и макроуровне;

- *уметь:* прогнозировать на основе стандартных теоретических, эконометрических моделей поведение экономических агентов, развитие экономических процессов, явлений на макро- и микро уровнях; анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

- *владеть:* методикой построения анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.

Издание включает: объем дисциплины и виды учебной работы для студентов заочной формы обучения; содержание дисциплины; методические указания к выполнению и оформлению контрольной работы; задания контрольных работ; задания внеаудиторной работы студентов.

Контрольная работа студентов заочной формы обучения предназначена для закрепления теоретических знаний и приобретения практических навыков моделирования и прогнозирования экономики.

Все задания построены в логической последовательности, что позволяет студентам от простых заданий переходить к более сложным, при этом закрепляя знания и навыки, полученные при изучении предыдущих тем.

Задания контрольной и внеаудиторной работы студентов заочной формы обучения составлены в соответствии с учебной программой дисциплины «Методы моделирования и прогнозирования экономики».

2. ТЕМЫ И КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Раздел 1. Методологические основы моделирования и прогнозирования

Тема 1. Методические основы моделирования и прогнозирования

Предмет, цель, структура дисциплины. Роль моделирования и прогнозирования в управлении деятельностью предприятия и принятии управленческих решений. Формы научного предвидения. Структура экономического предвидения. Определение прогноза как одной из форм научного предвидения. Отличительные особенности форм экономического предвидения: гипотезы, прогноза, плана, программы, проекта. Принципы экономического прогнозирования. Этапы разработки прогнозов. Специфика применения методов прогнозирования в деятельности предприятия. Классификация прогнозов и методов моделирования и прогнозирования. Информационное обеспечение моделирования и прогнозирования. Методы получения информации.

Раздел 2. Методы моделирования и прогнозирования

Тема 2. Моделирование и прогнозирование на основе многофакторных регрессионных моделей

Многофакторные регрессионные модели: понятие и этапы построения. Спецификация многофакторной регрессионной модели.

Оценка параметров многофакторной регрессионной модели. Оценка тесноты связи в модели многофакторной регрессии. Отбор главных факторов. Мультиколлинеарность. Проверка адекватности модели. Прогнозирование по модели множественной регрессии.

Тема 3. Моделирование и прогнозирование
на основе однофакторных регрессионных моделей

Однофакторные регрессионные модели: понятие, виды и параметры. Регрессия и корреляция: экономический смысл и оценка параметров. Прогнозирование по динамическим и пространственным моделям

Тема 4. Моделирование и прогнозирование

на основе моделей временных рядов

Временной ряд: понятие и виды. Основные компоненты временного ряда. Методы прогнозирования временных рядов. Статистические методы прогнозирования. Прогнозирование на основе тренда. Прогнозирование по аддитивной и мультипликативной модели

Тема 5. Прогнозирование при помощи моделей
с лаговыми переменными

Общая характеристика моделей с лаговыми переменными. Интерпретация параметров моделей с лаговыми переменными. Оценка параметров моделей с лаговыми переменными и прогнозирование.

Тема 6. Прогнозирование и моделирование
методами экспертных оценок
(Прогнозирование в условиях неопределенности)

Классификация методов экспертных оценок. Методика проведения экспертных опросов. Индивидуальные методы: метод интервью, метод написания сценария. Коллективные методы: мозгового штурма (коллективной генерации идей), «Дельфи», метод «635», морфологического анализа. Оценка точности экспертного прогноза.

Тема 7. Использование методов моделирования и
прогнозирования в некоторых аспектах экономики

Прогнозирование в менеджменте. Прогнозирование в маркетинге: моделирование функции покупательского спроса, прогнозирование спроса. Прогнозирование в логистике: оптимальное управление товарными запасами.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

В период обучения студенты заочной формы обучения направления 38.03.01 *Экономика* выполняют одну контрольную работу, которую необходимо сдать на проверку до начала экзаменационной сессии.

Задания контрольной работы для студентов заочной формы обучения составлены в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Методы моделирования и прогнозирования экономики».

Контрольное задание выполняется в тетради или на скрепленной бумаге формата А4, с нумерацией страниц и соблюдением полей для замечаний рецензента. При оформлении контрольной работы на обложке следует указать фамилию, инициалы студента, курс, направление, номер личного дела (шифр) и дисциплину.

В начале работы пишется номер варианта и соответствующий ему набор вопросов и задач. Текст следует писать аккуратно, сокращения слов по тексту допускаются лишь общепринятые. Задания должны обязательно содержать условие задачи, решение с приведением необходимых формул или условий и ответ. В конце контрольной работы необходимо привести список использованной литературы, поставить подпись, дату.

Выполненная работа направляется на проверку и рецензирование. При положительной рецензии студента допускают к собеседованию, в ходе которого проверяют его знания. В случае отрицательной рецензии работу возвращают студенту для доработки. При повторном представлении работы на проверку прилагается и первоначальный вариант с рецензией.

Собеседование по контрольной работе проводится в первые дни экзаменационной сессии в свободное или предусмотренное расписанием время. Студент может приходить на собеседование к преподавателю и во время индивидуальных консультаций в течение межсессионного периода, по мере готовности контрольной работы. Консультации по выполнению контрольных заданий проводятся по расписанию в конце экзаменационной сессии за предшествующий курс, а также в межсессионный период на кафедре статистики и математики (ауд. 104).

Контрольная работа, выполненная по неправильно выбранному варианту, не рецензируется, и студент не допускается к собеседованию. Студенты, имеющие академическую задолженность по данной дисциплине за прошлые годы, выполняют задание по варианту текущего года.

Все вопросы и просьбы по заданиям контрольной работы студенты могут направлять на кафедру статистики и математики по адресу: 630087, г. Новосибирск – 87, пр. К. Маркса, 26, ауд. 104. Телефон кафедры 346-21-87.

Контрольная работа состоит из шести заданий. В первом задании необходимо ответить на вопросы теоретического характера, в остальных – решить задачу. Для решения задач студенту необходимо из табл. 3.1 выбрать значение числа α и подставить его в соответствующие арифметические выражения. В табл. 3.2 приведены номера теоретических вопросов, которые необходимо рассмотреть в контрольной работе.

Значение α в контрольной работе определяется студентом согласно табл. 1 по двум последним цифрам зачетной книжки. Например, шифру Э-87-25 соответствует число α=156 (табл. 3.1), номера вопросов в задании 1 – 3, 9, 17 и номера таблиц для анализа в задании 2 – 5.3 и 5.8 (вопросы и таблицы соответствуют диапазону значений α - 146÷166) (табл.3.2).

Таблица 3.1

Таблица для определения значения α

		Последняя цифра номера зачетной книжки									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Предпоследняя цифра номера зачетной	0	140	102	200	188	222	154	220	184	218	122
	1	164	198	104	224	254	186	240	266	124	182
	2	142	226	190	106	280	156	268	126	216	238
	3	196	166	202	252	108	298	128	242	270	180
	4	144	248	258	278	282	110	152	288	300	150
	5	192	228	168	294	130	158	112	264	214	272

	6	146	250	204	132	246	296	244	114	292	178
	7	194	230	134	170	260	160	286	212	116	236
	8	148	136	276	284	172	208	262	290	274	118
	9	138	232	206	234	256	162	174	210	120	176

Таблица 3.2

Таблица выбора номеров теоретических вопросов контрольной работы

Значение α	Номера вопросов в задании 1	Номера таблиц в задании 2
102-122	1, 22, 27	4.1, 4.10
124-144	2, 16, 23	4.2, 4.9
146-166	3, 9, 17	4.3, 4.8
168-184	4, 14, 20	4.4, 4.7
186-206	5, 13, 24	4.5, 4.3
208-228	6, 15, 25	4.6, 4.2
230-250	7, 18, 26	4.7, 4.1
252-268	8, 19, 28	4.8, 4.6
270-278	10, 12, 29	4.9, 4.4
280-300	11, 21, 30	4.10, 4.5

Для удобства расчетов предлагается округлять полученные значения до двух цифр после запятой. Все сведения, необходимые для выполнения контрольной работы, приведены в данных методических указаниях и в учебном пособии [18].

Методические указания к решению задач

Предложенные задачи относятся к следующим методам моделирования и прогнозирования экономики:

задание 1 – теоретические вопросы по темам № 1, 2, 6, 7, 8;

задание 2 – графическое и аналитическое исследование взаимосвязей;

задание 3 – прогнозирование на основе однофакторных регрессионных моделей;

задание 4 - прогнозирование на основе многофакторных регрессионных моделей;

задание 5 – прогнозирование на основе трендовых моделей;

задание 6 – прогнозирование на основе моделей с лаговыми переменными.

Ниже приведены методические указания к решению заданий по темам.

Тема 1. Методические основы моделирования и прогнозирования: графическое и аналитическое исследование взаимосвязей

Большинство явлений и процессов в экономике находится в тесной взаимосвязи. Ее выявление и анализ является первоочередной задачей на начальном этапе разработки модели для прогнозирования. Это позволяет отбросить малозначимые факторы, понять процесс причинно-следственных отношений между факторами.

Исследовать зависимости очень удобно с помощью корреляционно-регрессионного анализа.

Корреляция – это статистическая зависимость между случайными величинами, при которой изменение одной из случайных величин приводит к изменению математического ожидания другой.

Различают следующие *виды корреляции*:

1. *парная* – измеряет тесноту связи между двумя признаками (результативным и факторным или двумя факторными);

2. *частная* – измеряет тесноту связи между результативным и одним или двумя факторными признаками при фиксированном значении других факторных признаков;

3. *множественная* – измеряет тесноту связи между результативным признаком и двумя факторными признаками, включенными в исследование.

Наиболее разработанной является методология парной линейной корреляции.

Теснота связи между переменной X и переменной Y количественно выражается величиной *линейного коэффициента корреляции* (R_{xy}), который определяется по формулам:

$$R_{xy} = b\frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\sigma_x\cdot\sigma_y} = \frac{n\sum xy - \sum x\cdot\sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - (\sum x)^2\right]\cdot\left[n\sum y^2 - (\sum y)^2\right]}}.$$

где b – коэффициент при x в уравнении регрессии $y = a + bx$,

σ_x σ_y - среднеквадратические отклонения по x и y.

Значение линейного коэффициента находится в границах:

$$-1 \le R_{xy} \le 1.$$

Если $R_{xy} = 0$, можно говорить о неправильно выбранной форме связи (например, выбрали линейную зависимость вместо нелинейной) или об отсутствии связи между переменной X и переменной Y.

Если $R_{xy} = 1$, все точки X_i и Y_i расположены на прямой, связь между ними самая сильная – функциональная.

Если $R_{xy} > 0$, связь между переменной X и переменной Y прямая.

Если $R_{xy} < 0$, связь между переменной X и переменной Y обратная.

Оценить тесноту связи между переменной X и переменной Y можно с помощью шкалы Чеддока:

Показания тесноты связи	|0,1 – 0,3|	|0,3 – 0,5|	|0,5 – 0,7|	|0,7 – 0,9|	|0,9 – 0,99|
Характеристика тесноты связи	Слабая	Умеренная	Заметная	Высокая	Весьма высокая

На основе линейного коэффициента корреляции рассчитывается квадрат линейного коэффициента корреляции $\mathbf{R^2_{xy}}$, который называется ***коэффициентом детерминации***. Он показывает, сколько процентов изменений зависимой переменной *y* объясняется изменениями независимой переменной *x*.

Следовательно, выделяют следующие *задачи корреляционного анализа*:

1. оценка тесноты связи между признаками и явлениями;
2. отбор факторов, оказывающих наибольшее влияние на результирующий признак;
3. нахождение неизвестных причинно-следственных связей между факторами.

Регрессия - это односторонняя вероятностная зависимость между случайными величинами. Регрессия позволяет предсказывать одну переменную на основании другой или других.

Различают следующие *виды регрессии*:

1. однофакторная регрессия ;
2. многофакторная регрессия $\hat{y}_x = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$,

где k – число факторных признаков.

Примеры графического изображения некоторых видов однофакторных регрессий, представлены на рис. 3.1-3.5.

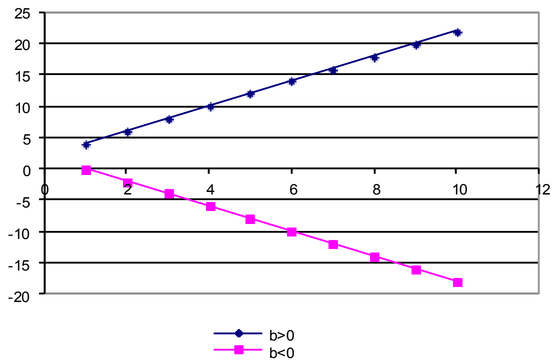


Рис. 3.1. Линейная функция
y=a+bx+e

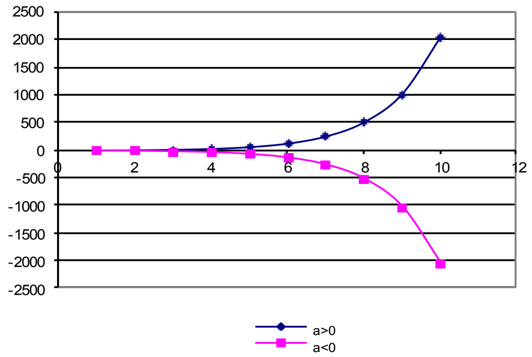


Рис. 3.2. Показательная функция
$y=ab^{x}e$

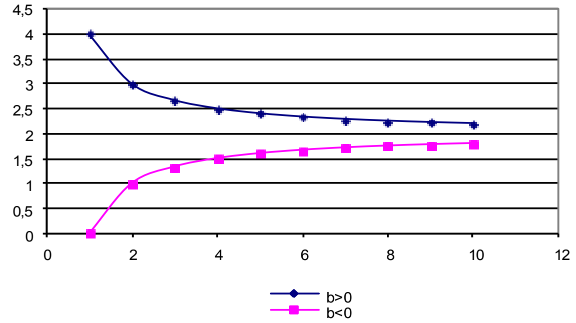


Рис. 3.3. Гиперболическая функция
y = a+b/x+e

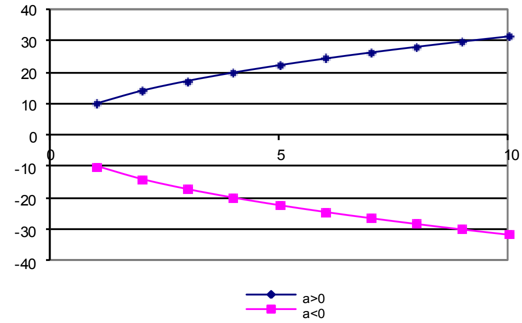


Рис. 3.4. Степенная функция
$y = ax^{b}e$

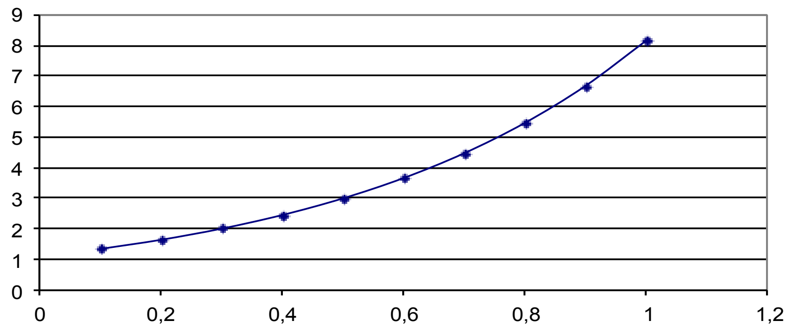


Рис. 3.5. Экспоненциальная функция
$y = e^{a+bx+e}$

Следовательно, выделяют следующие *задачи регрессионного анализа*:

1. установление формы зависимости между результирующим признаком и факторами, влияющими на него;

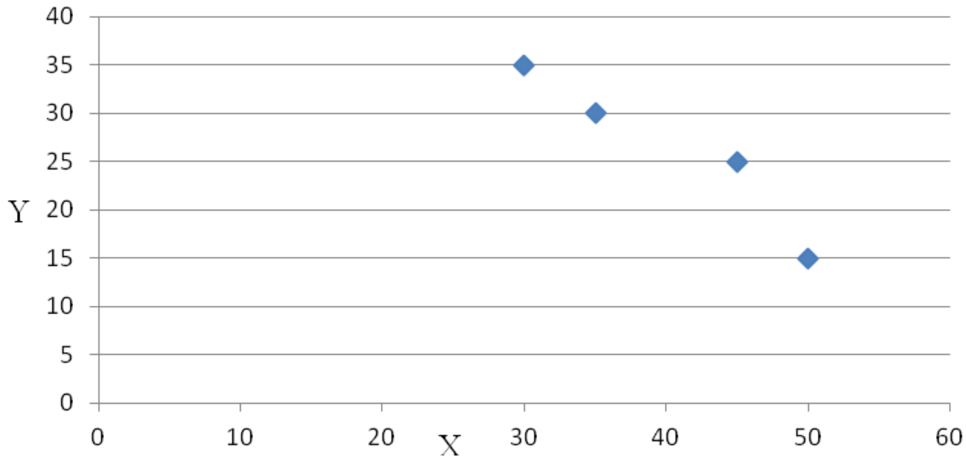
2. определение функции регрессии, выявление общей тенденции изменения результирующей переменной;
3. установление влияния объясняющих факторов на результат;
4. построение прогнозов.

Понятия корреляции и регрессии тесно связаны между собой. В корреляционном анализе оценивается сила связи, а в регрессионном – ее форма.

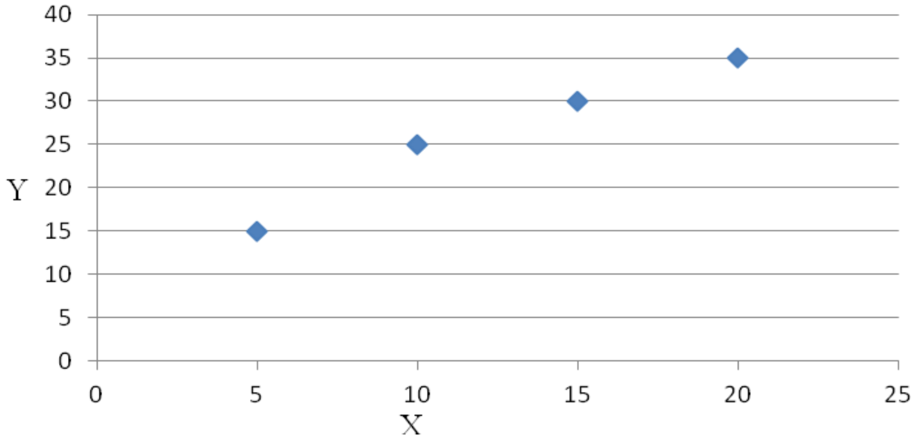
Решение всех названных задач приводит к необходимости комплексного использования этих методов.

Изучение и анализ взаимосвязей начинается с построении графика – *поле корреляции*, который представляет собой совокупность точек в прямоугольной системе координат. Координаты каждой точки определяются значениями признака – фактора и результативного признака.

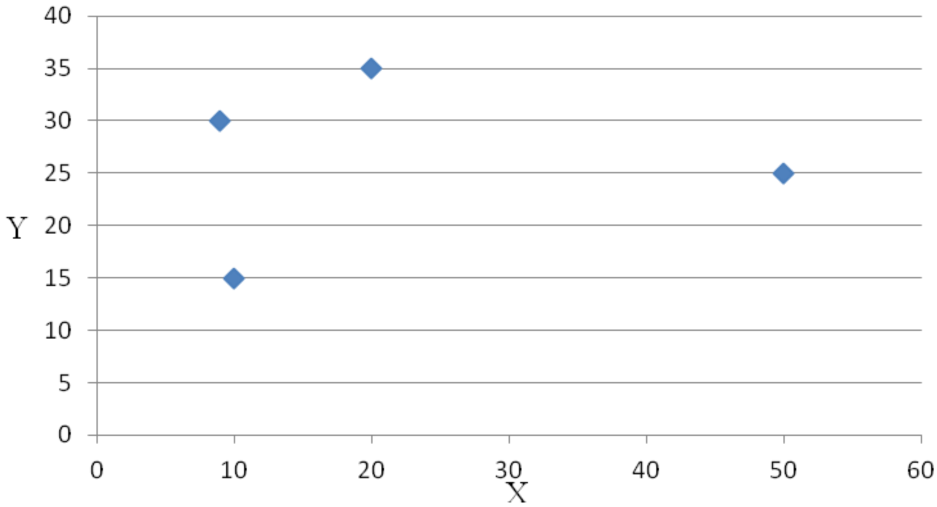
По характеру расположения точек на поле корреляции делают вывод о наличии или отсутствии связи, о характере связи (линейная или нелинейная, а ели связь линейная – то прямая или обратная). В случае если точки корреляционного поля обнаруживают определенную направленность в своем расположении, можно говорить о наличии связи.



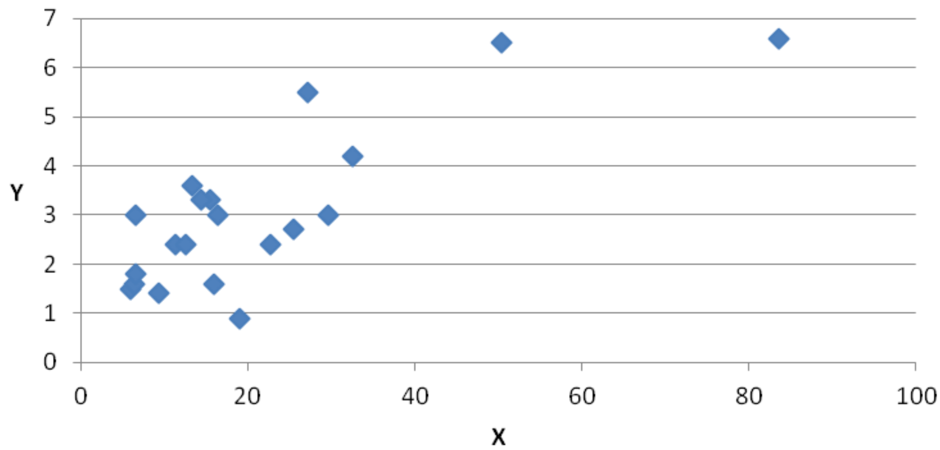
Связь между переменной X и переменной Y линейная обратная.



Связь между переменной X и переменной Y линейная прямая.



Связь между переменной X и переменной Y отсутствует.



Связь между переменной X и переменной Y нелинейная (логарифмическая).

Образец решения задачи контрольной работы:

По приведенным в табл. 3.3 данным построить диаграммы, показывающие зависимость каждого из показателей от времени ($x – t$, $y – t$) и друг от друга ($x – y$).

По каждой диаграмме определить вид зависимости и рассчитать коэффициенты корреляции и детерминации. Сделать выводы.

Таблица 3.3

Год	Число собственных автомобилей на 1000 человек, штук (Y)	Реальные денежные доходы населения, % к 1996 г. (X)
1996	146,6	100
1997	147,9	94
1998	167,8	84
1999	173,2	75
2000	183,7	95
2001	180,1	123
2002	194,5	123
2003	201,5	150

Построим диаграммы, показывающие зависимость каждого из показателей от времени ($x – t$, $y – t$) и друг от друга ($x – y$).

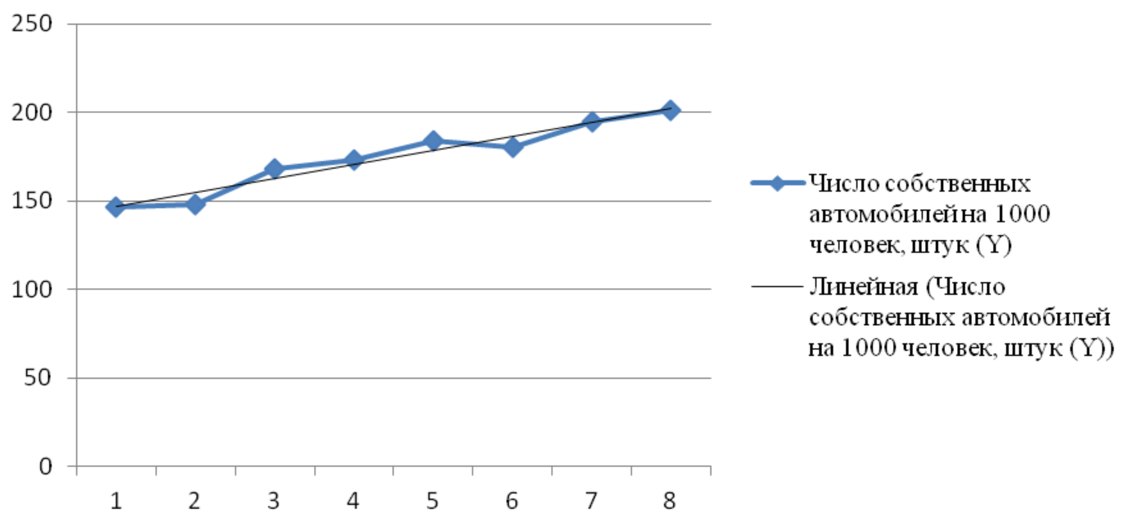


Рис. 3.6. Динамика числа собственных автомобилей на 1000 человек за период с 1996 по 2003 год, штук.

На диаграмме прослеживается линейная зависимость между показателями.

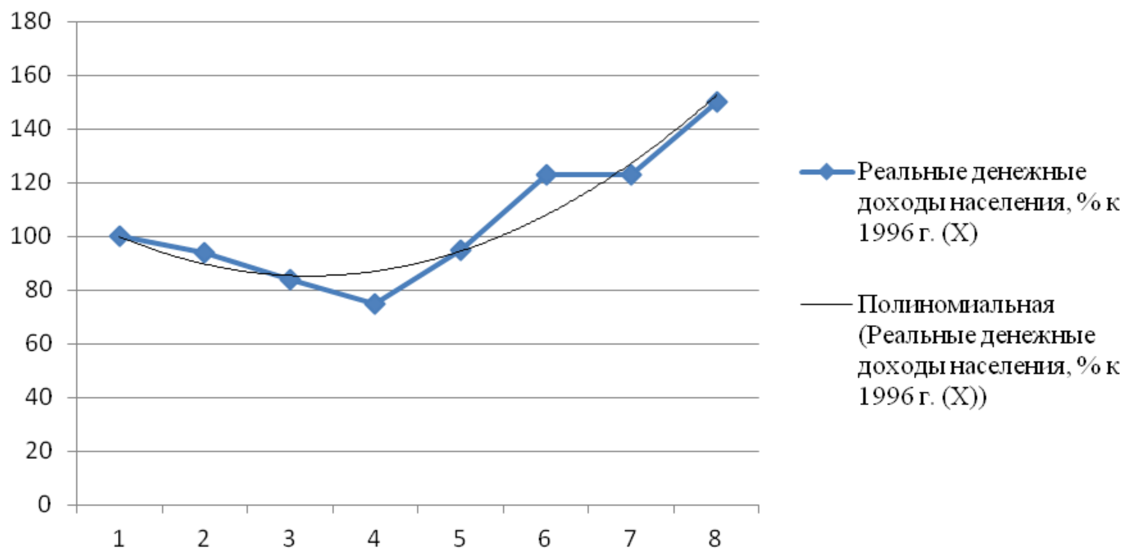


Рис. 3.7. Динамика реальных денежных доходов населения за период с 1996 по 2003 год, %.

На диаграмме прослеживается нелинейная (полиномиальная) зависимость между показателями.

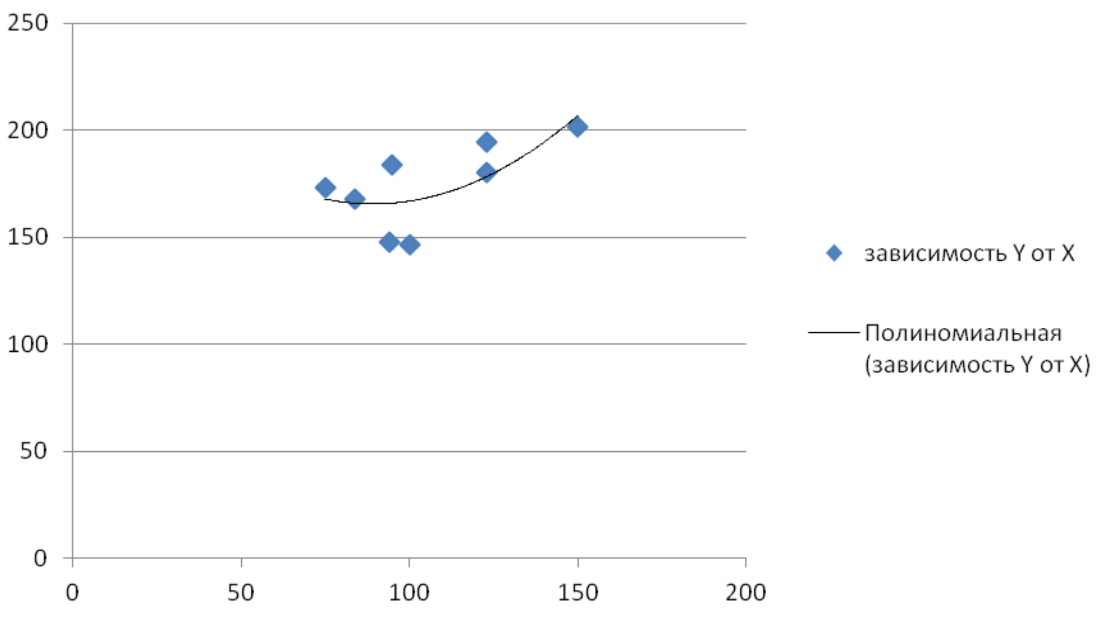


Рис. 3.8. Зависимость между реальными денежными доходами населения и числом собственных автомобилей на 1000 человек.

На диаграмме прослеживается нелинейная (полиномиальная) зависимость между показателями.

Для расчета коэффициентов корреляции составим вспомогательную таблицу (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Таблица вспомогательных расчетов

Год	Число собственных автомобилей на 1000 чел., штук (Y)	Реальные денежные доходы населения, % к 1996 г. (X)	t	X*Y	X^2	Y^2	t^2	t*Y	t*X
1996	146,6	100	1	14660	10000	21491,56	1	146,6	100
1997	147,9	94	2	13902,6	8836	21874,41	4	295,8	188
1998	167,8	84	3	14095,2	7056	28156,84	9	503,4	252
1999	173,2	75	4	12990	5625	29998,24	16	692,8	300
2000	183,7	95	5	17451,5	9025	33745,69	25	918,5	475
2001	180,1	123	6	22152,3	15129	32436,01	36	1080,6	738
2002	194,5	123	7	23923,5	15129	37830,25	49	1361,5	861
2003	201,5	150	8	30225	22500	40602,25	64	1612	1200
Итого	1395,3	844	36	149400,1	93300	246135,3	204	6611,2	4114

Коэффициент корреляции между временем и числом собственных автомобилей на 1000 человек определим по формуле (в качестве факторного признака X выступает номер года t):

$$R_{xy} = \frac{n\sum ty - \sum t \cdot \sum y}{\sqrt{\left[n\sum t^2 - (\sum t)^2\right] \cdot \left[n\sum y^2 - (\sum y)^2\right]}}$$

$$R_{xy} = \frac{8*6611{,}2 - 36*1395{,}3}{\sqrt{\left[8*204 - (36)^2\right] \cdot \left[8*246135{,}3 - (1395{,}3)^2\right]}} = 0{,}97$$

Следовательно, связь между временем и числом собственных автомобилей на 1000 человек прямая, т.к. Rxy > 0, а теснота связи весьма высокая (по шкале Чеддока).

Коэффициент детерминации равен $\mathbf{R^2_{xy}} = (0{,}97)^2 = 0{,}95$ (95 %). Следовательно, 95 % изменений числа собственных автомобилей на 1000 человек объясняется изменением времени.

Коэффициент корреляции между временем и реальными денежными доходами населения определим по формуле (в качестве факторного признака X выступает номер года t, а в качестве результативного признака Y выступает X):

$$R_{xy} = \frac{n\sum tx - \sum t \cdot \sum x}{\sqrt{\left[n\sum t^2 - (\sum t)^2\right] \cdot \left[n\sum x^2 - (\sum x)^2\right]}}$$

$$R_{xy} = \frac{8*4114-36*844}{\sqrt{\left[8*204-(36)^2\right]\cdot\left[8*93300-(844)^2\right]}} = 0,75$$

Следовательно, связь между временем и реальными доходами населения прямая, т.к. Rxy > 0, а теснота связи высокая (по шкале Чеддока).

Коэффициент детерминации равен $\mathbf{R^2_{xy}}$ = $(0,75)^2$ = 0,56 (56 %). Следовательно, 56 % изменений реальных денежных доходов населения объясняется изменением времени.

Коэффициент корреляции между реальными денежными доходами населения и числом автомобилей на 1000 человек определим по формуле:

$$R_{xy} = \frac{n\sum xy - \sum x \cdot \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - (\sum x)^2\right]\cdot\left[n\sum y^2 - (\sum y)^2\right]}}$$

$$R_{xy} = \frac{8*149400{,}1-844*1395{,}3}{\sqrt{\left[8*93300-(844)^2\right]\cdot\left[8*246135{,}3-(1395{,}3)^2\right]}} = 0,64$$

Следовательно, связь между реальными денежными доходами населения и числом автомобилей на 1000 человек прямая, т.к. Rxy > 0, а теснота связи заметная (по шкале Чеддока).

Коэффициент детерминации равен $\mathbf{R^2_{xy}}$ = $(0,64)^2$ = 0,41 (41%). Следовательно, 41 % изменений числа автомобилей на 1000 человек объясняется изменением реальных денежных доходов населения.

Тема 3. Прогнозирование на основе однофакторных регрессионных моделей

Однофакторные (парные, простые) регрессионные модели – это модели, в которых прогнозирование какого-либо показателя Y осуществляется на основе использования его зависимости от причинно или статистически зависимого фактора X.

В общем виде зависимость результативного показателя Y от объясняющей (факторной) переменной X можно задать функцией:

$$\tilde{Y} = f(x) + e,$$

e – отклонение фактического значения результативного признака от теоретического (ошибка регрессии).

Типы однофакторных моделей:

1) Динамические и пространственные (статические).

При использовании однофакторных *динамических моделей* исходная информация представлена в виде двух динамических рядов по одному объекту за несколько временных реализаций. Один ряд является зависимой переменной Y (прогнозируемый показатель), а другой - независимой X (табл. 3.5).

Таблица 3.5

Объемы оборота розничной торговли и промышленного производства по Новосибирской области, млрд руб.

Месяцы	Объем производства	Объем оборота розничной торговли
Январь	186,8	189
Февраль	247,5	190
Март	267,2	229
Апрель	274,8	206
Май	226,8	217

При использовании *пространственных (статических) моделей* обрабатывается информация за один временной интервал (год, месяц) по множеству объектов (табл. 3.6). В этом случае отсутствуют взаимосвязи, вызываемые совместным изменением во времени прогнозируемого показателя и факторов - причин.

Таблица 3.6

Оборот розничной торговли и объем промышленного производства (млрд. руб.)

Территории	Объем производства	Объем оборота розничной торговли
Алтайский край	7050	4442
Кемеровская обл.	22520	9513
Новосибирская обл.	7438	7269
Омская обл.	10082	6784
Томская обл.	5340	2939

2) Линейные и нелинейные регрессии.

Линейная регрессия: $\hat{y}$=a+bx+e.

Нелинейные регрессии:

- гипербола $\hat{y}$=a+b/x+e,
- показательная $\hat{y}$=ab^{x}e,
- степенная $\hat{y}$=ax^{b}e,

- экспоненциальная $\hat{y}=e^{a+bx+e}$ и т.д.

Линейная регрессия находит широкое применение на практике ввиду четкой экономической интерпретации ее параметров.

Коэффициент «**a**» указывает величину Y при x=0, «**b**» указывает наклон линии регрессии. Коэффициент «**b**» называется коэффициентом регрессии. Он показывает среднее изменение результата при изменении фактора на единицу.

Регрессионное уравнение $\hat{y}$=a+bx+e указывает, что при увеличении «**x»** на единицу «**y**» увеличивается на «**b**» единиц.

Регрессионное уравнение $\hat{y}$=a-bx+e указывает, что при увеличении «**x»** на единицу «**y**» уменьшается на «**b**» единиц.

Оценить параметры уравнений линейной регрессии и нелинейных, но приводимых к линейным, можно с помощью метода наименьших квадратов (МНК). Он позволяет получить такие оценки параметров, при которых сумма квадратов отклонений фактических значений от теоретических минимальна.

Параметры уравнения регрессии можно определить с помощью следующей системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na+b\sum x=\sum y, \\ a\sum x+b\sum x^2=\sum yx. \end{cases}$$

Оценка качества построенной модели.

Для того чтобы регрессионная модель могла быть использована для прогнозирования, необходимо чтобы ее качество было высоким.

Качество регрессионной модели считается высоким, если:

1. коэффициент детерминации больше или равен 0,5;
2. средняя ошибка аппроксимации менее или равна 10%;
3. $F_{табл}<F_{факт.}$

Если хоть одно из условий не выполняется, то качество модели считается низким и модель не может быть использована для прогнозирования.

Рассмотрим показатели, определяющие качество модели.

Коэффициент детерминации рассмотрен в предыдущей теме.

Средняя ошибка аппроксимации – это среднее отклонение расчетных значений от фактических. Она вычисляется по формуле:

$$\overline{A} = \frac{1}{n}\sum\left|\frac{y-\hat{y}}{y}\right|\cdot 100\%.$$

Допустимый предел значений средней ошибки аппроксимации не более 8-10%:

- $A<8\%$, то ошибка аппроксимации небольшая, и регрессионная модель хорошо описывает изучаемую закономерность.
- $8\% \leq A \leq 10\%$ - ошибка аппроксимации высокая, но регрессионная модель хорошо описывает изучаемую закономерность.
- $A>10\%$, ошибка аппроксимации высокая, регрессионная модель плохо описывает изучаемую закономерность.

F- критерий Фишера.

F-тест состоит в проверке гипотезы H_0 о статистической незначимости уравнения регрессии и показателя тесноты связи. Сравниваются фактическое $F_{факт}$ и критическое (табличное) $F_{табл}$ значения F- критерий Фишера.

Гипотеза H_0 – природа оцениваемых характеристик случайна.

Гипотеза H_1 – природа оцениваемых характеристик не случайна.

$F_{факт}$ можно рассчитать по формуле:

$$F_{факт} = \frac{r_{xy}^2}{1-r_{xy}^2}(n-2),$$

где n – число единиц совокупности.

$F_{табл}$ - максимально возможное значение критерия под влиянием случайных факторов при данных степенях свободы и уровне значимости α. Уровень значимости α- вероятность отвергнуть правильную гипотезу при условии, что она верна (α равна 0,05 или 0,01).

При нахождении $F_{табл.}$ в таблице значений F-критерия Фишера принимаются: $k_1=m$ и $k_2=n-2$, где n – объем выборки, m- количество объясняющих переменных.

Если $F_{табл.}<F_{факт.}$, то гипотеза H_0 – о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность с вероятностью $1-\alpha$, следовательно, принимается гипотеза H_1.

Если $F_{табл.}>F_{факт.}$, то гипотеза H_0 – о случайной природе оцениваемых характеристик не отклоняется и признается их статистическая незначимость и ненадежность с вероятностью 1-α, следовательно, принимается гипотеза H_0.

Выбор наилучшего варианта регрессионной модели осуществляется сравнением их качественных характеристик. Лучшему варианту модели должны соответствовать лучшие характеристики.

После расчета точечного прогноза того или иного показателя необходимо рассчитать ошибку прогноза по формуле:

$$E = \frac{y - Y}{Y} * 100\ \%,$$

где $\hat{y}$ – прогнозное значение результативного показателя;

у – фактическое значение результативного показателя.

Образец решения задачи контрольной работы:

По приведенным в табл. 3.7 данным, построить однофакторную линейная модель типа $\hat{y} = a + bx$.

Оцените качество модели с помощью коэффициента детерминации, средней ошибки аппроксимации и F-критерия Фишера. Табличное значение F-критерия Фишера ($F_{табл.}$) равно 10,13 при P=0,95.

Таблица 3.7

Период	Y	X
1	10	0,5
2	12	1,2
3	$11+\frac{\alpha}{80}$	2,8
4	$13+\frac{\alpha}{100}$	$2+\frac{\alpha}{100}$

Выполнить прогноз на следующие три периода и рассчитать ошибку прогноза, если *x* изменялся следующим образом:

Период	Изменение *x* в текущем периоде по сравнению с предыдущим	Фактическое значение переменной *y*
5	+5%	18
6	+7,1%	20
7	+1,7%	22

Сделать выводы.

Решение.

Пусть α = 302.

Определим фактические значения:

Период	Y	X
1	10	0,5
2	12	1,2
3	$11+\frac{302}{80}=14{,}775$	2,8
4	$13+\frac{302}{100}=16{,}02$	$2+\frac{302}{100}=5{,}02$

Для построения однофакторной линейной модели типа $\hat{y}=a+bx$, необходимо определить ее параметры. Для этого построим вспомогательную таблицу:

Период	Y	X	X^2	X*Y	Y^2
1	10	0,5	0,25	5	100
2	12	1,2	1,44	14,4	144
3	14,775	2,8	7,84	41,37	218,3006
4	16,02	5,02	25,2004	80,4204	256,6404
Итого	**52,795**	**9,52**	**34,7304**	**141,1904**	**718,941**

Составим и решим систему нормальных уравнений, для нахождения параметров уравнения регрессии.

$$\begin{cases} na+b\sum x=\sum y, \\ a\sum x+b\sum x^2=\sum yx. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a + 9{,}52b = 52{,}795 \\ 9{,}52a + 34{,}7304b = 141{,}1904 \end{cases}$$

Для решения системы, умножим каждое значение первого уравнения на 2,38 и получим:

$$\begin{cases} 9{,}52a + 22{,}6576b = 125{,}6521 \\ 9{,}52a + 34{,}7304b = 141{,}1904 \end{cases}$$

Далее путем вычитания первого уравнения из второго получим:

-12,0728b = -15,5383

b = 1,287

Подставим значение b в любое уравнение и найдем параметр a:

4a + 9,52*1,287 = 52,795

4a = 40,54276

a = 10,136

Однофакторная линейная модель примет вид: $\hat{y}$ = 10,136 + 1,287*x.

Экономическая интерпретация, полученной модели: при увеличении фактора *x* на 1 единицу своего измерения результативный признак Y увеличится на 1,287 единиц своего измерения.

Для того чтобы выполнить прогноз по данной модели, необходимо проверить ее качество.

Качество регрессионной модели считается высоким, если:

1. коэффициент детерминации больше или равен 0,5;
2. средняя ошибка аппроксимации менее или равна 10%;
3. $F_{табл} < F_{факт.}$

Найдем перечисленные показатели.

Для нахождения коэффициента детерминации необходимо знать коэффициент корреляции, который определим по формуле:

$$R_{xy} = \frac{n\sum xy - \sum x \cdot \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - (\sum x)^2\right] \cdot \left[n\sum y^2 - (\sum y)^2\right]}}$$

$$R_{xy} = \frac{4*141{,}1904 - 9{,}52*52{,}795}{\sqrt{\left[4*34{,}7304 - (9{,}52)^2\right] \cdot \left[4*718{,}941 - (52{,}795)^2\right]}} = 0{,}95$$

Следовательно, связь между Y и X прямая, т.к. Rxy > 0, а теснота связи весьма высокая (по шкале Чеддока).

Коэффициент детерминации равен $\mathbf{R^2_{xy}}$ = $(0{,}95)^2$ = 0,90 (90%). Следовательно, 90 % изменений результативного признака Y объясняется изменением фактора X.

В нашем случае коэффициент детерминации больше 0,5, следовательно, первое условие, определяющие высокое качество модели выполнилось.

Для расчета средней ошибки аппроксимации построим вспомогательную таблицу (табл. 3.8).

Таблица 3.8

Период	Y	X	$\hat{y}$ = 10,136 + 1,287*x	(Y - $\hat{y}$) / Y	|(Y - $\hat{y}$) / Y|
1	10	0,5	10,7795	-0,07795	0,07795
2	12	1,2	11,6804	0,026633	0,026633
3	14,775	2,8	13,7396	0,070078	0,070078
4	16,02	5,2	16,59674	-0,036	0,036001

Итого	52,795	9,52	52,79624	-	0,210662

Определим среднюю ошибку аппроксимации по формуле:

$$\bar{A} = \frac{1}{n}\sum\left|\frac{y-\hat{y}}{y}\right|\cdot 100\% = \frac{1}{4}*0{,}210662*100 = 5{,}27\%.$$

В среднем расчетные значения отклоняются от фактических на 5,27 %. Ошибка аппроксимации небольшая (A<8%), регрессионная модель хорошо описывает изучаемую закономерность. Второе условие, определяющее высокое качество модели выполнилось.

Определим фактическое значение критерия Фишера по формуле:

$$F_{факт} = \frac{r_{xy}^2}{1-r_{xy}^2}(n-2) = \frac{0{,}9}{1-0{,}9}*(4-2) = 18.$$

По условию задачи $F_{табл.}$ = 10,13.

Если $F_{табл.} < F_{факт.}$, то гипотеза H_0 – о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность с вероятностью 1-α, следовательно, принимается гипотеза H_1. Третье условие, определяющие высокое качество модели выполнилось.

Так как, все три условия, определяющих высокое качество модели выполнились, то модель вида $\hat{y}$ = 10,136 + 1,287*x может быть использована для прогнозирования признака Y от фактора X.

Прогнозирование по линейной однофакторной регрессии осуществляется путем подстановки ожидаемого значения *x* в уравнение регрессии. Определим ожидаемые значения *x* в прогнозных периодах.

Период	Изменение *x* в текущем периоде по сравнению с предыдущим	Ожидаемое значение *x* в прогнозном периоде
5	+5%	5,02*1,05 = 5,271
6	+7,1%	5,271*1,071 = 5,645
7	+1,7%	5,645*1,017 = 5,741

Выполним прогноз на следующие три периода:

$\hat{y}_5$ = 10,136 + 1,287*5,271 = 16,92

$\hat{y}_6$ = 10,136 + 1,287*5,645 = 17,40

$\hat{y}_7$ = 10,136 + 1,287*5,741 = 17,52

Рассчитаем ошибки прогноза по формуле: $E = \frac{y - Y}{Y} * 100\ \%$,

,

,

.

Вывод. Однофакторная линейная модель примет вид: $\hat{y}$ = 10,136 + 1,287*x. Следовательно, при увеличении фактора *x* на 1 единицу своего измерения результативный признак Y увеличится на 1,287 единиц своего измерения.

Данная модель может быть использована для прогнозирования признака Y от фактора X, так как выполняются условия, определяющие ее высокое качество. Наиболее точным оказался прогноз на 5-ый период (соответствует минимальное значение ошибки прогноза).

Тема 4. Прогнозирование на основе многофакторных регрессионных моделей

Многофакторная регрессионная модель – это регрессионная модель, отражающая влияние на прогнозируемый показатель нескольких факторов. Многофакторную модель в общем виде можно представить уравнением:

$$= f(x_1, x_2, x_3 \ldots x_n) = f(x),$$

где $\hat{Y}$ – прогнозируемый показатель (зависимая переменная);

$x_1, x_{2\ldots}, x_i \ldots x_n$ – факторы, влияющие на изменения прогнозируемого показателя.

Исходная информация при этом представляется несколькими динамическими рядами.

В моделировании применяются следующие функции для построения уравнения множественной регрессии:

- линейная $\hat{y} = a+b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3+b_4x_4+b_5x_5+b_6x_6+\ldots+b_nx_n$;
- степенная $\hat{y} = a_0 x_1^{b_1} x_2^{b_2} x_3^{b_3} \ldots x_n^{b_n} e$;
- показательная $\hat{y} = a_0 b_1^{x_1} b_2^{x_2} b_3^{x_3} \ldots b_n^{x_n} e$;
- гиперболическая $\hat{y} = \dfrac{1}{a_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \ldots + b_nx_n} + e$;
- экспоненциальная $\hat{y} = e^{a_0+b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3+\ldots+b_nx_n+e}$ и т.д.

На практике наиболее часто используется множественная линейная регрессионная модель.

Если в модель включаются два или более тесно взаимосвязанных фактора, то наряду с уравнением регрессии появляется и другая линейная зависимость. Подобное явление, называемое мультиколлинеарностью.

Мультиколлинеарность – попарная корреляционная зависимость между факторами. Она присутствует, если коэффициент парной корреляции $r_{xixj} \geq 0{,}7$. Поэтому обязательным условием при построении модели является анализ факторов на мультиколлинеарность и её устранение.

Для оценки мультиколлинеарности факторов может использоваться определитель матрицы парных коэффициентов.

Если бы факторы не коррелировали между собой, то определитель матрицы парных коэффициентов был бы равен единице. Например, для модели $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + e$

$$\begin{vmatrix} r_{x1x1} & r_{x1x2} \\ r_{x2x1} & r_{x2x2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

И наоборот, если все факторы коррелированы, т.е. между ними существует линейная зависимость, то определитель этой матрицы равен 0 или на примере:

$$\begin{vmatrix} r_{x1x1} & r_{x1x2} \\ r_{x2x1} & r_{x2x2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Значит можно сделать вывод, что чем ближе к 0 определитель такой матрицы, тем сильнее линейная зависимость между факторами.

Метод исключения переменных – используют для устранения мультиколлинеарности. Он заключается в том, что высоко коррелированные объясняющие переменные устраняются из регрессии, и она заново оценивается.

Процедура отбора главных факторов включает обязательно следующие этапы:

1. Производится анализ значения коэффициентов парной корреляции r_{xixj} между факторами x_i и x_j.
2. Выявленные попарнозависимые факторы анализируются по тесноты взаимосвязи объясняющих факторов с результативной переменной.

Образец решения задачи контрольной работы:

По приведенным в табл. 3.7 данным построить уравнение многофакторной линейной регрессии, если a = $\frac{\alpha}{11,5}$, b_1 = $\frac{\alpha}{8}-10$, b_2 = $\frac{1}{\alpha}+0,79$, b_3 = $0,1-\frac{1}{\alpha}$, b_4 = $\frac{1}{\alpha}+0,5$, b_5 = $\frac{1}{\alpha}+0,4$.

Рассчитать значения результативного показателя на следующие 2 периода.

На основе матрицы парных коэффициентов корреляции (табл.3.8) (рассчитать) выявить и устранить мультиколлинеарные факторы. После их устранения построить уравнение регрессии по новым данным регрессионного анализа, характеризующее зависимость результирующего показателя (y) от факторных (x_i) в линейной форме.

Таблица 3.9

Фактические значения *x*

Значение α	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
102-122	115	75,5	56,1	25,2	3343
124-144	123	78,5	61,8	21,8	3001
146-166	74	78,4	59,1	25,7	3101
168-184	111	77,7	63,3	17,8	3543
186-206	113	84,4	64,1	15,9	3237
208-228	110	75,9	57	22,4	3330
230-250	119	76	50,7	20,6	3808
252-268	146	67,5	57,1	25,2	2415
270-278	113	78,2	62	20,7	3295
280-300	0,8	78,1	61,8	17,5	3504

Таблица 3.10

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y
x_1	1					
x_2	0,8154	1				
x_3	100/α	90/α	1			
x_4	0,0673	0,7628	0,2211	1		
x_5	0,00041	0,0034	0,068	0,024	1	
y	0,59033	0,76313	0,4001	0,2973	-0,004	1

Рассчитать прогнозные значения результативного показателя по скорректированной многофакторной модели на следующие 2 периода, если:

Период	Изменение x_i в текущем периоде по сравнению с предыдущим, %					Фактическое значение переменной y
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
13	+5	0	0	0	+2,3	2020
14	0	+7,1	0	0	0	2760

Оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза для обоих случаев. Сделать выводы.

Решение.

Пусть α = 302.

1. уравнение многофакторной регрессии будет выглядеть следующим образом: $\hat{y} = 26{,}26 + 27{,}75x_1 + 0{,}79x_2 + 0{,}1x_3 + 0{,}5x_4 + 0{,}4x_5$.

Рассчитаем прогнозные значения Y:

Период	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$\hat{y}$
13	113*1,05 = 118,65	78,6	58,6	19,7	3056*1,023 = 3126,29	4647,12
14	113	78,6*1,071 = 84,18	58,6	19,7	3056	4466,62

Определим ошибку прогноза по формуле: $\mathrm{E} = \frac{y - Y}{Y} * 100\ \%$,

,

.

Проверим модель на наличие мультиколлинеарности и при необходимости устраним ее.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y
x_1	1					
x_2	0,815	1				
x_3	100/302 = 0,331	90/302 = 0,298	1			

x_4	0,067	0,763	0,221	1		
x_5	0,041	0,034	0,068	0,024	1	
y	0,590	0,754	0,400	0,297	-0,004	1

Найдем пары мультиколлинеарных факторов, которые удовлетворяют условию $r_{xixj} \geq 0,7$. Условию удовлетворяют следующее пары факторов: $r_{x_1x_2} = 0,815$ и $r_{x_2x_4} = 0,763$.

Из каждой пары необходимо исключить фактор, имеющий наименьшее значение r_{xiy}.

Рассмотрим первую пару $r_{x_1x_2} = 0,815$.

$r_{x_1y} = 0,59$;

$r_{x_2y} = 0,754$.

$r_{x_1y} < r_{x_2y}$, следовательно, факторный признак x_1 следует исключить из модели, т.к. он имеет наименьшее значение r_{xiy} в рассматриваемой паре.

Рассмотрим вторую пару $r_{x_2x_4} = 0,763$.

$r_{x_2y} = 0,754$;

$r_{x_4y} = 0,297$.

$r_{x_4y} < r_{x_2y}$, следовательно, факторный признак x_4 следует исключить из модели, т.к. он имеет наименьшее значение r_{xiy} в рассматриваемой паре.

Итак, из модели исключаем x_1 и x_4, модель примет вид:

$\hat{y} = 26,26 + 0,79x_2 + 0,1x_3 + 0,4x_5$.

Рассчитаем скорректированные прогнозные значения Y:

Период	X_2	X_3	X_5	Y
13	78,6	58,6	3056*1,023 = 3126,29	1344,73
14	78,6*1,071 = 84,18	58,6	3056	1321,0222

Определим ошибку прогноза по формуле: $E = \frac{y - Y}{Y} \cdot 100\ \%$,

,

.

Вывод: Более качественной является трехфакторная регрессионная модель, так как позволяет получить меньшие значения ошибки прогноза.

Тема 5. Прогнозирование на основе трендовых моделей

Временной ряд – это совокупность значений какого-либо показателя за несколько последовательных моментов или периодов времени.

Любой временной ряд включает два обязательных элемента: 1) время $\boldsymbol{t}$, 2) значение показателя, или уровень ряда $\boldsymbol{y_i}$.

Количественные значения показателя во временном ряду называются уровнями, где y_1 – начальный уровень ряда, а y_n – конечный уровень ряда. Уровни расположены в хронологическом порядке через равные промежутки времени.

Основные компоненты временного ряда

Каждый уровень временного ряда формируется под воздействием большого числа факторов, имеющих разный временной характер действия, которые можно разделить на три группы:

1. длительные, постоянно действующие факторы, оказывающие на изучаемое явление определяющее влияние и формирующие основную тенденцию ряда. Они будут составлять трендовую компоненту Т.
2. кратковременные, периодические факторы, формирующие циклические (или сезонные) колебания ряда. Они будут составлять циклическую (или сезонную) компоненту S.
3. случайные факторы, отражаемые случайными изменениями уровней ряда. Они будут составлять случайную компоненту Е.

Методы прогнозирования временных рядов

Экстраполяция – нахождение уровней за пределами изучаемого ряда, т.е. продление в будущее тенденции, наблюдавшейся в прошлом.

Нахождение по имеющимся данным за определенный период времени некоторых недостающих значений признака внутри этого признака называется *интерполяцией*.

При прогнозировании на основе временных рядов могут использоваться различные методы в зависимости от исходной информации.

Статистические методы прогнозирования

Статистические методы прогнозирования связаны с выявлением основной тенденции развития явления.

Основная тенденция (**тренд**) – плавное и устойчивое изменение уровня явления во времени, свободное от случайных колебаний [8].

Наиболее простой метод статистического прогнозирования предполагает использование *средних характеристик ряда динамики:* среднего абсолютного прироста и среднего темпа роста.

Этот метод основан на предположении о равномерном изменении уровней. Если в базовом периоде цепные показатели динамики не имели резких колебаний, то экстраполяцию можно делать с помощью следующих способов:

- с помощью *среднего абсолютного прироста.*

  Скорость изменения уровней временного ряда за определенный отрезок времени характеризуется средним абсолютным приростом. Предполагая его стабильным, прогноз можно дать в виде следующей экстраполяции:

$$y'_{n+k} = y_n + k \times \overline{\Delta y},$$

где y'_{n+k} - прогнозируемый уровень,

k - период экстраполяций (год, два,....),

y_n - последний уровень динамического ряда,

$\overline{\Delta}_y$ - средний абсолютный прирост, $\overline{\Delta} y = \dfrac{y_n - y_0}{n-1}$.

  Использование в экстраполяции среднего абсолютного прироста относится в прогнозировании к классу «наивных» моделей, т.к. предполагается, что развитие явления происходит по арифметической прогрессии, но чаще всего развитие явления следует по иному пути. Вместе с тем в ряде случаев этот метод может найти применение как предварительный прогноз, если у исследователя нет временного ряда: информация дана лишь на начало и конец периода предыстории.

- с помощью *среднего темпа роста.*

  Прогнозное значение уровня, исходя из среднего коэффициента роста, можно получить по формуле:

$$y''_{n+k} = y_n \times \left(\overline{K}_p\right)^{к},$$

где $\overline{K}_P$ - средний темп роста в коэффициентах, $\overline{K}_p = \sqrt[n-1]{\dfrac{y_n}{y_0}}$.

Данный прием экстраполяции предполагает, что уровни временного ряда изменятся в геометрической прогрессии, что не всегда соответствует реальности. Кроме того, формула расчета среднего коэффициента роста ориентирована на достижение конечного (y_n) уровня временного ряда. И если на конце временного интервала уровень резко изменился (рост сменился спадом) и оказался ниже начального (y_0), то прогноз распространится на будущую тенденцию падения, которой на самом деле не было.

При наличии тенденции во временном ряду его уровни можно рассматривать как функцию времени:

$$\bar{y}_t = f(t),$$

где $\bar{y}_t$ - уровни динамического ряда, вычисленные по соответствующему аналитическому уравнению на момент времени t.

Уравнение, которое выражает зависимость уровней динамического ряда от фактора времени **t** , называется ***уравнением тренда***.

Выбор типа модели зависит от цели исследования и должен быть основан на теоретическом анализе, выявляющем характер развития явления, а также на графическом изображении ряда динамики (линейной диаграмме).

Например, простейшими моделями, выражающими тенденцию развития, являются:

- линейная функция – прямая $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$,
- показательная функция $\hat{y}_t = a_0 a_1^t$,
- кривая 2-го порядка (парабола) $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$,

где a_0, a_1, a_2 – параметры уравнения, t – время.

После выбора вида кривой (прямая, показательная функция, парабола 2-го порядка и др.) рассчитываются ее параметры.

При использовании полиномов разных степеней оценка параметров производится по методу наименьших квадратов (МНК): строится система нормальных уравнений, число которых соответствует числу параметров полинома. Так для линейного тренда система нормальных уравнений следующая:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

где n - число уровней ряда динамики,

t - условное обозначение фактора времени порядковыми номерами (Отсчет времени начинается с 1 (например, если рассчитывается уравнение тренда по данным за январь, февраль, март ..., декабрь 2012 года, то время *t*, которое вводится в качестве независимой переменной, будет обозначено следующим образом: январь - 1, февраль - 2, март - 3, ...декабрь - 12)),

у - фактические уровни ряда динамики.

На основе найденного уравнения кривой модели тренда рассчитываются выровненные уровни ряда, таким образом, технически выравнивание ряда заключается в замене фактических уровней выровненными.

Следует обратить внимание, что сумма фактических значений y и сумма выровненных $\bar{y}_t$ должны приближенно быть равны: $\sum \bar{y}_t \approx \sum y$. Если такого равенства нет, уравнение тренда рассчитано неверно.

На основании полученных параметров уравнения тренда проводится сглаживание динамического ряда периода истории, которое позволяет выделить основную тенденцию и случайные колебания.

При этом следует помнить, что даже многократное точное прогнозирование в период проверки и самообучения не дает полной гарантии того, что прогноз сбудется.

Если в ходе испытания получены удовлетворительные результаты, можно рассчитать прогноз на предстоящий период.

Образец решения задачи контрольной работы:

Имеются данные о численности собственных легковых автомобилей на 1000 человек населения по Новосибирской области на конец года (табл. 3.11, графы А, 1).

Таблица 3.11

Расчет уравнения тренда ряда динамики численности собственных легковых автомобилей на 1000 чел. населения

Годы	Число собств.легковых автомобилей на 1000 чел., шт. (у)	t	t^2	yt	$\bar{y}_t$
А	1	2	3	4	5
2007	196,3	1	1	196,3	203,88
2008	230,4	2	4	460,8	216,83
2009	229,9	3	9	689,7	229,78
2010	232,1	4	16	928,4	242,73
2011	260,2	5	25	1301,0	255,68

Итого	1148,9	15	55	3576,2	1148,9

На основании имеющихся данных выполните точечный прогноз на 2012-2013 гг. с помощью статистических методов прогнозирования и с помощью линейного уравнения тренда.

Если в 2012 году число собственных легковых автомобилей на 1000 человек населения будет равно $(265{,}7 + \frac{\alpha}{100})$ штук, а в 2013 – $(271 + \frac{\alpha}{100})$ штук, рассчитать ошибку прогноза по каждой из моделей. Оцените точность прогноза по каждому периоду.

Решение

Пусть $\alpha = 302$.

1) Прогнозирование с помощью среднего абсолютного прироста.

Среднегодовой абсолютный прирост численности собственных легковых автомобилей на 1000 человек по Новосибирской области равен:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_1 - y_0}{n-1} = \frac{260{,}2 - 196{,}3}{5-1} = \frac{63{,}9}{4} = 15{,}975 \text{ (шт.)}.$$

Тогда, прогноз численности собственных легковых автомобилей:

на 2012 г. $y'_6 = y'_{5+1} = 260{,}2 + 1 \times 15{,}975 = 276{,}175\ (\textit{шт.})$,

на 2013 г.: $y'_7 = y'_{5+2} = 260{,}2 + 2 \times 15{,}975 = 292{,}15\ (\textit{шт.})$.

2) Прогнозирование с помощью среднего темпа роста.

Средний темп роста можно рассчитать следующим образом:

$$\overline{K}_P = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[5-1]{\frac{260{,}2}{196{,}3}} = \sqrt[4]{1{,}3255} = 1{,}073 \quad \textit{или} \quad 107{,}3\,\%.$$

Рассчитаем прогноз численности собственных легковых автомобилей:

на 2012 г.: $y'_6 = y'_{5+1} = 260{,}2 \times 1{,}073 = 279{,}19\ (\textit{шт.})$;

на 2013 г.: $y'_7 = y'_{5+2} = 260{,}2 \times (1{,}073)^2 = 299{,}57\ (\textit{шт.})$.

3) Прогнозирование на основе уравнения тренда.

Для прогнозирования по прямой следует получить уравнение:

$\overline{y}_t = a_0 + a_1 t.$

Для расчета параметров a_0 и a_1 решается система нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum t = \sum y \\ a_0\sum t + a_1\sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

где n - число уровней ряда динамики,

t - условное обозначение фактора времени порядковыми номерами,

y - фактические уровни ряда динамики.

В качестве расчетных добавим в таблицу 3.11 гр. 3 и 4. В гр. 3 значения t возводим в квадрат ($1^2 = 1$, $2^2 = 4$ и т.д.), в графе 4 находим произведение yt (196,3×1 = 196,3, 230,4×2 = 460,8 и т.д.). В систему нормальных уравнений подставляем данные итоговой строки, в которой предварительно произведем суммирование:

$$\left.\begin{matrix} 5a_o + 15a_1 = 1148{,}9 \\ 15a_o + 55a_1 = 3576{,}2 \end{matrix}\right| \qquad \times 3$$

Умножим каждый член первого уравнения на 3, затем вычтем из второго уравнения первое:

$$\begin{array}{r} -\,15a_o + 45a_1 = 3446{,}7 \\ \underline{15a_0 + 55a_1 = 3576{,}2} \\ 10a_1 = 129{,}5 \end{array}$$

Отсюда $a_1 = \dfrac{129{,}5}{10} = 12{,}95$.

Подставим его значение в первое уравнение, чтобы рассчитать параметр a_o:

$5a_o + 15 \times 12{,}95 = 1148{,}9$,

$5a_o = 1148{,}9 - 194{,}25$,

$a_o = \dfrac{954{,}65}{5} = 190{,}93$.

Уравнение тренда примет вид: $\bar{y}_t = 190{,}93 + 12{,}95\,t$. Подставляя в него значения t для каждого года, найдем выровненные (теоретические) значения.

Для 2007 г. $\bar{y}_t = 190{,}93 + 12{,}95 \times 1 = 203{,}88$,

для 2008г. $\bar{y}_t = 190{,}93 + 12{,}95 \times 2 = 216{,}83$ и т.д. Занесем их в гр. 5 таблицы 3.9.

При этом сумма фактических значений y и сумма выровненных $\bar{y}_t$ должны приближенно быть равны: $\sum \bar{y}_t \approx \sum y$ (1148,9 ≈ 1148,9).

Ряд выровненных значений $\bar{y}_t$ характеризует тенденцию стабильного возрастания числа собственных легковых автомобилей на 1000 чел. населения по Новосибирской области, при этом численность автмобилей увеличивается в среднем на 12,95 шт. в год.

Чтобы использовать уравнение тренда для экстраполяции временного ряда, в уравнение тренда подставляют продолженное значение времени. Например, для 2012 г. t = 6 (продолжим нумерацию), тогда расчетный уровень ряда динамики, соответствующий 2012 г., вычислим $\bar{y}_6 = 190{,}93 + 12{,}95 \times 6 = 268{,}63$ (шт.),

для 2013 г.: $\bar{y}_7 = 190{,}93 + 12{,}95 \times 7 = 281{,}58$ (шт.).

4) Расчет ошибки прогноза по каждой из моделей.

Представим расчеты в форме табл. 3.12. Значения прогнозируемого показателя, полученные по каждому из методов, возьмем из расчетов и занесем в соответствующие ячейки таблицы.

Далее определим ошибку прогноза по формуле:

$$E = \frac{y - Y}{Y} * 100\ \% .$$

Таблица 3.12

Сравнительная таблица результатов прогнозирования

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="2">Год</td></tr>
<tr><td>2012</td><td>2013</td></tr>
<tr><td colspan="2">Фактические значения показателя</td><td>265,7 + 302/100 = 268,72</td><td>271 + 302/100 = 274,02</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Значение прогнозируемого показателя</td><td>С помощью среднего абсолютного прироста</td><td>276,175</td><td>292,15</td></tr>
<tr><td>Ошибка прогноза, %</td><td>$\frac{276{,}175 - 268{,}72}{268{,}72} * 100 = 2{,}77$</td><td>$\frac{292{,}15 - 274{,}02}{274{,}02} * 100 = 6{,}61$</td></tr>
<tr><td>С помощью среднего темпа роста</td><td>279,19</td><td>299,57</td></tr>
</table>

	Ошибка прогноза, %	$\frac{279{,}19-268{,}72}{268{,}72}*100=3{,}9$	$\frac{299{,}57-274{,}02}{274{,}02}*100=9{,}32$
	По уравнению линейного тренда	268,63	281,58
	Ошибка прогноза, %	$\frac{268{,}63-268{,}72}{268{,}72}*100=-0{,}03$	$\frac{281{,}58-274{,}02}{274{,}02}*100=2{,}76$

Вывод. Наиболее точные результаты прогнозирования на 2012-2013 гг. были получены с помощью трендовой модели, позволяющей получать наименьшие значения ошибки прогноза.

Тема 6. Прогнозирование на основе моделей с лаговыми переменными

Лаг – величина ℓ, характеризующая запаздывание в воздействии фактора на результат.

Лаговые переменные – временные ряды самих факторных переменных, сдвинутые на один или более моментов времени.

Например, как повлияют инвестиции в промышленность на валовую добавленную стоимость этой отрасли экономики будущих периодов?

Лаги играют весьма существенную роль в экономической активности, но трудность их измерения усложняет задачу моделирования экономических систем.

Моделирование процессов, которые были охарактеризованы выше, осуществляется с применением моделей с распределенным лагом.

Модели с распределенным лагом – модели, содержащие не только текущие, но и лаговые значения факторных (объясняющих) переменных.

Различают 2 вида моделей:

- $y_t = a + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + e_t$ - *модель с распределенным лагом,* DL (1) [1],

[1] В скобках указан максимальный лаг.
DL – distributed lags

- $y_t = a + b_0 x_t + b_1 y_{t-1} + e_t$ - *модель авторегрессии с распределенным лагом*, ADL (1,0)[2].

Обе эти модели содержат лагированные значения переменных, но первая модель содержит лагированные объясняющие переменные, а вторая – лагированную результирующую переменную.

Специфика построения моделей с распределенным лагом и моделей авторегрессии:

1. оценка параметров моделей в большинстве случаев не может быть произведена с помощью обычного метода наименьших квадратов, т.к. нарушаются его предпосылки и поэтому требуются специальные статистические методы;
2. экономистам приходится решать проблему выбора оптимальной величины лага и определения его структуры;
3. между моделями с распределенным лагом и моделями авторегрессии существует определенная взаимосвязь, и в некоторых случаях необходимо осуществлять переход от одного типа моделей к другому.

Интерпретация параметров моделей с распределенным лагом рассмотрим модель с распределенным лагом.

Предположим, что максимальная величина лага конечна, тогда модель примет вид:

$$y_t = a + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + \ldots + b_l x_{t-l} + e_t$$

Модель говорит о том, что если в некоторый момент времени $\boldsymbol{t}$ происходит изменение независимой переменной $\boldsymbol{x}$, то это изменение будет влиять на значение переменной $\boldsymbol{y}$ в течение ℓ следующих моментов времени.

Авторегрессионные модели – это модели, уравнения которых в качестве лаговых объясняющих переменных включают также значения результирующих переменных:

$$y_t = a + b_0 x_t + b_1 y_{t-1} + e_t$$

Текущие и лаговые значения факторной переменной оказывают различное по силе воздействие на результативную переменную модели.

---

[2] В скобках указан максимальный лаг для эндогенной и экзогенной переменных.

Количественно сила связи между результатом и значениями факторной переменной, относящимся к различным моментам времени, измеряется с помощью коэффициентов регрессии при факторных переменных.

Образец решения задачи контрольной работы:

На основании данных об уровне производительности труда по экономике США и среднечасовой заработной плате в экономике США в сопоставимых ценах за 18 лет (табл. 3.13, графы А, 1, 2) с помощью МНК были получены две модели с лаговыми переменными:

1. $y_t = 3{,}3 + 0{,}048x_t + 0{,}044x_{t-1} - 0{,}0086x_{t-2} – 0{,}03x_{t-3}$
2. $y_t = 1{,}62 + 0{,}017x_t + 0{,}62y_{t-1}$

Рассчитать прогнозные значения y и ошибку прогноза по каждой модели на 19-20 гг., если известны фактические значения показателей за данный период. Сделать выводы.

Таблица 3.13

Динамика уровня производительности труда по экономике США и среднечасовой заработной плате в экономике США в сопоставимых ценах

Год	Среднечасовая заработная плата, долл. (Y)	Выпуск продукции в среднем за 1 час (X)	X_{t-1}	X_{t-2}	X_{t-3}	Y_{t-1}
А	1	2	3	4	5	6
1	6,79	65,6	-	-	-	-
2	6,88	68,1	65,6	-	-	6,79
3	7,07	70,4	68,1	65,6	-	6,88
4	7,17	73,3	70,4	68,1	65,6	7,07
5	7,33	76,5	73,3	70,4	68,1	7,17
6	7,52	78,6	76,5	73,3	70,4	7,33
7	7,62	81,0	78,6	76,5	73,3	7,52
8	7,72	83,0	81,0	78,6	76,5	7,62
9	7,89	85,4	83,0	81,0	78,6	7,72
10	7,98	85,9	85,4	83,0	81,0	7,89
11	8,03	87,0	85,9	85,4	83,0	7,98
12	8,21	90,2	87,0	85,9	85,4	8,03
13	8,53	92,6	90,2	87,0	85,9	8,21
14	8,55	95,0	92,6	90,2	87,0	8,53
15	8,28	93,3	95,0	92,6	90,2	8,55
16	8,12	95,5	93,3	95,0	92,6	8,28

17	8,24	98,3	95,5	93,3	95,0	8,12
18	8,36	99,8	98,3	95,5	93,3	8,24
19	8,4	100,4	99,8	98,3	95,5	8,36
20	8,17	99,3	100,4	99,8	98,3	8,4

Решение

В качестве расчетных добавим в таблицу 3.13 гр. 3-6. В гр. 3 производим сдвиг факторного показателя x_t на 1 момент времени, в графах 4 и 5 – соответственно на 2 и 3 момента времени. В гр.6 осуществляем сдвиг результативного показателя y_t на 1 момент времени.

Подставляя соответствующие значения факторных переменных в модели, найдем прогнозные значения результативного показателя y_t и соответствующие им ошибки прогноза ($\frac{прогноз - факт.}{факт}*100,\ \%$).

Для модели 1:

19-й год: y = 3,3 + 0,048*100,4 + 0,044*99,8 - 0,0086*98,3 – 0,03*95,5
y = 8,800 долл.
Ошибка прогноза = (8,8 – 8,4) / 8,4 * 100 = 4,762%.

20-й год: y = 3,3 + 0,048*99,3 + 0,044*100,4 - 0,0086*99,8 – 0,03*98,3
y = 8,677 долл.
Ошибка прогноза = (8,677 – 8,17) / 8,17 * 100 = 6,202%.

Для модели 2:

19-й год: y = 1,62 + 0,017*100,4 + 0,62*8,36
y = 8,510 долл.
Ошибка прогноза = (8,51 – 8,4) / 8,4 * 100 = 1,310%.

20-й год: y = 1,62 + 0,017*99,3 + 0,62*8,4
y = 8,516 долл.
Ошибка прогноза = (8,516 – 8,17) / 8,17 * 100 = 4,236%.

Вывод: В данном случае более точной оказалась модель авторегрессии $y_t = 1,62 + 0,017x_t + 0,62y_{t-1}$, так как позволяет получить меньшие значения ошибок прогноза.

4. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ И КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задание 1. Теоретические вопросы контрольной работы

1. Моделирование и прогнозирование: основные понятия, сущность и принципы.
2. Роль моделирования и прогнозирования в управлении деятельностью предприятия и принятии управленческих решений.

3. История развития прогнозирования.
4. Формы научного предвидения.
5. Основные этапы разработки прогноза.
6. Классификация прогнозов.
7. Классификация методов моделирования и прогнозирования.
8. Классификация форм взаимосвязей. Методы выявления зависимостей.
9. Показатели количественного измерения тесноты связи.
10. Оценка точности прогноза.
11. Классификация методов экспертных оценок.
12. Методика проведения экспертных опросов.
13. Методы индивидуальных экспертных оценок: метод «интервью», «докладная записка», «морфологическй анализ».
14. Методы коллективных экспертных оценок: мозговой штурм, «Дельфи», «дерево целей».
15. Методы коллективных экспертных оценок: метод «635», метод написания сценария, «дерево целей».
16. Трендовые модели и прогнозирование на их основе.
17. Метод наименьших квадратов.
18. Оценка качества моделей.
19. Аддитивная модель: методика расчета и прогнозирование.
20. Мультипликативная модель: методика расчета и прогнозирование.
21. Доверительный интервал прогноза в трендовых моделях.
22. Модели с распределенным лагом: общая характеристика расчет мультипликаторов, оценка вклада отдельного лага, средний лаг.
23. Модели авторегрессии с распределенным лагом: общая характеристика, расчет мультипликаторов.
24. Оценка параметров моделей с распределенным лагом: модель полиномиальных лагов (метод Алмона).
25. Оценка параметров моделей с распределенным лагом: модель геометрических лагов (метод Койка).
26. Имитационное моделирование систем и прогнозирование.
27. Прогнозирование неустойчивости методами теории катастроф.
28. Прогнозирование в менеджменте.
29. Прогнозирование в маркетинге: моделирование функции покупательского спроса, прогнозирование спроса.
30. Прогнозирование в логистике: оптимальное управление товарными запасами.

Задание 2. Методические основы моделирования и прогнозирования: графическое и аналитическое изучение взаимосвязей

По приведенным в таблицах данным (номера таблиц соответствуют значению α, представлены в табл. 3.2) построить диаграммы, показывающие зависимость каждого из показателей от времени ($x - t$, $y - t$) и друг от друга ($x - y$).

По каждой диаграмме определить вид зависимости и рассчитать коэффициенты корреляции и детерминации. Сделать выводы.

Таблица 4.1

Данные об объеме валового сбора овощей и внесении минеральных удобрений на 1 га удобренной площади по району за 1999-2008 гг.

Год	Валовой сбор овощей, тыс. т. (Y)	Внесено минеральных удобрений на 1 га удобренной площади, кг. (X)
1999	135,8	123
2000	166,4	90
2001	150,3	144
2002	136,7	123
2003	141,5	136
2004	155,5	104
2005	170,7	94
2006	169,4	158
2007	149,6	134
2008	143,9	127

Таблица 4.2

Данные о приплоде телят, полученном сельскохозяйственными товаропроизводителями, и падеже крупного рогатого скота в % к обороту стада в Ставропольском крае за 1999 – 2008 гг.

Год	Приплод телят, тыс. гол. (Y)	Падеж крупного рогатого скота в % к обороту стада (X)
1999	113,9	3,9
2000	92,8	2,9
2001	89,2	1,9
2002	81,4	1,8
2003	73,4	1,5
2004	67,8	1,6
2005	63,3	2
2006	51,7	2
2007	43,9	1,6
2008	41	1,3

Таблица 4.3

Данные о надое молока, полученном сельскохозяйственными товаропроизводителями, и расходе кормов на 1 голову крупного рогатого скота в области за 1999 – 2008 гг.

Год	Надой молока, тыс. т. (Y)	Расход кормов на одну голову КРС, ц. корм. ед. (X)
1999	572,9	22,4
2000	524,9	20,9
2001	526,7	20,4
2002	542,8	18,6
2003	544,6	20,1
2004	553,4	19,5
2005	568,9	19,2
2006	544,2	23,4
2007	557,1	20,4
2008	574,4	20,2

Таблица 4.4

Данные об урожайности зерновых культур и обеспеченности сельхозтоварпроизводителей зерноуборочными комбайнами в регионе

Год	Урожайность зерновых культур в сельхозпредприятиях, ц/га. (У)	Приходится зерноуборочных комбайнов на 1000 га посевов зерновых, шт. (X)
1	27,8	2,5
2	19,3	1,0
3	29,8	3,7
4	25,2	2,3
5	32,9	2,7
6	32,1	2,9
7	36,7	2,4
8	25,9	0,7
9	35,5	3,6
10	30,5	1,9

Таблица 4.5

Данные об индексе физического объема инвестиций и стоимости сельскохозяйственной продукции в регионе

Год	Объем сельскохозяйственной продукции, млн. руб. (У)	Индекс физического объема инвестиций, в % к предыдущему году (X)
1	1908,1	200
2	1333,5	141,9

3	1699	220
4	2033,2	280
5	2416,2	64,1
6	1262,1	145,7
7	2451,6	89,3
8	2878,3	49,6
9	1782,3	127,2
10	2902,2	116,3

Таблица 4.6

Данные об уровне рентабельности и урожайности зерновых культур в регионе

Год	Урожайность зерновых культур в сельхозпредприятиях, ц/га. (У)	Уровень рентабельности деятельности сельхозпредприятий, % (X)
1	27,8	-5,4
2	19,3	-11,3
3	29,8	6,7
4	25,2	13,1
5	32,9	16,7
6	32,1	14,8
7	36,7	10,9
8	25,9	-10,4
9	35,5	15
10	30,5	15,3

Таблица 4.7

Данные об объеме продукции животноводства (X) в регионе и фактическом потреблении мясных продуктов в расчете на 1 человека (Y)

Год	Фактическое потребление мясных продуктов на 1 человека в год, кг. (У)	Объем продукции животноводства, произведенной хозяйствами всех категорий всего в фактических ценах, млн. руб. (X)
1	51	396,1
2	51,5	923,1
3	51,6	404,3
4	51,3	567,9
5	51,7	573,7
6	51,8	865,4
7	55,8	500,8
8	51,8	839,3
9	51,9	1093,6
10	51,6	674,5

Таблица 4.8

Данные об уровне рентабельности сельхозпредприятий (X) и размерах среднемесячной заработной платы работников (Y)

Год	Среднемесячная начисленная заработная плата работающих, руб. (У)	Уровень рентабельности деятельности сельхозпредприятий, % (X)
1	5460	11,3
2	2803	6,7
3	3164	13,1
4	3892	16,7
5	2831	14,8
6	4831	10,9
7	3932	10,4
8	5584	15
9	3749	15,3
10	5074	15,3

Таблица 4.9

Данные о стоимости основных фондов и продукции сельского хозяйства в регионе, млн. руб.

Год	X	Y
1	201,6	1011,3
2	242,6	1490,4
3	255,4	1024,5
4	323,7	559,9
5	331,9	1195,1
6	384,6	1050,1
7	397,7	1482,8
8	450,7	1151,7
9	457,6	1020,6
10	515,3	1648

Таблица 4.10

Некоторые данные о деятельности крупнейшей компании США

Год	Оборот капитала, млрд. долл., X_1	Чистый доход, млрд. долл., Y
1	31,3	0,9
2	13,4	1,7
3	4,5	0,7

4	10,0	1,7
5	20,0	2,6
6	15,0	1,3
7	137,1	4,1
8	17,9	1,6
9	165,4	6,9
10	2,0	0,4

Задание 3. Прогнозирование по однофакторным регрессионным моделям

По приведенным в табл. 4.11 данным, построить однофакторную линейная модель типа $\hat{y}=a+bx$.

Таблица 4.11

Период	Y	X
1	10	0,5
2	12	1,2
3	$11+\frac{\alpha}{80}$	2,8
4	$13+\frac{\alpha}{100}$	$2+\frac{\alpha}{100}$

Оцените качество модели с помощью коэффициента детерминации, средней ошибки аппроксимации и F-критерия Фишера. Табличное значение F-критерия Фишера ($F_{табл.}$) равно 10,13 при P=0,95.

Выполнить прогноз на следующие три периода и рассчитать ошибку прогноза, если *x* изменялся следующим образом:

Период	Изменение *x* в текущем периоде по сравнению с предыдущим	Фактическое значение переменной *y*
5	+5%	18
6	+7,1%	20
7	+1,7%	22

Сделать выводы.

Задание 4. Прогнозирование по многофакторным регрессионным моделям

По приведенным в табл. 4.12 данным построить уравнение многофакторной линейной регрессии, если a = $\frac{\alpha}{11,5}$, $b_1 = \frac{\alpha}{8} - 10$, $b_2 = \frac{1}{\alpha} + 0,79$, $b_3 = 0,1 - \frac{1}{\alpha}$, $b_4 = \frac{1}{\alpha} + 0,5$, $b_5 = \frac{1}{\alpha} + 0,4$.

Таблица 4.12

Фактические значения *x*

Значение α	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
102-122	115	75,5	56,1	25,2	3343
124-144	123	78,5	61,8	21,8	3001
146-166	74	78,4	59,1	25,7	3101
168-184	111	77,7	63,3	17,8	3543
186-206	113	84,4	64,1	15,9	3237
208-228	110	75,9	57	22,4	3330
230-250	119	76	50,7	20,6	3808
252-268	146	67,5	57,1	25,2	2415
270-278	113	78,2	62	20,7	3295
280-300	0,8	78,1	61,8	17,5	3504

Рассчитать значения результативного показателя на следующие 2 периода.

На основе матрицы парных коэффициентов корреляции (табл.4.13) (рассчитать) выявить и устранить мультиколлинеарные факторы. После их устранения построить уравнение регрессии по новым данным регрессионного анализа, характеризующее зависимость результирующего показателя (y) от факторных (x_i) в линейной форме.

Таблица 4.13

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y
x_1	1					
x_2	0,8154	1				
x_3	100/α	90/α	1			
x_4	0,0673	0,7628	0,2211	1		
x_5	0,00041	0,0034	0,068	0,024	1	
y	0,59033	0,76313	0,4001	0,2973	-0,004	1

Рассчитать прогнозные значения результативного показателя по скорректированной многофакторной модели на следующие 2 периода, если:

Период	Изменение x_i в текущем периоде по сравнению с предыдущим, %					Фактическое значение переменной y
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
13	+5	0	0	0	+2,3	2020
14	0	+7,1	0	0	0	2760

Оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза для обоих случаев. Сделать выводы.

Задание 5. Прогнозирование на основе трендовых моделей

Имеются некоторые данные об объеме продаж (д.е.) за 10 лет.

Период (t)	Объем продаж (y_t)	Период (t)	Объем продаж (y_t)
1	89,2 + α/100	6	195,3 + α/100
2	92,8 + α/100	7	207,7 + α/100
3	113,9 + α/100	8	271,4 + α/100
4	138,4 + α/100	9	298,3 + α/100
5	164,0 + α/100	10	315,3 + α/100

Выполнить прогноз с помощью среднего абсолютного прироста, среднего темпа роста и уравнения тренда на 11-12-ый периоды. Если в 11-м периоде y будет равен (325,7 + $\frac{\alpha}{100}$) д.е., а в 12-м периоде – (333 + $\frac{\alpha}{100}$) д.е., рассчитать ошибку прогноза по каждой из моделей. Оцените точность прогноза по каждому периоду.

Задание 6. Прогнозирование на основе моделей с лаговыми переменными

На основе приведенных в табл. 4.14 данных были получены две модели с лаговыми переменными:

1. $y_t = a + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + b_2 x_{t-2} + b_3 x_{t-3}$,

где $a = 8{,}11 - \frac{\alpha}{100}$, $b_0 = 3{,}11 + \frac{\alpha}{100}$, $b_1 = 1{,}89 + \frac{\alpha}{100}$, $b_2 = 11{,}37 - \frac{\alpha}{100}$, $b_3 = 4{,}44 - \frac{\alpha}{100}$.

2. $y_t = a + b_0 x_t + b_1 y_{t-1}$,

где $a = 5 - \frac{\alpha}{100}$, $b_0 = 0{,}93 + \frac{\alpha}{100}$, $b_1 = 0{,}24 + \frac{\alpha}{100}$

Таблица 4.14

Период	Объем продаж, млн. долл., У	Численность работников, тыс. чел., X
1	$61{,}32 + \frac{\alpha}{80}$	$6{,}73 + \frac{120}{\alpha}$
2	$62{,}41 + \frac{\alpha}{80}$	$7{,}65 + \frac{120}{\alpha}$
3	$66{,}40 + \frac{\alpha}{80}$	$7{,}82 + \frac{120}{\alpha}$
4	$67{,}03 + \frac{\alpha}{80}$	$12{,}12 + \frac{120}{\alpha}$
5	$69{,}15 + \frac{\alpha}{80}$	$12{,}52 + \frac{120}{\alpha}$
6	$69{,}95 + \frac{\alpha}{80}$	$13{,}71 + \frac{120}{\alpha}$
7	$73{,}05 + \frac{\alpha}{80}$	$15{,}54 + \frac{120}{\alpha}$
8	$81{,}46 + \frac{\alpha}{80}$	$18{,}84 + \frac{120}{\alpha}$
9	$85{,}72 + \frac{\alpha}{80}$	$21{,}37 + \frac{120}{\alpha}$
10	$86{,}81 + \frac{\alpha}{80}$	$22{,}98 + \frac{120}{\alpha}$

Рассчитать прогнозные значения y и ошибку прогноза по каждой модели на 11-12-ый периоды, если:

Период	Изменение x в текущем периоде по сравнению с предыдущим	Фактическое значение переменной y
11	+2,7%	87,43 + α/80
12	+3,5%	87,61 + α/80

5. ЗАДАНИЯ ВНЕАУДИТОРНОЙ РАБОТЫ

Внеаудиторная работа студентов подразумевает систематическое изучение в межсессионный период предоставленного перечня тем. С целью выявления уровня подготовленности к итоговому контролю студентам рекомендуется самостоятельно ответить на следующие вопросы:

1. История развития прогнозирования.
2. Формы научного предвидения.
3. Экономическое прогнозирование: основные понятия, сущность и принципы.
4. Основные этапы разработки прогноза.
5. Классификация прогнозов.
6. Классификация методов прогнозирования.
7. Классификация форм взаимосвязей. Методы выявления зависимостей.
8. Показатели количественного измерения тесноты связи.
9. Оценка точности прогноза.
10. Прогнозирование на основе однофакторных моделей: виды моделей, экономический смысл параметров моделей.
11. Метод наименьших квадратов.
12. Ошибка регрессии.
13. Коэффициент корреляции: понятие, оценка параметра, критерии оценки.
14. Коэффициент (индекс) детерминации: понятие, оценка параметра, критерии оценки.
15. Средняя ошибка аппроксимации.
16. F-критерий Фишера: оценка параметров, критерии оценки.
17. Прогнозирование на основе многофакторных регрессионных моделей: сущность и экономический смысл параметров уравнения регрессии.
18. Этапы построения многофакторной регрессионной модели.
19. Процедура отбора главных факторов.
20. Мультиколлинеарность и ее свойства. Отрицательное воздействие мультиколлинеарности.
21. Гетероскедастичность и гомоскедастичность остатков.

22. Прогнозирование на основе трендовых моделей: формы тренда, экономическое содержание параметров тренда.
23. Сглаживание динамического ряда.
24. Виды компонент временного ряда.
25. Прогнозирование с учетом сезонных (циклических) колебаний.
26. Аддитивная и мультипликативная модели: методика расчета.
27. Доверительный интервал прогноза в трендовых моделях.
28. Автокорреляция в трендовых моделях. Свойства коэффициента автокорреляции.
29. Критерий Дарбина-Уотсона.
30. Прогнозирование на основе моделей с распределенным лагом. Общая характеристика моделей с распределенным лагом.
31. Интерпретация параметров моделей с распределенным лагом.
32. Интерпретация параметров моделей авторегрессии с распределенным лагом.
33. Краткосрочный, промежуточный, долгосрочный мультипликаторы. Оценка вклада каждого лага. Средний лаг.
34. Модель полиномиальных лагов (метод Алмона)
35. Модель геометрических лагов (метод Койка).

6. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

6.1. Основная литература

1. Компьютерное моделирование : учебник / В.М. Градов, Г.В. Овечкин, П.В. Овечкин, И.В. Рудаков — М. : КУРС : ИНФРА-М, 2018. — 264 с. - Режим доступа: http://znanium.com/go.php?id=911733
2. Математическое моделирование и проектирование : учеб. пособие / А.С. Коломейченко, И.Н. Кравченко, А.Н. Ставцев, А.А. Полухин ; под ред. А.С. Коломейченко. — М. : ИНФРА-М, 2018. — 181 с. — (Высшее образование: Магистратура). — www.dx.doi.org/10.12737/textbook_59688803c3cb35.15568286. - Режим доступа: http://znanium.com/go.php?id=884599
3. Моделирование систем управления с применением MatLab : учеб. пособие / А.Н. Тимохин, Ю.Д. Румянцев ; под ред. А.Н. Тимохина. — М. : ИНФРА-М, 2017. — 256 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа http://www.znanium.com]. —(Высшее образова-

ние: Бакалавриат). — www.dx.doi.org/10.12737/14347. - Режим доступа: http://znanium.com/go.php?id=590240

6.2. Дополнительная литература

4. Экономико-математическое моделирование: Практическое пособие по решению задач / И.В. Орлова. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Вузовский учебник: НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 140 с. - Режим доступа: http://znanium.com/go.php?id=648503
5. Основы информатизации и математического моделирования экологических систем : учеб. пособие / В.П. Мешалкин, О.Б. Бутусов, А.Г. Гнаук. — М. : ИНФРА-М, 2017. — 357 с. — (Высшее образование). - Режим доступа: http://znanium.com/go.php?id=560753