

**Индивидуальное домашнее задание (весенний семестр) для НФИбд-01-17 (40 баллов).**

1. В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$
  - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\mu$ .
2. В условиях задачи 15 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\xi$
  - 2) **Нечетный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины  $\eta$ . **Четный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины  $\mu$
3. В условиях задачи 18 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\mu$ .
  - 4) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\mu_1 = |\xi - \eta|$
4. В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 3) Математическое ожидание случайной величины  $\mu$ .
5. Непрерывная случайная величина  $\xi$  имеет плотность  $p_\xi(x)$ . Найдите константу  $A$ , медиану и моду.
6. В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) условное математическое ожидание с.в.  $\xi$  при условии  $\eta$ ;
  - 2) условное математическое ожидание с.в.  $\eta$  при условии  $\xi$ .
  - 3) Для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\mu$  при условии  $\eta$ .  
Для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\mu$  при условии  $\xi$ .
7. В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите условное математическое ожидание с.в.  $\eta$  при условии  $\xi$  и условное математическое ожидание с.в.  $\xi$  при условии  $\eta$ .
8. В условиях задачи 20 ИДЗ 1 (осенний семестр) вычислите:
  - 1) характеристические функции  $f_\xi(t)$  и  $f_\eta(t)$  случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ ;
  - 2) характеристическую функцию  $f_\mu(t)$  случайной величины  $\mu$ ;
9. По заданной характеристической функции  $f_\xi(t)$  вычислите:
  - 1) математическое ожидание случайной величины  $\xi$ ;
  - 2) дисперсию случайной величины  $\xi$ .
10. Посетитель тира платит  $a$  рублей за выстрел. При попадании в девятку получает выигрыш  $b$  рублей, при попадании в десятку получает выигрыш  $c$  рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то деньги ему не выплачиваются. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_3$  соответственно. Число посетителей равно  $n$ .  
С помощью **неравенства Чебышева**:
  - 1) найдите границы, в которых будет лежать суммарная прибыль владельца тира с вероятностью не менее  $\alpha$ ;
  - 2) найдите число посетителей тира, чтобы вероятность отклонения суммарной прибыли от среднего размера суммарной прибыли на величину не меньше  $\beta$  % (от средней суммарной прибыли) равнялась  $p$С помощью **центральной предельной теоремы** оцените вероятность того, что
  - 1) размер убытка у владельца тира будет лежать в пределах от  $m_1$  до  $m_2$  рублей;
  - 2) что суммарная прибыль окажется в пределах от  $n_1$  до  $n_2$  рублей.
11. Статистический анализ, проведенный по заказу авиакомпании, показал, что распределение веса (в кг) пассажира авиарейса с грузом хорошо описывается плотностью распределения
$$p(x) = Ax^3(150 - x), \quad x \in (0; 150).$$
Масса пустого самолета равна 180 тонн. Максимальная взлетная масса равна 250 тонн. При посадке зарегистрировано  $n$  пассажиров, причем каждый из пассажиров в среднем берет с собою 10 кг. груза.
  - 1) Какой коммерческий груз (в кг) можно дополнительно взять этим рейсом, чтобы вероятность перегрузки составила не более  $\alpha$ %.
  - 2) Найдите вероятность перегрузки, если дополнительный коммерческий груз составил  $m$  тонн.

- 12.** По заданным выборкам  $X_1, X_2, \dots, X_n$  и  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  объема  $n = 50$  найти и построить:
- 1) минимальный и максимальный элементы выборки, разброс выборки, статистический ряд;
  - 2) гистограмму, полигон относительных частот, эмпирическую функцию распределения;
  - 3) выборочные характеристики: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную) (по выборке и по статистическому ряду), медиану.
- 13.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью  $p_\xi(x)$  с неизвестным параметром. Найдите оценку неизвестного параметра методом моментов.
- 14.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью
- $$p(x) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-\left(x\sqrt{a} - \frac{\sqrt{b}}{x}\right)^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$
- с неизвестными параметрами  $(a, b)$ . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров
- 15.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью
- $$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a\pi x^2}} e^{-\frac{(\ln x - b)^2}{2a}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$
- с неизвестными параметрами  $(a, b)$ . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров
- 16.** Для выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , имеющей нормальное распределение, найдите интервальные оценки неизвестного параметра  $m$  ( $\sigma$  - известно) и дисперсии  $\sigma^2$  (если параметр  $m$  задан).
- 17.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с неизвестным параметром. При помощи метода максимального правдоподобия (ММП) найти оценку неизвестного параметра распределения, проверить полученную оценку на несмещенность и эффективность.
- 18.** С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы  $H_0$  и  $H_1$  о принадлежности выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  дискретному распределению с заданными параметрами.
- 19.** С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы  $H_0$  и  $H_1$  о принадлежности выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  непрерывному распределению с заданными параметрами.
- 20.** Для заданной выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  с помощью критерия  $\chi^2$  проверить гипотезу о принадлежности выборки к заданному дискретному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).
- 21.** Для заданной выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  с помощью критерия  $\chi^2$  проверить гипотезу о принадлежности выборки к непрерывному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).
- 22.** Найдите параметры уравнения регрессии  $y = ax + b$ , если элементы выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  и выборки  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  заданы.

#### Распределение баллов (40 баллов)

Задача 1 (1,5 балла)			Задача 2 (1,5 балла)		Задача 3 (2 балла)				Задача 4 (3 балла)			Задача 5	Задача 6 (2 балла)		
0,5	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,3	0,5	0,7	1	1	1	1 балл	0,5	0,5	1
Задача 7		Задача 8 (2 балла)			Задача 9 (1,5 балла)			Задача 10 (2 балла)				Задача 11 (1,5 балла)			
2 балла		1,4	0,6	0,5	1			0,5	0,5	0,5	0,5	0,7	0,8		
Математическая статистика															
Задача 12 (1,5 балла)			Задача 13	Задача 14	Задача 15	Задача 16	Задача 17	Задача 18	Задача 19	Задача 20	Задача 21	Задача 22			
0,5 балла	0,5 балла	0,5 балла	2 балла	1,5 балла	1,5 балла	1,5 балла	2 балла	1,5 балла	1,5 балла	2,5 балла	2,5 балла	2 балла			

5.

$$p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [-1; 1] \\ A(x-2)^2, & x \in [-1; 1] \end{cases}$$

9.

$$f(t) = \frac{\sin 3t}{3t}$$

10.

$$a = 150, b = 400, c = 900, \quad p_1 = 0,25, p_2 = 0,05, p_3 = 0,7, \quad n = 500, \\ \alpha = 0,6, \quad \beta = 30, p = 0,05 \\ m_1 = 0, \quad m_2 = 700, \quad n_1 = 1000, \quad n_2 = 3000.$$

11.

$$n = 265, \alpha = 0,35, \quad m = 48.$$

12.

Выборка  $X_1, \dots, X_n$ 

[1,] 8 7 12 6 9 7 9 14 7 11  
 [2,] 5 10 10 7 6 16 11 8 9 8  
 [3,] 11 12 11 11 13 8 10 16 11 10  
 [4,] 9 14 12 11 9 13 9 9 13 6  
 [5,] 7 8 12 11 7 11 11 12 12 10

Выборка  $Y_1, \dots, Y_n$ 

[1,] 5.12 1.98 2.88 0.95 6.03 2.59 2.42 0.89 1.83 0.65  
 [2,] 1.99 0.86 0.35 0.38 1.00 5.58 7.77 5.22 1.44 12.50  
 [3,] 1.59 5.66 4.98 3.67 1.94 5.32 0.43 3.97 15.37 1.90  
 [4,] 2.30 2.59 1.81 4.69 1.03 5.80 3.07 1.51 2.14 1.66  
 [5,] 9.13 3.09 0.66 4.86 3.27 1.27 2.00 1.99 0.24 0.45

13.

Выборка  $X_1, \dots, X_n$  – имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{p}{a} + \frac{1-p}{b}, & x \in (0; a) \\ \frac{1-p}{b}, & x \in (a; b) \\ 0, & x \notin (0; b) \end{cases}$$

При заданных значениях параметров  $b = 8$  и  $a = 6$  найти оценку параметра  $p$ . Таблица частот

интерва- лы	0- 0.8	0.8- 1.6	1.6- 2.4	2.4- 3.2	3.2- 4.0	4.0- 4.8	4.8- 5.6	5.6- 6.4	6.4- 7.2	7.2- 8.0
частоты	63	67	45	57	62	53	62	39	34	18

14.

По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров  $a$  и  $b$ 

интерва- лы	1.1- 1.7	1.7- 2.3	2.3- 2.9	2.9- 3.5	3.5- 4.1	4.1- 4.7	4.7- 5.3
частоты	18	49	58	41	22	8	4

15.

По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров  $a$  и  $b$ 

интерва- лы	0.0- 3.0	3.0- 6.0	6.0- 9.0	9.0- 12.0	12.0- 15.0	15.0- 18.0	18.0- 21.0	21.0- 24.0	24.0- 27.0	27.0- 30.0
частоты	17	142	156	96	56	20	5	3	2	3

16.

 $Norm(m = -5, \sigma = 2)$ , доверительная вероятность  $\alpha = 0.9$ 

[1,] -5.42 -5.89 -8.49 -3.14 -3.89 -7.2 1 -7.40 -2.71 -4.49 -5.10  
 [2,] -7.08 -1.53 -7.65 -6.43 -4.66 -3.19 -6.02 -7.88 -4.89 -4.43  
 [3,] -7.31 -3.98 -6.10 -3.08 -4.69 -4.86 -4.39 -6.49 -3.26 -9.69  
 [4,] -4.36 -4.80 -7.91 -1.91 -0.26 -7.30 -5.14 -7.17 -5.99 -4.30  
 [5,] -8.00 -5.12 -4.83 -7.02 -8.17 -6.80 -4.26 -6.82 -3.42 -6.47

17.

Биномиальное распределение  $Binom(k = 15, p)$ 

[1,] 8 5 9 8 7 6 6 5 11 7  
 [2,] 6 7 4 6 6 3 6 7 6 5  
 [3,] 7 6 4 6 5 4 7 7 5 8  
 [4,] 7 6 6 8 5 6 8 8 6 4  
 [5,] 6 6 4 4 4 8 5 6 6 1

При помощи ММП найти оценку параметра  $p$  и проверить эту оценку на несмещённость и эффективность

18.	<p>Гипотеза <math>H_0</math> --- геометрическое распределение <math>Geom(p = 0.2)</math>  Гипотеза <math>H_1</math> --- геометрическое распределение <math>Geom(p = 0.25)</math> <math>\alpha = 0.05</math></p> <p>[1,] 0 6 1 1 4 0 13 9 3 0  [2,] 1 8 0 1 0 0 3 2 3 0  [3,] 1 1 8 9 10 0 2 1 1 1  [4,] 0 5 5 11 2 1 1 3 7 2  [5,] 1 1 5 6 0 1 0 6 4 3</p>
19.	<p>Гипотеза <math>H_0</math> --- нормальное распределение <math>Norm(m = 6, \sigma = 2)</math>  Гипотеза <math>H_1</math> --- нормальное распределение <math>Norm(m = 5, \sigma = 2)</math> <math>\alpha = 0.15</math></p> <p>[1,] 1.92 4.74 3.33 4.99 3.21 0.80 7.63 4.97 4.85 6.43  [2,] 5.69 5.55 6.60 5.95 4.76 4.61 3.00 3.91 2.21 5.61  [3,] 7.20 4.19 5.33 7.97 4.18 3.61 4.08 5.82 4.31 6.39  [4,] 4.00 1.61 7.58 4.63 5.04 5.91 4.64 3.89 1.19 5.17  [5,] 3.12 5.79 5.04 7.07 4.80 6.83 4.77 4.29 3.99 5.13</p>
20.	<p>Биномиальное распределение с неизвестными параметрами <math>p, k</math>, <math>\alpha = 0.1</math></p> <p>[1,] 8 7 12 6 9 7 9 14 7 11  [2,] 5 10 10 7 6 16 11 8 9 8  [3,] 11 12 11 11 13 8 10 16 11 10  [4,] 9 14 12 11 9 13 9 9 13 6  [5,] 7 8 12 11 7 11 11 12 12 10</p>
21.	<p>Гамма распределение с параметрами <math>\lambda</math> и <math>\gamma</math>, <math>\alpha = 0.05</math></p> <p>[1,] 5.12 1.98 2.88 0.95 6.03 2.59 2.42 0.89 1.83 0.65  [2,] 1.99 0.86 0.35 0.38 1.00 5.58 7.77 5.22 1.44 12.50  [3,] 1.59 5.66 4.98 3.67 1.94 5.32 0.43 3.97 15.37 1.90  [4,] 2.30 2.59 1.81 4.69 1.03 5.80 3.07 1.51 2.14 1.66  [5,] 9.13 3.09 0.66 4.86 3.27 1.27 2.00 1.99 0.24 0.45</p>
22.	<p>Выборка <math>X_1, \dots, X_n</math></p> <p>[1,] 5.04 5.78 7.20 5.18 3.81 4.25 1.29 2.13 7.17 4.94  [2,] 4.63 2.58 6.51 3.09 0.63 3.62 4.84 5.72 3.47 5.47  [3,] 2.26 4.27 4.52 4.61 3.65 3.26 6.94 1.48 3.34 4.40  [4,] 3.80 1.75 6.97 6.85 0.76 4.80 5.37 4.35 6.67 3.64  [5,] 5.59 4.49 6.48 5.97 2.47 4.49 2.24 3.70 3.06 6.31</p> <p>Выборка <math>Y_1, \dots, Y_n</math></p> <p>[1,] 4.96 4.22 2.80 4.82 6.19 5.75 8.71 7.87 2.83 5.06  [2,] 5.37 7.42 3.49 6.91 9.37 6.38 5.16 4.28 6.53 4.53  [3,] 7.74 5.73 5.48 5.39 6.35 6.74 3.06 8.52 6.66 5.60  [4,] 6.20 8.25 3.03 3.15 9.24 5.20 4.63 5.65 3.33 6.36  [5,] 4.41 5.51 3.52 4.03 7.53 5.51 7.76 6.30 6.94 3.69</p>