

4.2. Индивидуальное домашнее задание № 1

ИДЗ № 1 выполняется на тему: «Переходные процессы в цепях с сосредоточенными параметрами. Линии с распределенными параметрами в установившемся режиме».

Индивидуальное домашнее задание № 1 состоит из двух частей. Вторая часть предусматривает решение задачи 1.3, формирующей навыки расчета цепей с распределенными параметрами в установившемся режиме.

Задача 1.3

По заданным табл. 1.2 параметрам линии (R_0, L_0, G_0, C_0), частоте f , длине линии l , комплексным значениям напряжения \dot{U}_2 и тока \dot{I}_2 в конце линии, сопротивлению нагрузки Z_H требуется:

1. Рассчитать напряжение \dot{U}_1 и ток \dot{I}_1 в начале линии, активную P и полную S мощности в начале и в конце линии, а также КПД линии.

2. Полагая, что линия п. 1 стала линией без потерь ($R_0 = G_0 = 0$), а нагрузка на конце линии стала активной и равной модулю комплексной нагрузки в п. 1, определить напряжение \dot{U}_1 и ток \dot{I}_1 в начале линии, а также длину электромагнитной волны λ .

3. Для линии без потерь (п. 2) построить график распределения действующего значения напряжения вдоль линии в функции координаты x , отсчитываемой от конца линии.

Таблица 1.2

№ вар-та	$f \cdot 10^3$	l	R_0	$C_0 \cdot 10^{-9}$	$L_0 \cdot 10^{-3}$	$G_0 \cdot 10^{-6}$	\dot{U}_2	$\dot{I}_2 \cdot 10^{-3}$	Z_H
	Гц	км	$\frac{\text{Ом}}{\text{км}}$	$\frac{\text{Ф}}{\text{км}}$	$\frac{\text{Гн}}{\text{км}}$	$\frac{\text{См}}{\text{км}}$	В	А	Ом
1	0,25	400	5	9,6	5,08	0,62	–	$16e^{j15^\circ}$	$1600 e^{-j15^\circ}$
2	1	177	10	5,9	4,16	0,75	70,5	–	$1675e^{-j10^\circ}$
3	10	7,5	116	5,75	8,48	0,51	–	$20 e^{j6^\circ}$	$2440 e^{-j6^\circ}$
4	5	16	157,2	5,75	10	1,75	55,4	–	$2770 e^{-j13^\circ}$
5	0,75	146	12	10,6	4,6	0,08	10	–	400
6	3	56,7	20	6	4,1	1,25	42,3	–	423

7	1,2	49	75,6	6,35	11,52	0,8	–	$3,9e^{j20^0}$	$3110e^{-j20^0}$
8	7	10	180,4	12,22	7,6	4,5	20	–	$419e^{-j14^0}$
9	0,6	200	6,2	10	4,8	0,8	–	$28,2e^{j8^0}$	$355e^{-j8^0}$
10	0,8	223	5,8	6,5	3,8	0,7	14,1	–	$392e^{-j8^0}$
11	0,6	100	22	10	12	0,65	–	$52,1e^{j12^0}$	$2300e^{-j12^0}$
12	0,9	81	19,2	7,4	10,8	0,72	62	$24,4e^{j8^0}$	–
13	4	25,4	48,6	6,4	7,5	0,41	–	22,5	667
14	6,5	10,5	204	5,6	8,54	4,2	36	–	$800e^{-j15^0}$
15	2	45	50,4	3,6	13,4	1	–	$45e^{j8^0}$	$980e^{-j8^0}$
16	4	30,2	33,4	9,5	2,66	1,5	29,6	–	1130
17	0,9	94,2	27	6,8	7,08	0,95	–	$3e^{j16^0}$	$2000e^{-j16^0}$
18	9	16,3	108	4,1	10,4	0,46	22,6	–	$565e^{-j5^0}$
19	1,6	65	40,8	3,4	14,16	0,9	–	$32e^{j7^0}$	$1500e^{-j7^0}$
20	0,7	105	14,6	16,4	3,04	1,35	60	–	$900e^{-j23^0}$
21	0,5	200	10	9,6	5,08	1,25	100	$64,2e^{j15^0}$	–
22	0,5	250	5	11,8	4,16	0,75	–	$21,2e^{j10^0}$	$1188e^{-j10^0}$
23	10	11,6	58	5,75	4,24	0,51	34,4	–	$1720e^{-j6^0}$
24	2,5	23,7	78,6	11,5	10	1,75	–	$10e^{j13^0}$	$1965e^{-j13^0}$
25	1,5	73	24	10,6	4,6	0,175	40	100	–

Теоретические сведения и методические указания к решению задачи 1.3

Установившиеся гармонические процессы в линиях с распределёнными параметрами рассмотрены в [1, §§11.1–11.25], [4, 20.1–20.13], [5, 8.1–8.3].

1. Электрическую цепь, линейные размеры которой сопоставимы с длиной волны передаваемого сигнала, называют цепью с распределёнными параметрами. Если поперечные размеры цепи по сравнению с длиной пренебрежимо малы, ее называют длинной линией. В таких линиях токи и напряжения непрерывно изменяются, являясь функцией двух

переменных: длины x и времени t . Примерами линий с распределенными параметрами могут служить протяженные высоковольтные линии электропередач, антенно-фидерные устройства, а также линии связи.

Напряжение и ток в линии с потерями в установившемся гармоническом режиме удовлетворяют уравнениям с гиперболическими функциями:

$$\begin{aligned} \dot{U}(x) &= \dot{U}_2 \operatorname{ch} \underline{\gamma} x + \dot{I}_2 \underline{Z}_B \operatorname{sh} \underline{\gamma} x; \\ \dot{I}(x) &= \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_B} \operatorname{sh} \underline{\gamma} x + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \underline{\gamma} x, \end{aligned} \quad (1.7)$$

где x – расстояние, отсчитываемое от конца линии (нагрузки);

$\dot{U}(x); \dot{U}_2; \dot{I}(x); \dot{I}_2$ – комплексные напряжения и токи;

$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$ – коэффициент распространения, 1/км;

α – коэффициент затухания (ослабления), Нп/км;

β – коэффициент фазы, рад/с;

\underline{Z}_B – волновое (характеристическое) сопротивление.

Коэффициент распространения и волновое сопротивление определяются:

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)}; \quad \underline{Z}_B = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}, \quad (1.8)$$

где величины R_0, L_0, G_0, C_0 – **первичные параметры** линии, отнесенные к единице длины:

R_0 – сопротивление прямого и обратного проводов, Ом/км;

L_0 – индуктивность петли, образованной прямым и обратным проводами, Гн/км;

C_0 – емкость между проводами, Ф/км;

G_0 – проводимость между проводами, См/км.

Первичные параметры определяются конструкцией линии и материалами, из которых она изготовлена. Если параметры вдоль линии не изменяются, линию называют однородной.

Параметры \underline{Z}_B и $\underline{\gamma}$ называют вторичными.

Пример 5

Линии связи длиной $l = 100$ км, работает на частоте $f = 800$ Гц, заданы первичные параметры линии: $R_0 = 10$ Ом/км; $L_0 = 3,44 \cdot 10^{-3}$ Гн/км;

$G_0 = 9,65 \cdot 10^{-6}$ См/км; $C_0 = 10,88 \cdot 10^{-9}$ Ф/км. Напряжение и ток в конце линии: $\dot{U}_2 = 80$ В; $\dot{I}_2 = 0,053 \cdot e^{j80^\circ}$ А.

1. Рассчитать напряжение \dot{U}_1 и ток \dot{I}_1 в начале линии, активную P и полную S мощности в начале и в конце линии, а также КПД линии.

2. Полагая, что линия п. 1 стала линией без потерь ($R_0 = G_0 = 0$), а нагрузка на конце линии стала активной и равной модулю комплексной нагрузки в п. 1, определить напряжение \dot{U}_1 и ток \dot{I}_1 в начале линии, а также длину электромагнитной волны λ .

3. Для линии без потерь п. 2 построить график распределения действующего значения напряжения вдоль линии в функции координаты x , отсчитываемой от конца линии.

Решение

1. Волновое сопротивление линии:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_B &= \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{10 + j5024 \cdot 3,44 \cdot 10^{-3}}{9,65 \cdot 10^{-6} + j5024 \cdot 10,88 \cdot 10^{-9}}} = \\ &= \sqrt{\frac{10 + j17,3}{(9,65 + j54,71) \cdot 10^{-6}}} = 600 \cdot e^{-j10^\circ} \text{ Ом}, \end{aligned}$$

где $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 6,28 \cdot 800 = 5024$ рад/с – угловая частота.

2. Коэффициент распространения линии:

$$\begin{aligned} \underline{\gamma} &= \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \sqrt{(10 + j17,3) \cdot (9,65 + j54,71) \cdot 10^{-6}} = \\ &= 33,33 \cdot 10^{-3} e^{j70^\circ} \text{ 1/км}, \end{aligned}$$

при этом $\alpha = \text{Re } \underline{\gamma} = 11,4 \cdot 10^{-3}$ Нп/км;

$$\beta = \text{Im } \underline{\gamma} = 31,32 \cdot 10^{-3} \text{ рад/км}.$$

Для определения входных напряжения и тока необходимо найти гиперболические функции. Для нахождения гиперболических функций используем формулы Эйлера:

$$\text{ch } \underline{\gamma} x = \frac{e^{\underline{\gamma} x} + e^{-\underline{\gamma} x}}{2}; \quad \text{sh } \underline{\gamma} x = \frac{e^{\underline{\gamma} x} - e^{-\underline{\gamma} x}}{2}, \quad (1.9)$$

где $e^{\underline{\gamma}x} = e^{\alpha x} e^{j\beta x}$, $e^{-\underline{\gamma}x} = 1 / e^{\underline{\gamma}x}$.

Для найденного выше коэффициента $\underline{\gamma}$ и длине линии $x = l = 100$ км, $\alpha \cdot l = 1,14$ Нп, $\beta \cdot l = 3,13$ рад, будем иметь:

$$ch \underline{\gamma} l = \frac{e^{1,14} \cdot e^{j3,13} + e^{-1,14} \cdot e^{-j3,13}}{2} = -1,724 + j0,017$$

$$sh \underline{\gamma} l = \frac{e^{1,14} \cdot e^{j3,13} - e^{-1,14} \cdot e^{-j3,13}}{2} = -1,404 + j0,021.$$

далее получим:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_B} sh \underline{\gamma} l + \dot{I}_2 ch \underline{\gamma} l &= \frac{80}{600 e^{-j10^0}} \cdot (-1,404 + j0,021) + \\ &+ 0,053 \cdot e^{j8^0} \cdot (-1,724 + j0,017) = 0,279 \cdot e^{-j171^0} \text{ А.} \end{aligned}$$

По найденным гиперболическим функциям определение входных напряжения и тока труда не составляет.

Мощности в линии подсчитываются по известным формулам:

$$P_i = U_i I_i \cdot \cos(\psi_{u_i} - \psi_{I_i}); \quad \underline{S} = \dot{U}_i \dot{I}_i^*, \quad (1.10)$$

где I^* – сопряжённый комплекс тока;
 $i = 1, 2$ – признак начала или конца линии.

$$\text{КПД линии } \eta = P_2 / P_1, \quad \eta = 4,198 / 50,226 = 0,0835.$$

В нашем случае:

$$P_1 = 182,8 \cdot 0,279 \cdot \cos(179^0 - (-171^0)) = 50,226 \text{ Вт},$$

$$P_2 = 80 \cdot 0,053 \cdot \cos(0^0 - 8^0) = 4,198 \text{ Вт},$$

$$\underline{S}_1 = 182,8 \cdot e^{j179^0} \cdot 0,279 \cdot e^{j171^0} = 51 \cdot e^{j350} = 50,226 - j8,856 \text{ ВА},$$

$$\underline{S}_2 = 80 \cdot 0,053 \cdot e^{-j8^0} = 4,24 \cdot e^{-j8^0} = 4,198 - j0,59 \text{ ВА}.$$

Для линии без потерь расчеты ведутся по тем же соотношениям, что и для линии с потерями, только при $R_0 = G_0 = 0$; $\underline{Z}_B = \sqrt{L_0 / C_0}$; $\underline{\gamma} = j\beta$; $ch j\beta x = \cos \beta x$; $sh j\beta x = j \sin \beta x$, так что:

$$\begin{aligned}\dot{U}(x) &= \dot{U}_2 \cos \beta x + j \dot{I}_2 Z_B \sin \beta x; \\ \dot{I}(x) &= \dot{I}_2 \cos \beta x + j \dot{U}_2 / Z_B \sin \beta x.\end{aligned}\quad (1.11)$$

Длина электромагнитной волны в линии $\lambda = 2\pi / \beta$ определяется коэффициентом фазы, который можно определить через фазовую скорость:

$$\beta = \omega / V_\Phi; V_\Phi = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}; \quad (1.12)$$

в нашем случае: $I_2 = 0,053$ А, т.к. нагрузка стала активной;

$$Z_B = \sqrt{3,44 \cdot 10^{-3} / 10,88 \cdot 10^{-9}} = 562,3 \text{ Ом},$$

$$V_\Phi = \frac{1}{\sqrt{3,44 \cdot 10^{-3} \cdot 10,88 \cdot 10^{-9}}} = 1,635 \cdot 10^5 \text{ км/с},$$

$$\beta = \frac{5024}{1,635 \cdot 10^5} = 0,031 \text{ рад/км}; \lambda = \frac{6,28}{0,031} = 202,58 \text{ км}.$$

Определим напряжение и ток в начале линии при $x = l = 100$ км:

$$\dot{U}_1 = 80 \cdot \cos(0,031 \cdot 100) + j 0,053 \cdot 562,3 \cdot \sin(0,031 \cdot 100) = 79,94 \cdot e^{j179^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{I}_1 = 0,053 \cdot \cos(0,031 \cdot 100) + j \frac{80}{562,3} \cdot \sin(0,031 \cdot 100) = 0,0532 \cdot e^{j173,6^\circ} \text{ А}.$$

Задаваясь несколькими значениями координаты x , отсчитываемой от конца линии, построим график распределения действующего значения напряжения вдоль линии (рис. 1.19), расчет сводим в таблицу:

x , км	0	20	40	50	60	80	100
U , В	80	67,37	38,3	29,83	36,5	65,7	79,94

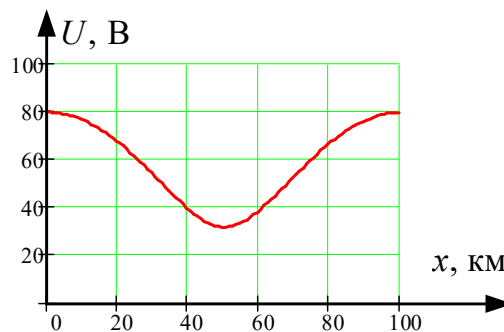


Рис. 1.1