

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САХАЛИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

И.А. Сердюков

**ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
В ЗАДАЧАХ ЭЛЕКТРОПРИВОДА**

*Учебное пособие для студентов, обучающихся
по направлению 14040062 «Электроэнергетика
и электротехника»*

Южно-Сахалинск
СахГУ
2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О МЕТОДАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМАХ	6
1.1. Автоматическое управление «по отклонению».....	6
1.2. Автоматическое управление «по возмущению».....	10
1.3. Комбинированное автоматическое управление.....	11
2. ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОПРИВОДА	13
2.1. Аперiodическое звено первого порядка.....	13
2.2. Двигатель постоянного тока как элемент САУ.....	19
2.3. Получение передаточной функции двигателя постоянного тока с помощью сигнального графа.....	20
2.4. Расчёт переходных процессов в двигателе постоянного тока методом переменных состояния.....	22
2.5. Математическое описание асинхронного двигателя при управлении частотой и напряжением статора.....	24
3. РЕГУЛЯТОРЫ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОПРИВОДА	36
3.1. П-регулятор тока в структуре электропривода постоянного тока.....	36
3.2. И-регулятор в астатической системе регулирования тока.....	39
3.3. Свойства пропорционально-интегрального (ПИ) регулятора....	41
3.4. Применение ПИ-регулятора для придания системе стандартных динамических свойств.....	44
4. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ	49
4.1. Алгебраический критерий устойчивости Гурвица.....	51
4.2. Частотный критерий устойчивости Михайлова.....	54
4.3. Частотный критерий устойчивости Найквиста.....	57
4.4. Определение запаса устойчивости.....	61
4.5. Отыскание граничных условий устойчивости методом D-разбиения.....	66
5. ПРИМЕР РАСЧЁТА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ ПОСТОЯННОГО ТОКА	69
5.1. Расчёт коэффициентов передачи звеньев системы в установившемся режиме.....	69
5.2. Построение статических характеристик двухконтурной системы электропривода в зоне допустимых нагрузок.....	76
5.3. Динамический синтез системы электропривода воздействием на корни характеристического уравнения.....	80

5.4. Динамический синтез системы методом стандартных настроек регуляторов.....	86
5.5. Настройка регулятора тока на технический оптимум.....	87
5.6. Настройка регулятора скорости на симметричный оптимум.....	90
5.7. Расчёт переходных процессов тока и скорости по управляющему воздействию.....	93
5.8. Расчёт переходных процессов тока и скорости по возмущающему воздействию.....	96
6. ПРИМЕР РАСЧЁТА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА.....	99
6.1. Скалярная система частотного « u / f »- регулирования скорости асинхронного электродвигателя с помощью двухзвенного преобразователя частоты	99
6.2. Получение передаточной функции преобразователя частоты по каналу регулирования напряжения.....	100
6.3. Расчёт статических характеристик разомкнутой системы асинхронного электропривода.....	102
6.4. Преобразование структурной схемы частотно-регулируемого электропривода.....	105
6.5. Проверка устойчивости системы ПЧ-АД.....	109
6.5.1. Проверка устойчивости системы критерием Михайлова.....	110
6.5.2. Проверка устойчивости системы критерием Найквиста.....	111
6.6. Настройка системы электропривода ПЧ-АД на технический оптимум.....	112
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	116
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ.....	117
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.....	118
ПРИЛОЖЕНИЕ. Задание на курсовую работу.....	120
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	122

ВВЕДЕНИЕ

Теория автоматического управления – основополагающая научная дисциплина, изучающая методы и средства управления техническими объектами во многих областях жизнедеятельности человека: в промышленности, транспорте, военном деле и т. д. В промышленности автоматическое управление обеспечивает *механизацию* производства. Основным средством механизации является электропривод, применение которого сопровождается *автоматизацией* производства, то есть заменой человеческого труда не только в физических, но и в умственных операциях управления технологическими процессами. Совокупность средств преобразования электрической энергии в энергию механического движения образует *систему автоматического управления электроприводом*. Уникальность САУ ЭП состоит в единстве силового оборудования и информационно-управляющей системы, выполняемой, как правило, на основе достижений микроэлектроники. Основные пути совершенствования САУ ЭП как объекта управления состоят в улучшении *статических и динамических свойств* электропривода. Причём, если первая задача предполагает расширение *диапазона* и повышение *статической точности регулирования*, то вторая требует устранения различных проявлений *инерции и нелинейных свойств* электромеханической системы. Указанные вопросы составляют основное содержание представленного в данном пособии материала. Изложение теоретического курса ТАУ сопровождается практически вопросами проектирования систем электропривода различного исполнения. Для этого в пособии приводится подробный методический материал, помогающий студентам в работе над курсовым проектом.

1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О МЕТОДАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМАХ

1.1. Автоматическое управление «по отклонению»

Данный метод основывается на использовании *отрицательной обратной связи (ООС)*. На рис. 1.1 приведена упрощённая структурная схема одномерной системы автоматического управления (САУ) в разомкнутом состоянии, то есть без обратной связи.

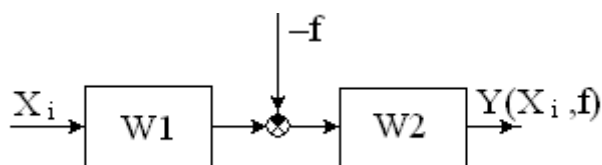


Рис. 1.1. Структурная схема разомкнутой САУ:

X_i – управляющее воздействие; f – возмущающее воздействие; Y – выходная координата; $W1, W2$ – передаточные коэффициенты звеньев системы

Выражение семейства *статических характеристик* в разомкнутом состоянии $Y(f)$ при $X_i = const$ имеет вид

$$Y = Y_{oi}(X_i) - \Delta Y_p(f), \quad (1.1)$$

где $Y_{oi}(X_i) = X_i \cdot W1 \cdot W2$ – заданное значение выходной координаты; $\Delta Y_p(f) = f \cdot W2$ – абсолютное отклонение выходной координаты от заданного значения в разомкнутой системе. В относительной системе измерений указанное отклонение характеризует статическую точность регулирования, получив название *ошибки регулирования разомкнутой САУ*. Ошибка регулирования вычисляется при номинальном значении возмущающего воздействия $f = f_n$ по формуле (1.2).

$$\Delta Y_p^*(f_n) = \frac{\Delta Y_p(f_n)}{Y_{oi}(X_i)} \leq 1. \quad (1.2)$$

При этом указывается *диапазон регулирования* выходной координаты, в котором эта ошибка существует

$$D_P = \frac{Y_{0max}(X_{max})}{Y_{0min}(X_{min})}, \quad (1.3)$$

где X_{min} – минимальное значение управляющего воздействия, определяемое по условию $\Delta Y_P(f_H) = Y_{0min}(X_{min})$ (см. рис. 1.3).

Как правило, цель статического расчёта САУ состоит в том, чтобы повысить точность регулирования в заданном диапазоне регулирования.

В системах, работающих по принципу отклонения, эта задача решается применением *отрицательной обратной связи (ООС)*. Под отрицательной обратной связью понимается электрическая цепь, по которой информация о выходной координате поступает на управляющий вход системы в виде сигнала обратной связи $X_{oc} = Y \cdot W_{oc}$. В результате вычитания X_{oc} из задающего сигнала X_i формируется сигнал отклонения выходной координаты от заданного значения – *сигнал ошибки регулирования замкнутой САУ* $\Delta Y_{зmk} = X_i - X_{oc}$, который посредством регулятора W_p подаётся на управляющий вход системы.

В результате действия ООС обеспечивается автоматическое, то есть без участия человека, поддержание постоянства выходной координаты Y в условиях изменяющегося возмущающего воздействия $f=0 \div f_H$. При этом поддержание постоянства может быть частичным и тогда объект регулирования следует отнести к *статическим системам* или поддержание постоянства выходной координаты может быть полным, позволяющим отнести объект к *астатическим САУ*.

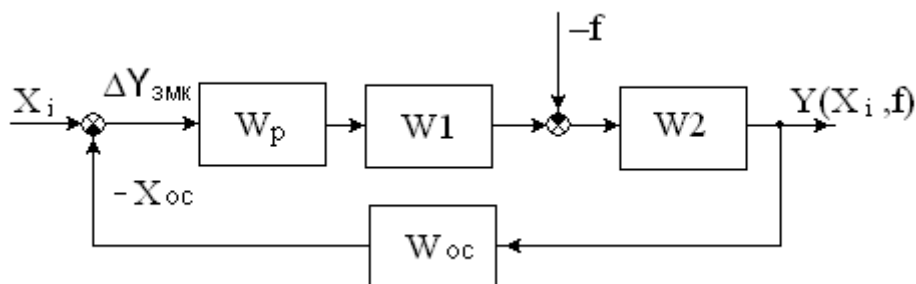


Рис. 1.2. Структурная схема САУ, замкнутой отрицательной обратной связью: $\Delta Y_{ЗМК} = X_i - Y \cdot W_{OC}$ – отклонение выходной координаты от заданного значения; W_{OC} – передаточный коэффициент цепи обратной связи

О результатах применения ООС можно судить по уравнениям статики замкнутой САУ

$$\begin{cases} Y = \Delta Y_{ЗМК} W_p \cdot W_1 \cdot W_2 - f \cdot W_2; \\ \Delta Y_{ЗМК} = X_i - Y \cdot W_{OC}. \end{cases} \quad (1.4)$$

Решая эти уравнения, получаем выражение статических характеристик замкнутой САУ $Y(f)$ при $X_i = const$

$$Y = Y_{oi}(X_i) - \Delta Y_3(f), \quad (1.5)$$

где $Y_{oi}(X_i) = X_i \frac{W_{PP}}{1 + W_{PP} W_{OC}}$ – заданное значение выходной

координаты;

$$\Delta Y_3(f) = f \frac{W_2}{1 + W_{PP} W_{OC}} - \text{абсолютное отклонение вы-}$$

ходной координаты в замкнутой САУ; $W_{PP} = W_1 \cdot W_2$.

Сравнивая выражения (1.1) и (1.5), видим, что применение ООС ведёт к уменьшению статической ошибки в $(1 + W_{PP} \cdot W_{OC})$ раз

$$\Delta Y_3^*(f_H) = \Delta Y_P^*(f_H) \frac{1}{1 + W_{PP} W_{OC}}. \quad (1.6)$$

Соответствующим образом расширяется диапазон регулирования выходной координаты с заданной точностью

$$D_3 = D_P \cdot (1 + W_{PP} W_{OC}). \quad (1.7)$$

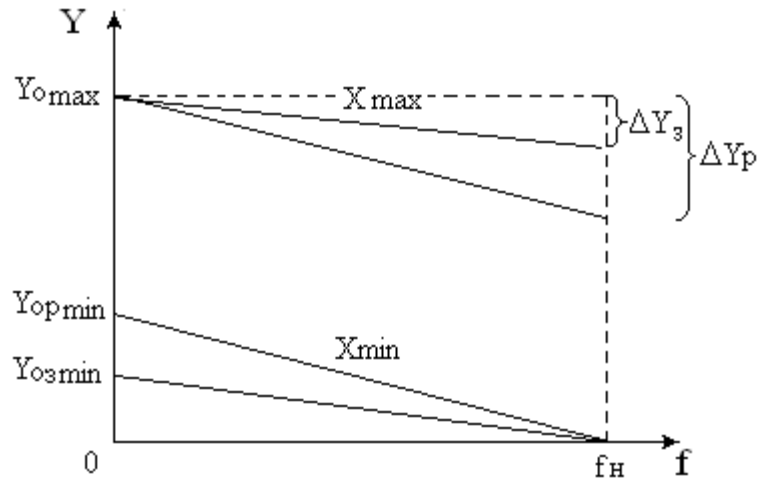


Рис. 1.3. К сравнению статических характеристик в разомкнутой и замкнутой САУ

Таким образом, основная задача синтеза статических САУ состоит в том, чтобы, задаваясь диапазоном D_3 и статической точностью регулирования выходной координаты $\Delta Y^*_3(f_H)$, рассчитать необходимый коэффициент усиления замкнутой системы. Для этого используется соотношение ошибок регулирования в разомкнутой и замкнутой САУ

$$\Delta Y^*_3(f_H) = \Delta Y^*_P(f_H) \frac{D_3}{1 + W_P W_{PP} W_{OC}},$$

с помощью которого вычисляется необходимый коэффициент усиления пропорционального П-регулятора

$$W_P = \left(\frac{\Delta Y^*_P(f_H) D_3}{\Delta Y^*_3(f_H)} - 1 \right) \frac{1}{W_1 \cdot W_2 \cdot W_{OC}}. \quad (1.8)$$

1.2. Автоматическое управление «по возмущению»

При наличии датчика возмущающего воздействия ошибка автоматического регулирования может быть полностью устранена без применения ООС. Для этого структурная схема САУ должна быть выполнена как это показано на рис. 1.4.

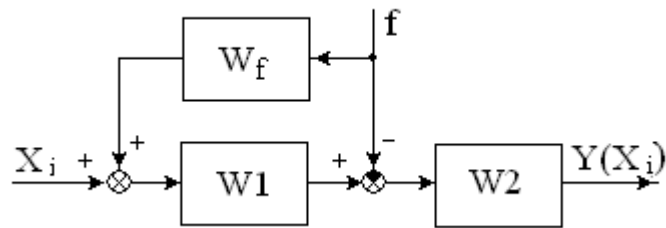


Рис. 1.4. Структурная схема САУ с управлением по возмущению

При *управлении по возмущению* выражение статических характеристик САУ $Y(f)$ при $X_i = const$ принимает вид

$$Y = Y_{oi}(X_i) - \Delta Y(f), \quad (1.9)$$

$$Y_{oi}(X_i) = X_i \cdot W_1 \cdot W_2;$$

где
$$\Delta Y(f) = f \cdot W_f \cdot W_1 \cdot W_2 - f \cdot W_2. \quad (1.10)$$

Из уравнения (1.10) видно, что при выполнении *условия инвариантности* (независимости от возмущающего воздействия)

$$W_f = \frac{1}{W_1} \quad (1.11)$$

статическая ошибка регулирования исчезает $\Delta Y(f) = 0$, чем достигается абсолютная точность регулирования во всём диапазоне возмущающих воздействий $Y = Y_{oi}(X_i)$ при $f = 0 \div f_H$. При этом статические характеристики $Y(f)$ при $X_i = const$ превращаются в семейство горизонтальных параллельных друг другу линий.

Реальный диапазон регулирования в подобных случаях ограничивается возможными флуктуациями (отклонениями) параметров системы, главной причиной которых служит температурная нестабильность полупроводниковых приборов и, прежде всего, транзисторов в составе регулятора.

1.3. Комбинированное автоматическое управление

Аналогичный результат работы без статической ошибки регулирования может быть достигнут в системах с комбинированным управлением (см. рис.1.5).

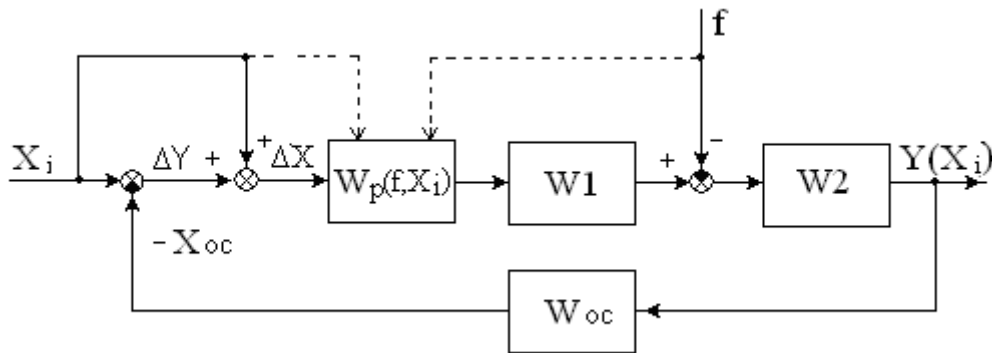


Рис. 1.5. Структурная схема САУ с адаптивно-комбинированным управлением

При комбинированном способе управляющее воздействие на входе регулятора получается сложением задающего воздействия с сигналом ошибки регулирования по отклонению $\Delta X = X_i + \Delta Y$. Для выяснения свойств САУ с комбинированным управлением запишем исходные уравнения статики системы

$$\begin{cases} Y = (X_i + \Delta Y) \cdot W_p \cdot W1 \cdot W2 - f \cdot W2; \\ \Delta Y = X_i - Y \cdot W_{oc}. \end{cases} \quad (1.12)$$

Решение (1.12) позволяет записать уравнение статических характеристик САУ с комбинированным управлением $Y(X,f)$ в следующем виде

$$Y = Y_{0i}(X_i) + \Delta Y1(X_i) - \Delta Y2(f), \quad (1.13)$$

где $Y_{0i}(X_i) = \Delta Y1(X_i) = X_i \frac{W_P W1 \cdot W2}{1 + W_{OC} W_P W1 \cdot W2}$ – первая и вто-

рая составляющие заданного значения выходной координаты;

$\Delta Y(f) = f \frac{W2}{1 + W_{OC} W_P W1 \cdot W2}$ – ошибка регулирования по отклоне-

нию. Условие инвариантности к возмущающему воздействию запишется

$$\Delta Y1(X_i) = \Delta Y2(f), \quad (1.14)$$

или $X_i \frac{W_P \cdot W1 \cdot W2}{1 + W_{OC} \cdot W_P \cdot W1 \cdot W2} = f \frac{W2}{1 + W_{OC} \cdot W_P \cdot W1 \cdot W2}$,

откуда $X_i \cdot W_P \cdot W1 = f$.

Данное условие будет выполняться в любой точке диапазона изменений X_i, f , если регулятор будет обладать свойством адаптивности (приспосабливаемости), изменяя свой коэффициент усиления пропорционально возмущающему и обратно-пропорционально управляющему воздействиям

$$W_P(f, X_i) = \frac{f}{X_i \cdot W1}. \quad (1.15)$$

На схеме рис. 1.5 указанная зависимость W_P от f, X_i отражена с помощью пунктирных линий. Как уже отмечалось, выполнение условий инвариантности превращает статические характеристики САУ $Y(X,f)$ в семейство горизонтальных параллельных друг другу линий.

2. ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ САУ

2.1. Аperiodическое звено первого порядка

Исходное дифференциальное уравнение аperiodического звена

$$T \frac{dY(t)}{dt} + Y(t) = K \cdot X(t) \quad (2.1)$$

в операторной форме после замены $d/dt = p$ переписывается

$$T \cdot (pY(p) - Y(0)) + Y(p) = K \cdot X(p),$$

откуда при нулевых начальных условиях $Y(0)=0$ получаем *передаточную функцию* аperiodического звена

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K}{1 + Tp}, \quad (2.2)$$

где K – статический коэффициент усиления звена; T – постоянная времени.

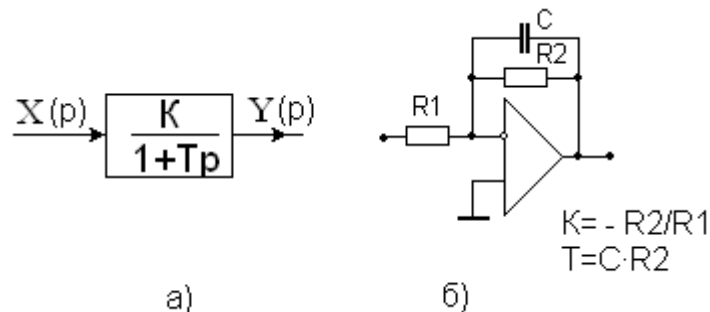


Рис. 2.1. Структурная схема (а) и аналоговая модель (б) аperiodического звена первого порядка

Подавая на вход звена единичный сигнал ступенчатой формы

$X(t)=1$; $X(p) = \frac{1}{p}$, получаем *переходную характеристику* аperiodического звена, сначала в операторной форме

$$h(p) = X(p) \cdot W(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{K}{1 + Tp}, \quad (2.3)$$

а затем, применяя обратное преобразование Лапласа, в форме оригинала, то есть в функции времени

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} \cdot \frac{K}{1+Tp} \right\} = K(1 - e^{-t/T}). \quad (2.4)$$

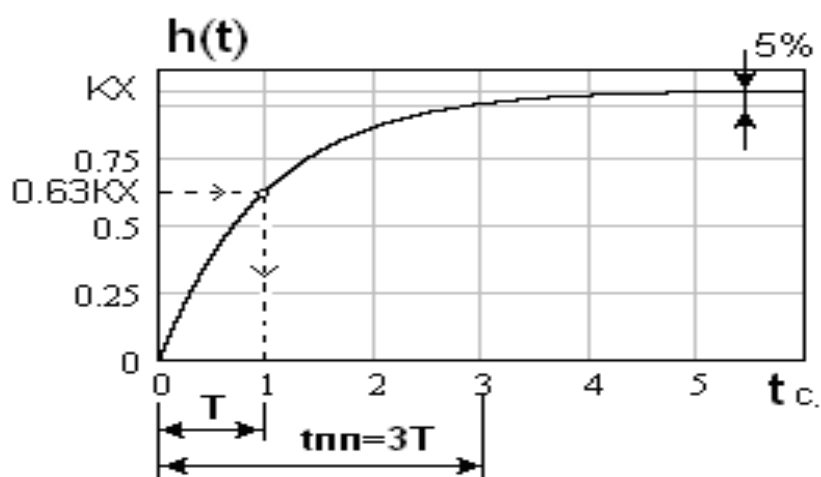


Рис. 2.2. Переходная характеристика аperiodического звена:
 T – постоянная времени; $t_{пп}$ – время переходного процесса

Полученный на рис. 2.2 с помощью (2.4) график переходного процесса позволяет оценить влияние инерционности на динамические свойства аperiodического звена. Например, подставляя в (2.4) $t=T$,

получаем $h(T) = KX \frac{e-1}{e} = 0.63KX$. Согласно этому выражению

постоянную времени T звена можно определить графически как промежуток времени, по достижению которого выходная координата принимает значение $0.63 h_{уст.}$, где $h_{уст.} = K \cdot X$. Одновременно появляется возможность оценить время переходного процесса $t_{пп}$ как временной промежуток, по истечению которого выходная координата отличается от установившегося значения $h_{уст.} = K \cdot X$ не более чем на 5%: $0.95KX = KX(1 - e^{-t_{пп}/T})$, откуда $t_{пп} = T \cdot \ln 0.05 \cong 3T$.

В отличие от переходного процесса, частотные характеристики позволяют оценить динамические свойства звена при обработке сигнала гармонической формы. Осуществляя в выражении передаточной функции (2.2) замену оператора « p » на комплексную частоту входного сигнала $p=j\omega$, получаем *амплитудно-фазовую характеристику (АФХ)*:

$$W(j\omega) = \operatorname{Re}(K(\omega)) + j\operatorname{Im}(K(\omega)); \quad (2.5)$$

модуль комплексного коэффициента усиления:

$$|K(\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}(K(\omega))^2 + \operatorname{Im}(K(\omega))^2} = \frac{K}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}; \quad (2.6)$$

и фазо-частотную характеристику апериодического звена:

$$\varphi = \operatorname{arctg}(\operatorname{Im}K(\omega)/\operatorname{Re}(K(\omega))), \quad (2.7)$$

где
$$\operatorname{Re}(K(\omega)) = \frac{K}{1 + \omega^2 T^2}; \quad \operatorname{Im}(K(\omega)) = \frac{-K\omega T}{1 + \omega^2 T^2}.$$

Представленная на рис. 2.3(а) АФХ иллюстрирует зависимость модуля $\overline{K}(\omega)$ и фазы $\varphi(\omega)$ комплексного коэффициента усиления апериодического звена от частоты входного сигнала $\omega = \omega_i$.

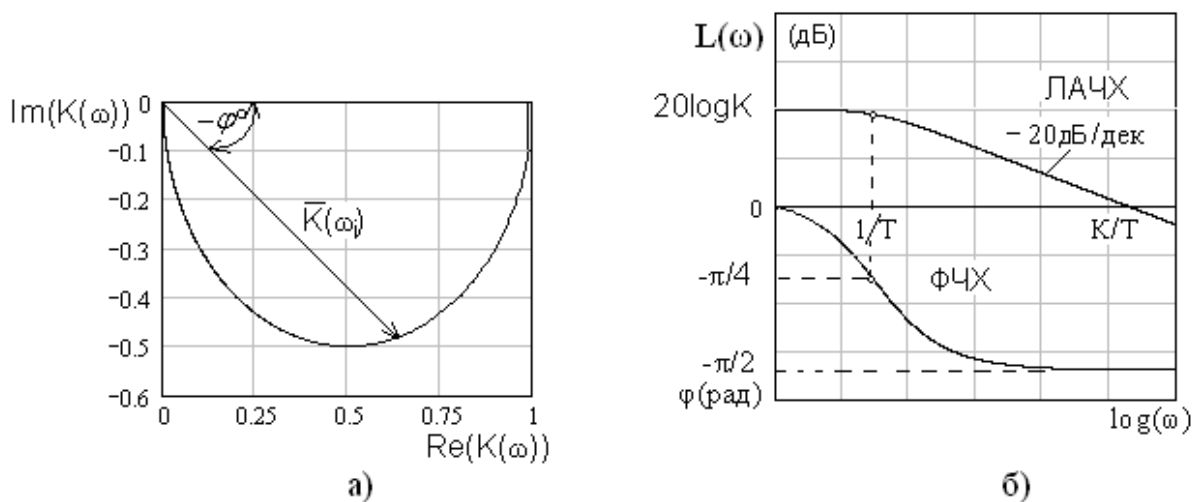


Рис. 2.3. Амплитудно-фазовая характеристика (а) и логарифмические амплитудно-частотная (ЛАЧХ) и фазо-частотная характеристики (ФЧХ) (б) апериодического звена первого порядка

При решении задач анализа и синтеза САУ значительные удобства предоставляет метод логарифмических частотных характеристик. Представленная на рис. 2.3(б) *асимптотическая ЛАЧХ* отыскивается в виде двух прямых линий:

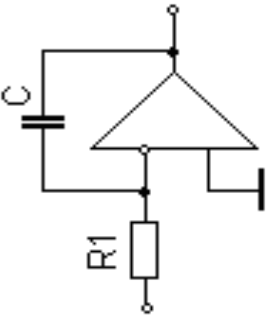
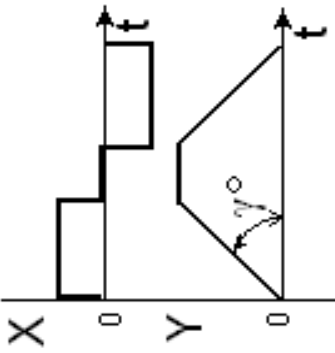
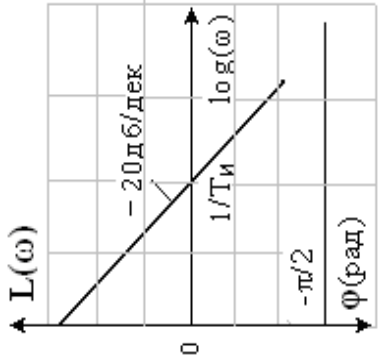
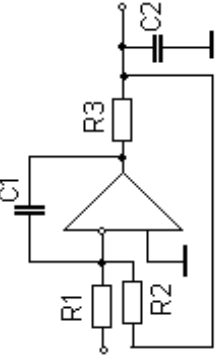
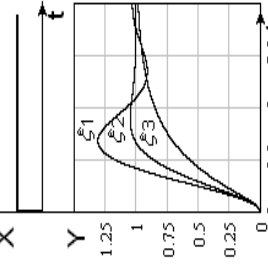
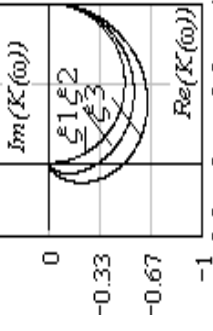
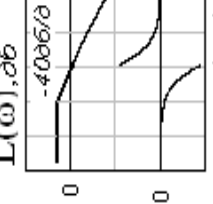
$$L(\omega) = 20\lg(K), \text{ децибел в диапазоне частот } 0 \leq \omega \leq 1/T;$$

$$L(\omega) = 20\lg(K / \omega T), \text{ децибел в диапазоне частот } \omega \geq 1/T.$$

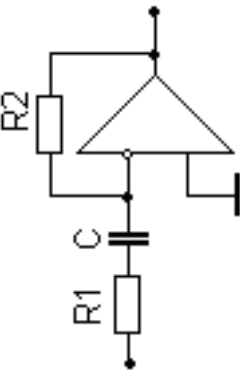
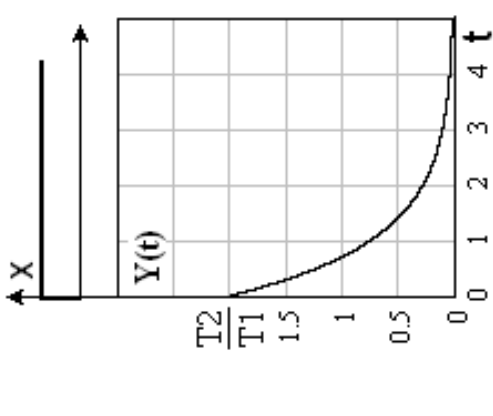
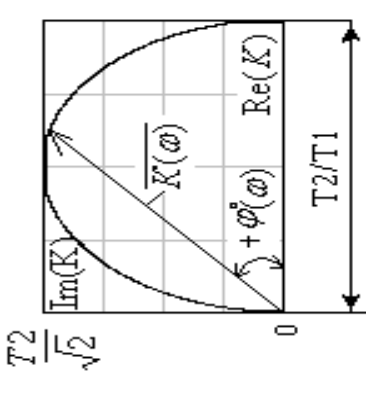
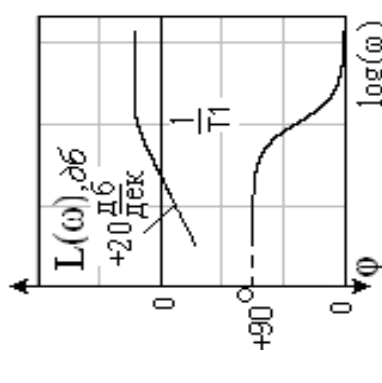
Логарифмические характеристики на рис. 2.3 наглядно демонстрируют, как увеличение частоты входного сигнала влияет на коэффициент усиления $K(\omega)$ и фазу выходного сигнала $\varphi(\omega)$ апериодического звена. Обусловленное инерционностью звена, это влияние приводит к уменьшению коэффициента усиления с интенсивностью -20 дБ/дек., а также к появлению отстающего фазового сдвига выходного сигнала в пределах $\varphi \leq 90$ эл. град. Влияние инерционности становится наиболее заметным после превышения частоты сопряжения ЛАЧХ $\omega \geq 1/T$. Аналогичным образом с помощью переходных и частотных характеристик можно описать динамические свойства других звеньев САУ (см. табл. 2.1).

Динамические свойства линейных звеньев САУ

Таблица 2.1

Тип звена	Аналоговая модель и передаточная функция звена	Переходная характеристика звена	АФХ звена	ЛАЧХ и ФЧХ звена
Интегрирующее звено	 $W(p) = \frac{1}{pT_{И}};$ $T_{И} = RC$	 $Y(t) = Y(0) + X(t)t/T_{И}$ $\gamma = \arctg\left(\frac{X}{T_{И}}\right)$	$W(j\omega) = \frac{\exp(-j\pi/2)}{\omega T_{И}}$	 $L(\omega) = 20\lg\left(\frac{1}{T_{И}}\right) - 20\lg(\omega);$ $\varphi = -\pi/2$
Колебательное звено 2-го порядка	 $W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1};$ $K = R2/R1;$ $T = \sqrt{R2R3C1C2};$ $\xi = 0.5\sqrt{C1R2/C2R3}$	 $Y(t) = 1 - e^{-\xi t} \left[\cos\left[\sqrt{1-\xi^2}t\right] + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left[\sqrt{1-\xi^2}t\right] \right]$	 $\text{Im}(K) = -2K\omega\xi T / ((1-\omega^2 T^2)^2 + (2\omega\xi T)^2);$ $\text{Re}(K) = K(1-\omega^2 T^2) / ((1-\omega^2 T^2)^2 + (2\omega\xi T)^2)$	 $\varphi = \log(\omega)$ $L(\omega) = 20\lg(K);$ <p>при $0 \leq \omega \leq 1/T$</p> $L(\omega) = -20\lg(K/\omega^2 T^2);$ <p>при $\omega \geq 1/T$</p>

Динамические свойства линейных звеньев САУ (Окончание)

Тип звена	Аналоговая модель и передаточная функция звена	Переходная характеристика звена	АФХ звена	ЛАЧХ и ФЧХ звена
<p>Дифференцирующее звено</p>	 $W(p) = \frac{T2p}{1 + T1p};$ $T1 = CR1;$ $T2 = CR2$	 $Y(t) = \frac{T2}{T1} \cdot e^{-t/T1}$	 $\text{Im}(K) = \frac{\omega T2}{1 + \omega^2 T1^2};$ $\text{Re}(K) = \frac{\omega^2 T1 T2}{1 + \omega^2 T1^2}$	 $L(\omega) = 20 \lg(\omega T2);$ <p>при $0 \leq \omega \leq 1/T1$;</p> $L(\omega) = 20 \lg(T2/T1);$ <p>при $\omega \geq 1/T1$</p>

2.2. Двигатель постоянного тока как элемент САУ

При некоторых допущениях работа ДПТ описывается системой линейных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} u_{\text{Я}} = i_{\text{Я}} r_{\text{Я}} + L_{\text{Я}} \frac{di_{\text{Я}}}{dt} + e; \\ m = J d\omega / dt + m_{\text{С}}, \end{cases} \quad (2.8)$$

где $m = c_M \cdot i_{\text{Я}}$ – электромагнитный момент;

$e = c_e \cdot \omega$ – противо-ЭДС вращения.

Методом подстановки система уравнений (2.8) приводится к уравнению второго порядка

$$J \frac{L_{\text{Я}}}{c_e c_M} \frac{d^2 \omega}{dt^2} + J \frac{r_{\text{Я}}}{c_e c_M} \frac{d \omega}{dt} + \omega = \frac{1}{c_e} u_{\text{Я}} - \frac{L_{\text{Я}}}{c_e c_M} \frac{dM_{\text{С}}}{dt} - \frac{r_{\text{Я}}}{c_e c_M} M_{\text{С}}. \quad (2.9)$$

Подвергая уравнение (2.9) преобразованию Лапласа, получаем передаточные функции ДПТ:

по управляющему воздействию (при $\Delta m_{\text{С}}=0$)

$$W_U(p) = \frac{\omega(p)}{u_{\text{Я}}(p)} = \frac{K_{\text{Д}}}{T_{\text{Я}} T_{\text{М}} p^2 + T_{\text{М}} p + 1}; \quad (2.10)$$

по возмущающему воздействию (при $\Delta u_{\text{Я}}=0$)

$$W_m(p) = \frac{\omega(p)}{m_{\text{С}}(p)} = \frac{-r_{\text{Я}}(1 + T_{\text{Я}} p) / c_e c_M}{T_{\text{Я}} T_{\text{М}} p^2 + T_{\text{М}} p + 1}. \quad (2.11)$$

Графическим отображением исходных уравнений служит структурная схема ДПТ на рис. 2.4, 2.5.

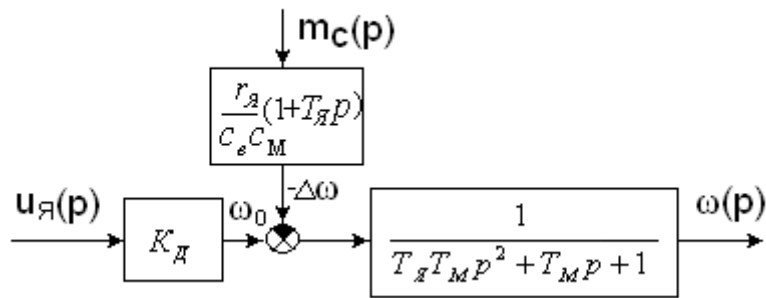


Рис. 2.4. Структурная схема ДПТ с отображением переменных $u_{я}(p), m_c(p), \omega(p)$

Переписывая исходные уравнения в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 u_{я}(p) &= r_{я}(1 + T_{я}p)i_{я}(p) + c_e \omega(p) \\
 i_{я}(p) &= T_M \frac{c_e}{r_{я}} p \omega(p) + \frac{1}{c_M} m_c,
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

получаем структурную схему рис. 2.5, в которой представлены все переменные, включая ток якоря $i_{я}(p)$.

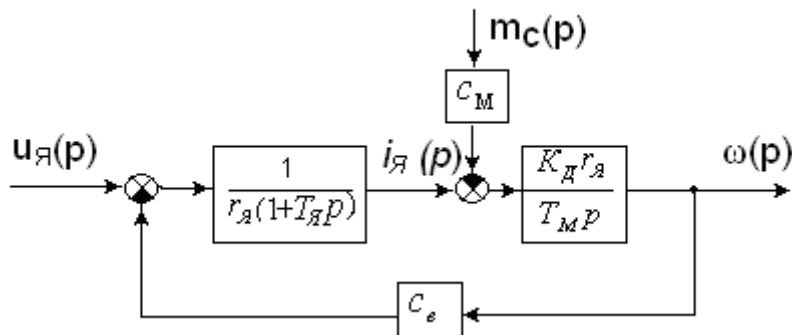


Рис. 2.5. Структурная схема ДПТ с отображением переменных $u_{я}(p), i_{я}(p), m_c(p), \omega(p)$

2.3. Получение передаточной функции двигателя постоянного тока с помощью сигнального графа

Сигнальный граф является графическим аналогом структурной схемы. Как показано на рис. 2.6, узлы сигнального графа служат для обозначения переменных, а ветви – для отображения пе-

редаточных коэффициентов (функций) звеньев. *Путь* – это последовательность ветвей между входной и выходной переменной.

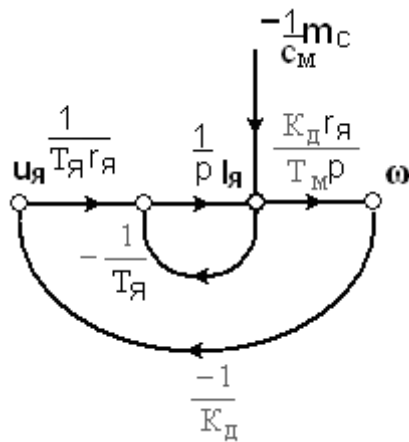


Рис. 2.6. Сигнальный граф ДПТ

Применение сигнальных графов упрощает вычисление передаточной функции САУ. Для этого служит универсальная *формула Мэйсона* [1]

$$W(p) = \frac{\sum P_{ijk} \Delta_{ijk}}{\Delta}, \quad (2.13)$$

где P_{ijk} – коэффициент передачи k -го пути от переменной x_i к переменной x_j ; Δ – определитель графа; Δ_{ij} – дополнительный множитель для пути P_{ijk} . Граф на рис. 2.6 имеет от входной $u_я$ к выходной ω переменной один путь с коэффициентом передачи $P_1 = K_д / T_я T_м p^2$ и два замкнутых касающихся друг друга контура с коэффициентами передачи $L_1 = -1/T_я T_м p^2$, $L_2 = -1/T_я p$. После подстановки этих выражений в (2.13) получаем передаточную функцию ДПТ, выражение которой совпадает с формулой (2.10)

$$W(p) = \frac{P_1 \Delta_1}{1 - (L_1 + L_2)} = \frac{K_д / T_я T_м p^2 \cdot 1}{1 + 1/T_я T_м p^2 + 1/T_я p} = \frac{K_д}{T_я T_м p^2 + T_м p + 1}. \quad (2.14)$$

2.4. Расчёт переходных процессов в двигателе постоянного тока методом переменных состояния

Поведение динамических звеньев САУ полностью описывается инерциальными переменными – так называемыми *переменными состояниями*, число которых должно быть равно порядку характеристического уравнения звена. В случае с двигателем постоянного тока (ДПТ) одна из переменных состояния – ток якоря $i_{\text{я}}(t)$ характеризует протекание электромагнитных, а другая – скорость вала $\omega(t)$ даёт представление о механических процессах в данном устройстве. Запишем исходные дифференциальные уравнения ДПТ в так называемой *форме Коши*

$$\begin{bmatrix} \frac{d\omega}{dt} \\ \frac{di_{\text{я}}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c_M \cdot \frac{1}{J} \\ -c_e \cdot \frac{1}{L_{\text{я}}} & -r_{\text{я}} \cdot \frac{1}{L_{\text{я}}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega \\ i_{\text{я}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J} \\ \frac{1}{L_{\text{я}}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{\text{я}} \\ m_C \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Согласно *методу переменных состояния (ПС)*, систему (2.15) можно представить в виде одного матричного уравнения первого порядка, составленного относительно вектора переменных состояния

$$\mathbf{X}(t) = [\omega(t) \quad i_{\text{я}}(t)]^T :$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}(t), \quad (2.16)$$

общее решение которого ищется в следующем виде:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(0) \exp(\mathbf{A}t) + \int_0^t \exp(\mathbf{A}(t-\tau)) \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}(\tau) d\tau. \quad (2.17)$$

Качество переходных процессов в ДПТ зависит от корней характеристического уравнения $p_{1,2}$

$$\det(A - p \cdot I) = \det \begin{bmatrix} -p & c_M \frac{1}{J} \\ -c_e \frac{1}{L_J} & -r_J \frac{1}{L_J} - p \end{bmatrix} =$$

$$= p^2 + r_J \frac{1}{L_J} + \frac{c_e c_M}{J L_J} = 0, \quad (2.18)$$

откуда
$$p_{1,2} = \frac{-1}{2T_J} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_J^2} - \frac{1}{T_J T_M}}.$$

Анализ решения (2.18) показывает, что при условии $T_M \geq 4T_J$ корни становятся вещественными, в результате переходные процессы протекают монотонно, то есть без перерегулирования. В противном случае получаем комплексные корни, приводящие к колебательному протеканию переходных процессов с перерегулированием.

Решение уравнения ПС (2.17) требует *вычисления переходной матрицы состояния* $e^{At} = F_1 e^{p_1 t} + F_2 e^{p_2 t}$, для чего отыскиваются функции Сильвестра

$$F_1 = \frac{A - p_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}{p_1 - p_2} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix}; \quad F_2 = \frac{A - p_2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}{p_2 - p_1} = \begin{bmatrix} F_{21} & F_{22} \\ F_{23} & F_{24} \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

После подстановки (2.19) в (2.17) получаем возможность рассчитать переходный процесс пуска ДПТ при нулевых начальных условиях $\omega(0)=0$, $m_C=0$, $u_J=\text{const}$:

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \int_0^t \frac{u_{\text{Я}}}{L_{\text{Я}}} (F_{12} e^{p_1(t-\tau)} + F_{22} e^{p_2(t-\tau)}) d\tau = \\ &= \frac{u_{\text{Я}}}{L_{\text{Я}}} \left[F_{12} \frac{1}{p_1} (e^{p_1 t} - 1) + F_{22} \frac{1}{p_2} (e^{p_2 t} - 1) \right]; \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$i_{\text{Я}}(t) = \frac{J}{c_M} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{J u_{\text{Я}}}{c_M L_{\text{Я}}} [F_{12} e^{p_1 t} + F_{22} e^{p_2 t}]. \quad (2.21)$$

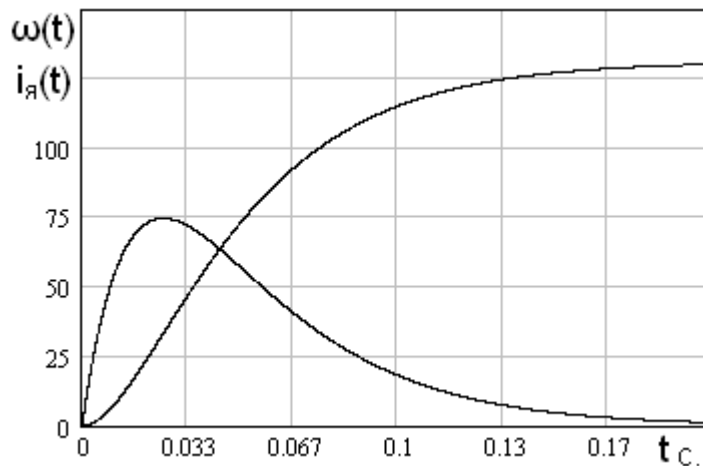


Рис. 2.7. Расчётные кривые скорости $\omega(t)$ и тока $i_{\text{Я}}(t)$ ДПТ в режиме пуска на холостом ходу, полученные при $T_{\text{Я}}=0.025$ с; $T_{\text{М}}=0.15$ с

2.5. Математическое описание асинхронного двигателя при управлении частотой и напряжением статора

Математическое описание асинхронного двигателя (АД) как звена САУ представляет значительные трудности, требуя следующих допущений:

- намагничивающие силы обмоток двигателя распределены синусоидально вдоль окружности воздушного зазора;
- электрические потери в стали статора и ротора отсутствуют;
- обмотки статора и ротора строго симметричны со сдвигом фазных осей на 120° ;

- насыщение магнитной цепи отсутствует.

Конструктивно асинхронный электродвигатель представляет собой систему магнитно-связанных обмоток, расположенных на статоре и роторе. Принятые допущения позволяют записать исходные уравнения для статора и ротора в следующем виде:

$$\begin{aligned} u_{1a} &= i_{1a} R_1 + \frac{d\psi_{1a}}{dt}; & u'_{2a} &= i'_{2a} R'_2 + \frac{d\psi_{2a}}{dt}; \\ u_{1b} &= i_{1b} R_1 + \frac{d\psi_{1b}}{dt}; & u'_{2b} &= i'_{2b} R'_2 + \frac{d\psi_{2b}}{dt}; \\ u_{1c} &= i_{1c} R_1 + \frac{d\psi_{1c}}{dt}; & u'_{2c} &= i'_{2c} R'_2 + \frac{d\psi_{2c}}{dt}; \end{aligned} \quad (2.22)$$

где $u_{1a}, u_{1b}, u_{1c}, u'_{2a}, u'_{2b}, u'_{2c}$ — мгновенные значения фазных напряжений статора и ротора; $i_{1a}, i_{1b}, i_{1c}, i'_{2a}, i'_{2b}, i'_{2c}$ — мгновенные значения фазных токов статора и ротора; $\Psi_{1a}, \Psi_{1b}, \Psi_{1c}, \Psi_{2a}, \Psi_{2b}, \Psi_{2c}$ — полные потокосцепления фазных обмоток; R_1, R_2 — активные сопротивления обмоток статора и ротора.

При вращении двигателя взаимное положение обмоток статора и ротора непрерывно меняется, соответственно изменяется и взаимная индуктивность между ними. С учётом принятых допущений можно считать, что взаимная индуктивность пропорциональна косинусу текущего угла между осями обмоток ротора и статора.

При математическом описании трехфазных асинхронных двигателей удобно оперировать не мгновенными значениями координат, а их *результатирующими векторами*. Если, например, мгновенные значения токов равны i_a, i_b, i_c , то результирующий вектор тока \mathbf{i} определяется уравнением

$$\mathbf{i} = \frac{2}{3} (a^0 i_a + a^1 i_b + a^2 i_c) = \frac{2}{3} (i_a + a i_b + a^2 i_c),$$

где $a^0 = e^{j0} = 1$; $a = e^{j2\pi/3}$; $a^2 = e^{j4\pi/3}$.

Аналогично определяются результирующие векторы напряжения статора

$$\mathbf{u} = \frac{2}{3} (u_a + a u_b + a^2 u_c)$$

и потокосцепления статора

$$\Psi = \frac{2}{3} (\Psi_a + a \Psi_b + a^2 \Psi_c).$$

Для результирующих векторов уравнения АД переписутся

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{i}_1 R_1 + \frac{d\Psi_1}{dt}, \quad (2.23)$$

$$\mathbf{u}'_2 = \mathbf{i}'_2 R'_2 + \frac{d\Psi_2}{dt}. \quad (2.24)$$

При совместном решении уравнения (2.23), (2.24) необходимо привести к единой системе координат. Для исследования переходных процессов применяют ортогональные системы координат, различающиеся угловой скоростью вращения координатных осей. Уравнения асинхронного электродвигателя в системе координат, вращающейся с произвольной скоростью ω_k , имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= \mathbf{i}_1 R_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} + j\omega_k \Psi_1; \\ \mathbf{u}'_2 &= \mathbf{i}'_2 R'_2 + \frac{d\Psi_2}{dt} + j(\omega_k - p_n \omega) \Psi_2, \end{aligned} \quad (2.25)$$

где ω — угловая скорость вращения ротора; p_n — число пар полюсов.

При исследовании процессов, вызванных одновременным изменением частоты и напряжения статора, удобно воспользоваться системой координат, вращающейся с угловой скоростью, равной

скорости электромагнитного поля $\omega_k = \omega_0$ двигателя в двухполюсном исполнении. В этом случае меняющаяся в процессе регулирования частота напряжения статора выразится $\omega_0' = \omega_1 = 2\pi f_1$, где f_1 (Гц) — линейная частота напряжения статора; ω_1 (рад/с.) — угловая частота напряжения статора.

В рассматриваемой координатной системе уравнения (2.25) переписуются

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= \mathbf{i}_1 R_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} + j\omega_k \Psi_1; \\ \mathbf{u}_2' &= \mathbf{i}_2' R_2' + \frac{d\Psi_2}{dt} + js\omega_1 \Psi_2, \end{aligned} \quad (2.26)$$

где s — скольжение электродвигателя:

$$s = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{\omega_0 - p_n \omega}{\omega_0},$$

$\omega_0 = \omega_0' / p_n$ — угловая скорость вращения магнитного поля, или синхронная скорость вращения электродвигателя.

В полученных уравнениях потокосцепления необходимо выразить через токи и индуктивности обмоток

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \mathbf{i}_1 L_1 + \mathbf{i}_2' L_m; \\ \Psi_2 &= \mathbf{i}_1 L_2 + \mathbf{i}_2' L_2, \end{aligned} \quad (2.27)$$

а для определения электромагнитного момента воспользоваться векторным произведением переменных Ψ_1 и \mathbf{i}_1

$$M = \frac{3}{2} p_n (\Psi_1 \times \mathbf{i}_1) \quad (2.28)$$

или векторным произведением переменных Ψ_2 и \mathbf{i}_2'

$$M = -\frac{3}{2} p_n (\Psi_2 \times \mathbf{i}_2'). \quad (2.29)$$

Тогда с учётом (2.27) уравнения (2.28) и (2.29) переписываются

$$M = \frac{3}{2} p_n (\mathbf{i}_1 L_1 + \mathbf{i}_2' L_m) \times \mathbf{i}_1 = \frac{3}{2} p_n L_m (\mathbf{i}_2' \times \mathbf{i}_1); \quad (2.30)$$

$$M = -\frac{3}{2} p_n (\mathbf{i}_1 L_m + \mathbf{i}_2' L_2) \times \mathbf{i}_2' = -\frac{3}{2} p_n L_m (\mathbf{i}_1 \times \mathbf{i}_2'). \quad (2.31)$$

Для полного описания переходных процессов в асинхронном электродвигателе к уравнениям напряжений и моментов следует добавить скалярное уравнение связи электромагнитного момента M и момента статической нагрузки M_c

$$M - M_c = J \frac{d\omega}{dt}.$$

Полученная система уравнений электродвигателя является нелинейной, решаемой численными методами с помощью вычислительных машин. Для задач синтеза САУ более удобными оказываются динамические модели в виде передаточных функций или структурных схем. Такую возможность предоставляет метод аналитической линеаризации уравнений переходного процесса [4]. Согласно данному методу, переходные процессы описываются с помощью приближённых уравнений, составленных для отклонений переменных относительно начальных значений в предшествующем установившемся режиме. Дополнительного упрощения исходных уравнений даёт допущение о равенстве нулю активных сопротивлений статорных обмоток $R_1=0$. Из литературных источников известно, что принятые допущения не ведут к заметному снижению точности анализа, если система асинхронного электропривода работает в ограниченном диапазоне регулирования скорости и момента [5]. Полученные таким образом уравнения модели целесообразно представить в виде проекций на оси комплексной плоскости

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_1 &= u_{1\alpha} + ju_{1\beta}; & \mathbf{u}'_2 &= u'_{2\alpha} + ju'_{2\beta}; \\
\mathbf{i}_1 &= i_{1\alpha} + ji_{1\beta}; & \mathbf{i}'_2 &= i'_{2\alpha} + ji'_{2\beta}; \\
\Psi_1 &= \psi_{1\alpha} + j\psi_{1\beta}; & \Psi_2 &= \psi_{2\alpha} + j\psi_{2\beta}.
\end{aligned}
\tag{2.32}$$

Совместив вектор напряжения статора с действительной осью координатной системы, т. е. $u_{1\beta}=0$, на основании (2.32) получим

$$u_{1\alpha} = \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt} - \omega_1\psi_{1\beta}; \tag{2.33}$$

$$0 = \frac{d\psi_{1\beta}}{dt} + \omega_1\psi_{1\alpha}; \tag{2.34}$$

$$u'_{2\alpha} = i'_{2\alpha}R'_2 + \frac{d\psi_{2\alpha}}{dt} - s\omega_1\psi_{2\beta}; \tag{2.35}$$

$$u'_{2\beta} = i'_{2\beta}R'_2 + \frac{d\psi_{2\beta}}{dt} + s\omega_1\psi_{2\alpha}. \tag{2.36}$$

Выразив электромагнитный момент через ортогональные составляющие векторов тока и потокосцепления

$$M = \frac{3}{2} p_n (\psi_{1\alpha} + j\psi_{1\beta}) \times (i_{1\alpha} + ji_{1\beta})$$

и применив правило произведения векторов, получим абсолютное значение момента:

$$M = \frac{3}{2} p_n (\psi_{1\alpha}i_{1\beta} - \psi_{1\beta}i_{1\alpha}), \tag{2.37}$$

где $\psi_{1\alpha} = i_{1\alpha}L_1 + i'_{2\alpha}L_m$; $\psi_{1\beta} = i_{1\beta}L_1 + i'_{2\beta}L_m$.

Воспользовавшись выражением (2.27), можно получить альтернативное выражение момента

$$M = -\frac{3}{2} p_n (\psi_{2\alpha}i'_{2\beta} - \psi_{2\beta}i'_{2\alpha}), \tag{2.38}$$

где $\psi_{2\alpha} = i_{1\alpha}L_m + i'_{2\alpha}L_2$; $\psi_{2\beta} = i_{1\beta}L_m + i'_{2\beta}L_2$.

Составляющие тока ротора могут быть выражены через составляющие потокосцепления в следующем виде:

$$\begin{aligned} i_{2\alpha}' &= \frac{1}{L_2''} (\psi_{2\alpha}' - k_1 \psi_{1\alpha}'); \\ i_{2\beta}' &= \frac{1}{L_2''} (\psi_{2\beta}' - k_1 \psi_{1\beta}'), \end{aligned} \quad (2.39)$$

где k_1 – коэффициент электромагнитной связи статора;

$$k_1 = L_m / L_1; \quad L_2'' = L_2 - L_2^2 / L_1 \approx L_{1\sigma} + L_{2\sigma}.$$

С учётом (2.38) выражения моментов записываются в форме, удобной для вывода передаточных функций двигателя

$$M = \frac{3}{2} p_n k_1 \psi_1 \times i_2'$$

или

$$M = -\frac{3}{2} p_n k_1 (\psi_{1\alpha}' i_{2\beta}' - \psi_{1\beta}' i_{2\alpha}').$$

При одновременном изменении частоты и напряжения потокосцепление статора остается постоянным, тогда из уравнений (2.35) и (2.36) можно получить

$$\frac{u_{1\alpha}'}{\omega_1} = -\psi_{1\beta}' = const; \quad \psi_{1\alpha}' = 0. \quad (2.40)$$

Для двигателя с короткозамкнутым ротором имеем $u_{2\alpha}' = u_{2\beta}' = 0$. Выразив из уравнений (2.39) переменные $\psi_{2\alpha}'$ и $\psi_{2\beta}'$ и подставив их в уравнения (2.35), (2.36), получим

$$0 = i_{2\alpha}' R_2' + L_2'' \frac{di_{2\alpha}'}{dt} - s \omega_1 L_2'' i_{2\beta}' - k_1 s \omega_1 \psi_{1\beta}'; \quad (2.41)$$

$$0 = i_{2\beta}' R_2' + L_2'' \frac{di_{2\beta}'}{dt} + s \omega_1 L_2'' i_{2\alpha}'; \quad (2.42)$$

$$M = \frac{3}{2} p_n k_1 \Psi_{1\beta} \dot{i}_{2\alpha}. \quad (2.43)$$

Рассматривая переменные величины в приращениях относительно начальных значений $\dot{i}_{2\alpha} = I'_{2\alpha} + \Delta \dot{i}_{2\alpha}$, $\dot{i}_{2\beta} = I'_{2\beta} + \Delta \dot{i}_{2\beta}$, $\omega_1 = \Omega_1 + \Delta \omega_1$, $\omega = \Omega + \Delta \omega$, $s = S + \Delta s$, $M = M_{нач} + \Delta M$, получим из (2.40) – (2.43) уравнения для статического режима, связывающие начальные значения координат:

$$\frac{U_{1\alpha}}{\Omega_1} = -\Psi_{1\beta} = const; \quad (2.44)$$

$$0 = I'_{2\alpha} R'_2 - S \Omega_1 L''_2 I'_{2\beta} - k_1 S \Omega_1 \Psi_{1\beta}; \quad (2.45)$$

$$0 = I'_{2\beta} R'_2 + S \Omega_1 L''_2 I'_{2\alpha}; \quad (2.46)$$

$$M_{нач} = \frac{3}{2} p_n k_1 \Psi_{1\beta} I'_{2\alpha} \quad (2.47)$$

и уравнения для динамического режима, связывающие приращения этих же координат:

$$\Delta \dot{i}_{2\alpha} (T_{эл} p + 1) = \frac{S}{S_{кр}} \Delta \dot{i}_{2\beta} + \left(\frac{I'_{2\beta}}{S_{кр}} + \frac{k_1 \Psi_{1\beta} \Omega_1}{R'_2} \right) \Delta s; \quad (2.48)$$

$$\Delta \dot{i}_{2\beta} (T_{эл} p + 1) = -\frac{S}{S_{кр}} \Delta \dot{i}_{2\alpha} - \frac{I'_{2\alpha}}{S_{кр}} \Delta s;$$

$$\Delta M = \frac{3}{2} p_n k_1 \Psi_{1\beta} \dot{i}_{2\alpha}, \quad (2.49)$$

где $T_{эл} = L''_2 / R'_2$ – электромагнитная постоянная времени электродвигателя;

$$S_{кр} = \frac{R'_2}{L''_2 \Omega_1} \text{ – критическое скольжение.}$$

В итоге на основании уравнений (2.48)–(2.49) можно получить искомую передаточную функцию АД

$$\frac{\Delta M(p)}{\Delta s(p)} = \frac{\frac{3}{2} p_n k_1^2 \frac{U_{1\alpha}^2}{\Omega_1 R_2'} (T_{эл} p + 1) - M_{нач} \frac{S}{S_{кр}^2} (T_{эл} p + 2)}{(T_{эл} p + 1)^2 + \left(\frac{S}{S_{кр}}\right)^2}. \quad (2.50)$$

Выражение $\frac{3}{2} p_n k_1^2 \frac{U_{1\alpha}^2}{\Omega_1 R_2'}$ в первом слагаемом числителя (2.50)

представляет собой значение фиктивного пускового момента $M_{н.ф.}$, определяемое в результате линеаризации рабочей части механической характеристики двигателя. Для принятых значений напряжения статора $U_{1\alpha}$ и угловой частоты напряжения статора Ω_1 имеем:

$$M_{н.ф.} = M_{кр} \frac{2S}{S_{кр}} \Big|_{S=1} = \frac{2M_{кр}}{S_{кр}} = \frac{3}{2} p_n k_1^2 \frac{U_{1\alpha}^2}{\Omega_1 R_2'}, \quad (2.51)$$

где $M_{кр} = \frac{3}{4} p_n k_1^2 \frac{U_{1\alpha}^2 S_{кр}}{\Omega_1 R_2'}$ – критический момент двигателя.

Момент $M_{нач}$ во втором слагаемом числителя (2.50) можно записать с учётом принятых допущений в виде

$$M_{нач} = \frac{2M_{кр}}{S/S_{кр} + S_{кр}/S}. \quad (2.52)$$

Тогда с учётом (2.51) и (2.52) выражение передаточной функции по моменту примет следующий вид:

$$\frac{\Delta M(p)}{\Delta s(p)} = \frac{M_{н.ф.} \left[(T_{эл} p + 1) - \frac{(S/S_{кр})^2}{1 + (S/S_{кр})^2} (T_{эл} p + 2) \right]}{(T_{эл} p + 1)^2 + \left(\frac{S}{S_{кр}}\right)^2}. \quad (2.53)$$

Для рабочей части механической характеристики двигателя можно принять

$$\left(\frac{S}{S_{кр}}\right)^2 \ll 1$$

и тогда передаточную функцию (2.53) правомерно записать в упрощенном виде

$$\frac{\Delta M(p)}{\Delta s(p)} = \frac{M_{н.ф.}}{(T_{эл}p + 1)^2}. \quad (2.54)$$

Представив зависимость скольжения электродвигателя от угловой частоты напряжения статора в приращениях и выполнив линеаризацию при условии, что в рабочей области $s \ll 1$, получим

$$\Delta s = \frac{\Delta \omega_1 - p_n \Delta \omega}{\Omega_1}. \quad (2.55)$$

На основании полученных выражений составим структурную схему асинхронного двигателя, способную отразить влияние частоты на выходные координаты двигателя в условиях постоянства потокосцепления статора. Рассмотрение становится более удобным, если переменные представить в относительных единицах, приняв за базовые значения координаты номинального режима: $M_{н.ф.н.}$, $\Omega_{1н}$, $U_{1ан}$, $\Omega_{0н} = \Omega_{1н}/p_n$,

где $\Omega_{0н}$ – синхронная угловая скорость двигателя. Тогда получим: $(\Delta \omega / \Omega_{0н}) = \Delta \bar{\omega}$, $(\Delta \omega_1 / \Omega_{1н}) = \Delta \bar{\omega}_1$, $(\Delta M / M_{н.ф.н.}) = \Delta \bar{M}$, $(\Delta M_c / M_{н.ф.н.}) = \Delta \bar{M}_c$, $(\Delta u_{1\alpha} / U_{1ан}) = \Delta \bar{u}_{1\alpha}$. В итоге с учётом (2.55) передаточная функция АД (2.53) запишется :

$$\frac{\Delta \bar{M}(p)}{\Delta \bar{\omega}_1(p) - \Delta \bar{\omega}(p)} = \left(\frac{\gamma}{\nu}\right)^2 \frac{(T_{эл}p + 1) - \frac{(S/S_{кр})^2}{1 + (S/S_{кр})^2} (T_{эл}p + 2)}{(T_{эл}p + 1)^2 + (S/S_{кр})^2}, \quad (2.56)$$

где $\gamma = U_{1\alpha} / U_{1ан}$ – относительное напряжение статора; $\nu = \Omega_1 / \Omega_{1н}$ – относительная частота напряжения статора.

В наиболее упрощённой форме записи выражение (2.56) переписывается:

$$\frac{\Delta \bar{M}(p)}{\Delta \bar{\omega}_1(p) - \Delta \bar{\omega}(p)} = \left(\frac{\gamma}{\nu}\right)^2 \frac{1}{T_{эл} p + 1}. \quad (2.57)$$

Соответственно на основании уравнения (2.56) можно получить передаточную функцию по моменту

$$\frac{\Delta \bar{\omega}(p)}{\Delta \bar{M}(p) - \Delta \bar{M}_c(p)} = \frac{1}{T_m p}, \quad (2.58)$$

где $T_m = J\Omega_{0H}/M_{н.ф.н}$ – механическая постоянная времени двигателя.

Построенная на основании выражений связи угловой частоты вращения вала с частотой питания (2.57), (2.58), упрощённая структурная схема линейризованного асинхронного двигателя принимает вид, показанный на рис. 2.8.

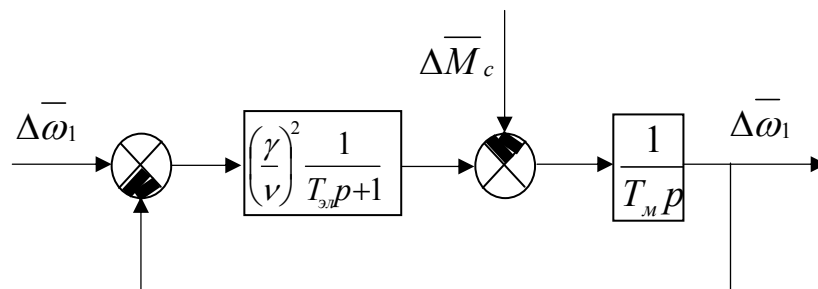


Рис. 2.8. Структурная схема АД в канале регулирования частоты

Используя вышеизложенный подход, получим передаточную функцию АД, связывающую изменение электромагнитного момента ΔM с изменением напряжения статора $\Delta u_{1\alpha}$ при неизменной частоте напряжения статора ($\omega_1 = const$). Этот случай соответствует изменяющемуся потокосцеплению статора. В относительной системе единиц получим

$$\frac{\Delta \bar{M}(p)}{\Delta \bar{u}_{1\alpha}(p)} = \frac{\gamma}{v^2} \frac{S_2(T_{эл}p + 2) + v \left(\frac{1}{\Omega_1}\right)^2 p^2}{(T_{эл}p + 1) \left[\left(\frac{1}{\Omega_1}\right)^2 p^2 + 1 \right]}, \quad (2.59)$$

где S_2 – абсолютное скольжение электродвигателя в рабочей точке, равное отношению угловой частоты ЭДС ротора Ω_2 к номинальному значению угловой частоты напряжения статора Ω_{1H} :

$$S_2 = \frac{\Omega_0 - \Omega}{\Omega_{0H}} = \frac{\Omega_1 - p_n \Omega}{\Omega_{1H}} = \frac{\Omega_2}{\Omega_{1H}} = v S.$$

Структурная схема линейризованного асинхронного электродвигателя при управлении напряжением статора показана на рис. 2.9.

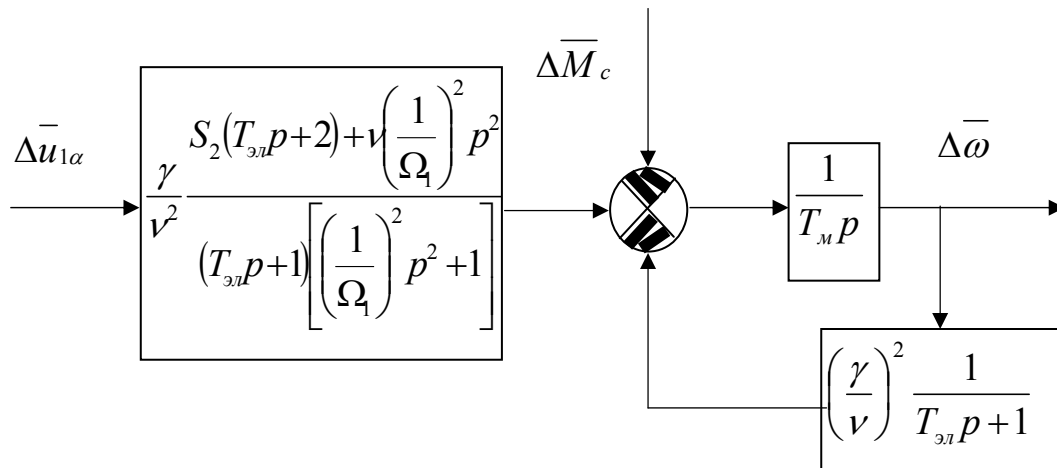


Рис. 2.9. Структурная схема АД в канале регулирования напряжения

3. РЕГУЛЯТОРЫ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Регулятор – управляющее устройство, которое устанавливается в канале ошибки регулирования для придания части системы, ограниченной обратной связью (контур автоматического регулирования), заданных статических и динамических свойств. Регуляторы формируют сигнал ошибки по одному из стандартных математических законов: пропорциональному (П), интегральному (И), дифференциальному (Д), либо по одному из комбинированных законов: пропорционально-интегральному (ПИ), пропорционально-дифференциальному (ПД), пропорционально-дифференциально-интегральному (ПИД). Первые применения регуляторов связаны с именами И. Ползунова и Д. Уатта (1769 г.).

3.1. П-регулятор тока в структуре электропривода постоянного тока

Как показано на рис. 3.1, основными элементами контура тока служат тиристорный преобразователь (ТП), электромагнитная цепь двигателя постоянного тока (ДПТ), ООС по току якоря с коэффициентом передачи K_{OT} и регулятор тока (РТ). Выясним влияние П-регулятора на свойства данного контура, полагая, что ТП является непрерывным безынерционным звеном с коэффициентом передачи $K_{ТП}$, а влиянием внутренней ООС двигателя по противо-ЭДС вращения $E_{\text{я}}$ на ток $i_{\text{я}}$ на первом этапе анализа можно пренебречь ($c_e=0$).

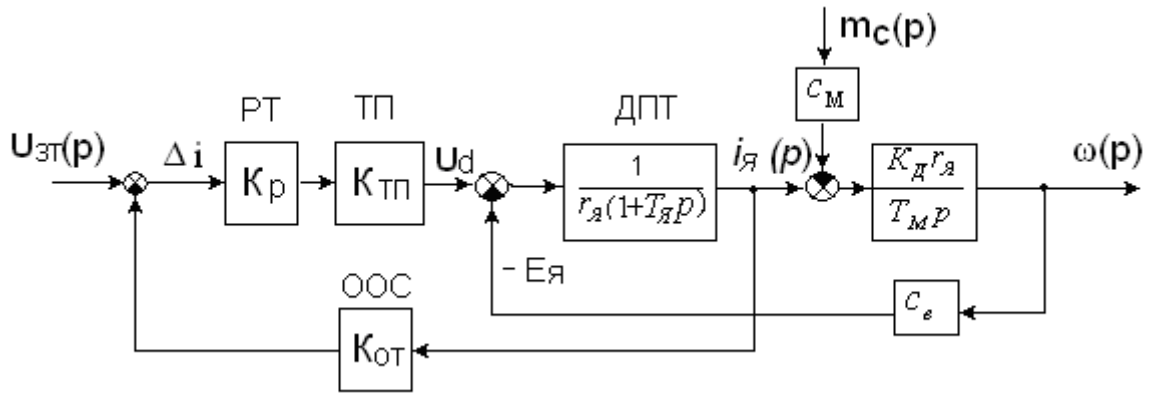


Рис. 3.1. Структурная схема контура тока с П-регулятором

Запишем исходные уравнения контура тока в операторной форме

$$\begin{aligned} \Delta i(p) K_p K_{тп} / r_{я} (1 + T_{я} p) &= I_{я} (p); \\ \Delta i(p) &= U_{зт} (p) - K_{от} I_{я} (p). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Решая (3.1), получаем уравнение связи входной и выходной координат контура тока

$$\begin{aligned} I_{я} (p) (1 + K_p K_{тп} K_{от} / r_{я} (1 + T_{я} p)) &= \\ = U_{зт} (p) K_p K_{тп} / r_{я} (1 + T_{я} p). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Приравнявая коэффициент обратной связи нулю $K_{от}=0$, а коэффициент регулятора единице $K_p=1$, получим с помощью (3.2) передаточную функцию контура тока в разомкнутом состоянии

$$W_{Ippa}(p) = \frac{I_{я}(p)}{U_{зт}(p)} = \frac{K_{тп} / r_{я}}{1 + T_{я} p}. \quad (3.3)$$

Теперь запишем передаточную функцию этого же контура в замкнутом состоянии при $K_{от} \neq 0, K_p > 1$

$$W_{Iзам}(p) = \frac{K_p K_{тп} / r_{я} (1 + K_p K_{тп} K_{от})}{1 + T_{я} / (1 + K_p K_{тп} K_{от} / r_{я}) p}. \quad (3.4)$$

Сравнивая выражения (3.3) и (3.4), видим, что охват контура тока обратной связью с П-регулятором не изменяет порядка диф-

дифференциального уравнения, поэтому как в разомкнутом, так и в замкнутом состояниях контур тока может быть представлен апериодическим звеном 1-го порядка. Однако в последнем случае следует ожидать более быстрого изменения тока в динамике, так как постоянная времени этого звена уменьшается в $(1+W_{IP} \cdot W_{OC})$ раз, в то время как результирующий коэффициент усиления контура при $K_P \gg 1$ остаётся практически неизменным.

Теперь выясним влияние П-регулятора на статическую точность регулирования тока. Для этого перепишем исходные уравнения с учётом противо-ЭДС ($c_e \neq 0$), выполняющей в контуре тока роль возмущающего воздействия

$$\begin{aligned} \Delta i(p) K_P K_{ТП} / r_{Я} (1 + T_{Я} p) - \omega(p) c_e / r_{Я} (1 + T_{Я} p) &= I_{Я}(p); \\ \Delta i(p) &= U_{ЗТ}(p) - K_{ОТ} I_{Я}(p), \end{aligned} \quad (3.5)$$

после чего получим более точное уравнение связи переменных

$$\begin{aligned} I_{Я}(p) &= U_{ЗТ}(p) K_P K_{ТП} / (r_{Я} (1 + T_{Я} p) + K_{ОТ} K_P K_{ТП}) - \\ &- \omega(p) \cdot c_e / (r_{Я} (1 + T_{Я} p) + K_{ОТ} K_P K_{ТП}). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Запишем уравнение ошибки регулирования

$$\Delta i(p) = U_{ЗТ}(p) - I_{Я}(p) K_{ОТ}, \quad (3.7)$$

которое в результате подстановки (3.6) в (3.7) принимает вид

$$\begin{aligned} \Delta i(p) &= U_{ЗТ}(p) \left(1 - \frac{K_{ОТ} K_P K_{ТП} / r_{Я}}{1 + T_{Я} p + K_{ОТ} K_P K_{ТП} / r_{Я}} \right) + \\ &+ \omega(p) \cdot \frac{c_e K_{ОТ} / r_{Я}}{1 + T_{Я} p + K_{ОТ} K_P K_{ТП} / r_{Я}}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Полученное уравнение (3.8) позволяет оценить статическую ошибку регулирования тока в установившемся режиме, для чего достаточно приравнять оператор дифференцирования нулю $p=0$:

$$\Delta i_{уст} = U_{зг} \cdot \frac{1}{1 + K_{от} K_p K_{тп} / r_я} + \omega \cdot \frac{c_e K_{от} / r_я}{1 + K_{от} K_p K_{тп} / r_я}. \quad (3.9)$$

Перепишывая выражение (3.9) в более компактном виде

$$\Delta i_{уст} = \Delta i_{упр} + \Delta i_{возм}, \quad (3.10)$$

где

$$\Delta i_{упр} = U_{зг} \cdot \frac{1}{1 + K_{от} K_p K_{тп} / r_я}; \quad \Delta i_{возм} = \omega \cdot \frac{c_e K_{от} / r_я}{1 + K_{от} K_p K_{тп} / r_я},$$

приходим к выводу, что статическая ошибка регулирования содержит две составляющих, одна из которых ($\Delta i_{упр}$) пропорциональна задающему сигналу $U_{зг}$ и потому называется *ошибкой по управляющему воздействию*, а другая ($\Delta i_{возм}$) пропорциональна противо-ЭДС вращения двигателя $c_e \omega$ и потому называется *ошибкой регулирования тока по возмущающему воздействию*. Повышение статической точности регулирования требует уменьшения обеих составляющих ошибки. Из выражения (3.10) следует, что средством решения этой задачи может служить увеличение коэффициента усиления П-регулятора $K_p > 1$.

В связи с наличием статической ошибки, системы с П-регулятором получили название *статических* систем автоматического регулирования.

3.2. И-регулятор в астатической системе регулирования тока

Полного устранения статической ошибки можно добиться в так называемых *астатических* системах с интегральным И-регулятором.

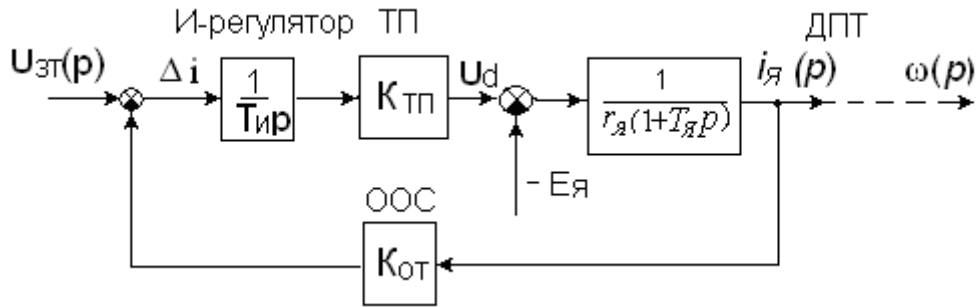


Рис. 3.2. Структурная схема контура тока с И-регулятором

Убедимся, что установка И-регулятора придаёт контуру тока в установившемся режиме (при $p=0$) свойство астатизма 1-го порядка. Для этого запишем исходные уравнения контура

$$\begin{aligned} \Delta i(p) \cdot K_{ТП} / r_я T_{И} p (1 + T_{Я} p) - \omega(p) c_e / r_я (1 + T_{Я} p) &= I_я(p); \\ \Delta i(p) &= U_{зт}(p) - K_{ОТ} I_я(p). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Подстановкой одного уравнения в другое получаем уравнение связи координат

$$\begin{aligned} I_я(p) &= U_{зт}(p) K_{ТП} / (r_я T_{И} p (1 + T_{Я} p) + K_{ОТ} K_{ТП}) - \\ &- E_я(p) T_{И} p / (r_я T_{И} p (1 + T_{Я} p) + K_{ОТ} K_{ТП}), \end{aligned} \quad (3.12)$$

которое аналогично уравнениям (3.7)÷(3.10) можно использовать для получения сигнала ошибки:

$$\begin{aligned} \Delta i(p) &= U_{зт}(p) - I_я(p) K_{ОТ} = \\ &= \Delta i_{УПР}(p) + \Delta i_{ВОЗМ}(p), \end{aligned}$$

$$\text{где } \Delta i_{УПР}(p) = U_{зт}(p) \left(1 - \frac{K_{ОТ} K_{ТП}}{(1 + T_{Я} p) T_{И} p \cdot r_я + K_{ОТ} K_{ТП}} \right) \quad (3.13)$$

– операторное изображение ошибки по управлению;

$$\Delta i_{ВОЗМ}(p) = E_я(p) \cdot \frac{K_{ОТ} T_{И} p / r_я}{(1 + T_{Я} p) T_{И} p \cdot r_я + K_{ОТ} K_{ТП}} \quad (3.14)$$

– операторное изображение ошибки по возмущению.

Приравнивая в выражениях (3.13),(3.14) оператор дифференцирования нулю $p = d/dt = 0$, приходим к выводу, что в установившемся режиме работы контура тока обе составляющие ошибки равны нулю $\Delta i_{УПР} = \Delta i_{ВОЗМ} = 0$. Физическое объяснение данного свойства астатических систем вытекает из способности интегрирующего звена (И-регулятора) накапливать входной сигнал ошибки при $\Delta I \neq 0$ и запоминать его значение на своём выходе после того, как благодаря увеличению сигнала обратной связи ошибка исчезнет $\Delta i = 0$. В практике регулируемых электроприводов свойство астатизма используется для расширения диапазона регулирования вплоть до значений $D=1:1000$ и более [1].

3.3. Свойства пропорционально-интегрального (ПИ) регулятора

Пропорционально-интегральный регулятор осуществляет комбинированный закон регулирования, благодаря чему контур тока (скорости) сочетает начальное быстроедействие П-регулирования, со свойством И-регулирования превращать контур в астатическую систему, работающую без статической ошибки. Ниже будет показано ещё одно важное свойство ПИ-регулятора, позволяющее компенсировать влияние инерционных звеньев на быстроедействие системы. Получим передаточную функцию ПИ-регулятора в аналоговом исполнении на рис. 3.3

$$W_P(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{-I_{oc}(pp)Z_c}{I_{\text{вх}}(p)Z_{\text{вх}}}$$

Допущение $I_{oc} = I_{\text{вх}}$ позволяет представить передаточную функцию в первой форме записи

$$W_P(p) = -\frac{Z_{oc}}{Z_{ex}} = -(K_P + \frac{1}{T_{II}p}), \quad (3.15)$$

где $K_P=R_2/R_1$ – коэффициент усиления регулятора на нулевой частоте входного сигнала; $T_{II}=CR_1$ – постоянная интегрирования.

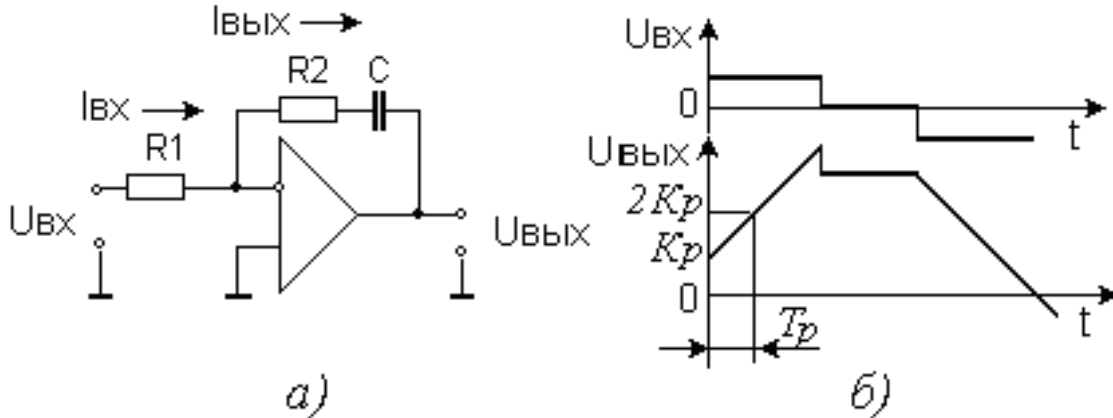


Рис. 3.3. Схема ПИ-регулятора в аналоговом исполнении (а) и график переходных характеристик (б)

Вынося в выражении (3.15) коэффициент усиления за скобки, получаем более удобную вторую форму записи передаточной функции

$$W_P(p) = -K_P(1 + \frac{1}{T_{II}K_P p}) = -K_P \frac{1 + T_P p}{T_P p}, \quad (3.16)$$

где $T_P=CR_2$ – постоянная времени регулятора.

Проведём анализ динамических свойств регулятора. Подавая на вход единичное воздействие $U_{ex}(t) = \pm 1$, запишем модульное выражение переходной характеристики

$$h(t) = K_P \cdot 1(t) + \frac{1}{T_{II}} \int_0^t 1(t) dt = U_{BX} K_P \cdot (1 + \frac{t}{T_P}). \quad (3.17)$$

Из выражения (3.17) видно, что переходный процесс характеризуется начальным (при $t=0$) скачком выходной координаты величиной $h(0)=K_P \cdot U_{вх}$ и последующим при $t>0$ накоплением входно-

го сигнала по закону линейной функции $U_{BX}K_P t/T_P$. Из графика на рис. 3.3, б видно, что в результате накапливания значение выходной координаты на интервале $t=T_P$ удваивается $h(T_P)=2K_P$, в связи с чем постоянная времени регулятора T_P получила название *времени удвоения*.

Переходя к анализу частотных характеристик регулятора, осуществим в (3.15) замену оператора p на комплексную частоту входного сигнала $p=j\omega$. В результате получим модуль комплексного коэффициента усиления (ККУ) ПИ-регулятора

$$W_p(\omega) = \frac{\sqrt{(K_P T_H \omega)^2 + 1}}{T_H \omega}. \quad (3.18)$$

С целью упрощения анализа зависимость ККУ от частоты подвергается кусочно-линейной аппроксимации:

$$W_p(\omega) \approx \begin{cases} 1/T_H \omega & \text{при } \omega \leq 1/T_P; \\ T_P/T_H & \text{при } \omega \geq 1/T_P. \end{cases} \quad (3.19)$$

На плоскости логарифмических характеристик выражениям (3.19) соответствуют *асимптотические* ЛАЧХ:

$$\begin{aligned} L(\omega) &= 20 \lg(1/T_H \omega) = \\ &= 20 \lg(1/T_H) - 20 \lg(\omega) & \text{при } \omega \leq 1/T_P; \\ L(\omega) &= 20 \lg(K_P) & \text{при } \omega \geq 1/T_P. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Фазо-частотная характеристика (ФЧХ) ПИ-регулятора во всём диапазоне частот определяется по формуле

$$f(\omega) = \text{arctg}(-1/\omega T_P). \quad (3.21)$$

В качестве примера на рис. 3.4 приведены полученные с помощью зависимостей (3.20),(3.21) кривые ЛАЧХ и ФЧХ. Графики позволяют выяснить влияние частоты входного сигнала на коэффи-

циент усиления и фазу выходного сигнала ПИ-регулятора. Кривая ЛАЧХ показывает, что в области низких частот $\omega < 1/T_P$ коэффициент усиления регулятора с ростом ω понижается с той же интенсивностью -20 дБ/дек., как это происходит в интегрирующем или апериодическом звеньях. Отличие состоит в происходящем уменьшении фазовых сдвигов $f(\omega) \rightarrow 0$, в результате чего в области высоких частот при $\omega < 1/T_P$ ПИ-регулятор приобретает свойство безынерционности.

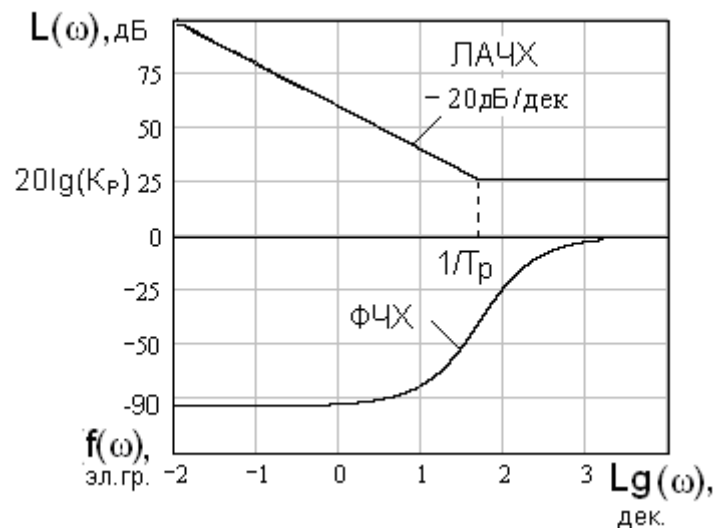


Рис. 3.4. Логарифмические амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики ПИ-регулятора с параметрами:
 $K_p=20; T_I=0.001$ с ; $T_P=0.02$ с

3.4. Применение ПИ-регулятора для придания системе стандартных динамических свойств

При разработке систем автоматизированного электропривода важное значение отводится этапу *динамического синтеза*. Зачастую наиболее предпочтительными оказываются методы *стандартных* настроек регуляторов, обеспечивающие независимость динамических свойств электропривода от параметров исполнительного электродвигателя и механизма. К таким методам следу-

ет отнести настройку контура тока на *технический оптимум* (ТО) [8].

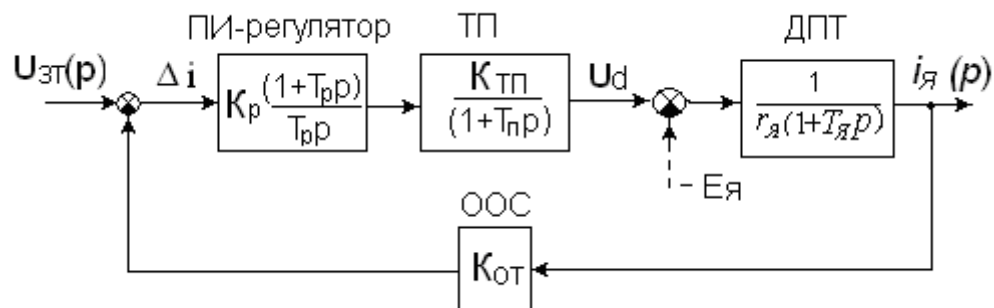


Рис. 3.5. Структурная схема контура тока с ПИ-регулятором

Настройка ПИ-регулятора на технический оптимум решает две задачи:

- получение высокого быстродействия с заданным временем переходного процесса;
- получение приемлемого для большинства технических объектов качества переходного процесса с малой колебательностью и неизменной величиной перерегулирования.

Определим оптимальные параметры регулятора в предположении, что влиянием противо-ЭДС вращения двигателя на форму тока в переходном процессе можно пренебречь, а тиристорный преобразователь (ТП) можно представить апериодическим звеном 1-го порядка с постоянной времени, равной половине периода пульсаций выпрямленного напряжения $T_{TP} = \pi / m\omega_C$ (см. рис.3.5).

Покажем, что решения поставленных задач можно добиться, уменьшив инерционность контура тока, устранив для этого влияние наибольшей постоянной времени контура – электромагнитной постоянной двигателя $T_{я}$. Для выяснения этой возможности запишем передаточную функцию разомкнутого контура тока

$$W_{I_{раз}}(p) = \frac{K_P(1+T_P p)K_{ТП}K_{ОТ}}{T_P p r_{Я}(1+T_{П})(1+T_{Я} p)}. \quad (3.22)$$

Из выражения (3.22) видно, что решением первой задачи может служить *приравнивание* постоянной времени регулятора к электромагнитной постоянной якоря $T_P=T_{Я}$. Результатом сокращения указанных постоянных служит исчезновение $T_{Я}$ из передаточной функции контура тока (3.22), соответственно влияние этого параметра на быстродействие привода устраняется. Физическое объяснение данного явления вытекает из способности ПИ-регулятора *форсировать* начальный этап переходного процесса (см. рис.3.3,б). В процессе решения второй задачи придадим замкнутому контуру тока свойства колебательного звена 2-го порядка. Для этого необходимо, чтобы передаточная функция разомкнутого контура (3.22) после компенсации $T_{Я}$ приняла следующий вид:

$$W_{I_{раз}}(p) = \frac{K_P K_{ТП} K_{ОТ}}{T_P p r_{Я} (1+T_{П})} = \frac{1}{p T_{\mu T} (1+T_{П} p)}, \quad (3.23)$$

откуда получаем второе условие настройки на ТО, требующее, чтобы расчёт коэффициента усиления ПИ-регулятора осуществлялся по формуле

$$K_P = \frac{r_{Я} T_P}{K_{ТП} K_{ОТ} T_{\mu T}}, \quad (3.24)$$

где $T_{\mu T}$ – не скомпенсированная постоянная времени контура тока.

При этом условии передаточная функция замкнутого контура тока с единичной обратной связью принимает вид

$$W_{изам}(p) = \frac{W_{раз}(p)}{1+W_{раз}(p)} = \frac{1}{T_{ТП} T_{\mu T} p^2 + T_{\mu T} p + 1}. \quad (3.25)$$

Записывая передаточную функцию колебательного звена 2-го порядка в стандартном виде

$$W_{изам}(p) = \frac{1}{T_{ТП} T_{\mu T} p^2 + T_{\mu T} p + 1} = \frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}, \quad (3.26)$$

выразим эквивалентную постоянную времени этого звена

$$T = \sqrt{T_{ТП} \cdot T_{\mu T}} \quad \text{и коэффициент демпфирования колебаний}$$

$$\xi = T_{\mu T} / 2\sqrt{T_{ТП} T_{\mu T}} \quad \text{через параметры } T_{ТП} \text{ и } T_{\mu T}. \text{ Наиболее прием-}$$

лемым значением коэффициента демпфирования принято считать

$$\xi = 1/\sqrt{2}, \quad \text{для чего не скомпенсированную постоянную времени}$$

контура тока в выражении (3.24) следует принять

$$T_{\mu T} = 2T_{ТП} = 2\pi / m\omega_C.$$

Для оценки результата оптимизации рассчитаем кривую переходной характеристики контура тока. Как отмечалось выше, для этого необходимо осуществить *переход* от операторного изображения переходной характеристики к оригиналу

$$i(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W_{изам}(p)}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)} \right\}. \quad (3.27)$$

Необходимая для вычисления (3.27) операция обратного преобразования Лапласа легко осуществляется с помощью символьных функций программы MathCad, в результате получаем:

$$i^*_{я}(t) = 1 + T \frac{\exp(-\xi t/T)}{(\xi - 1)(\xi + 1)} \cdot \frac{(1 - \xi^2)^{0.5}}{T} \cdot \xi \sin\left(\left(\frac{(1 - \xi)(1 + \xi)}{T^2}\right)^{0.5} \cdot t\right) + \frac{\exp(-\xi t/T)}{(\xi - 1)(\xi + 1)} \cdot \cos\left(\left(\frac{(1 - \xi)(1 + \xi)}{T^2}\right)^{0.5} \cdot t\right) (1 - \xi^2). \quad (3.28)$$

Пример расчёта тока с помощью (3.28) приводится ниже. Кривая рис.3.6 позволяет сделать вывод о том, что компенсация $T_{я}$

способна придать кривой тока *стандартный*, не зависящий от параметров двигателя вид со следующими показателями переходного процесса: *время первого достижения выходной координатой установившегося значения составляет $t_{п.д}=4.7T_{ТП}$* , а параметр колебательности (*перерегулирование*) остаётся во всех случаях равным $\sigma = 4.3\%$.

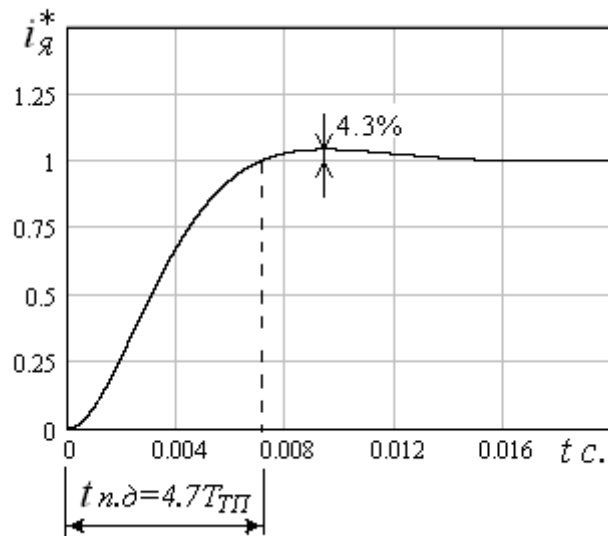


Рис. 3.6. Кривая стандартного переходного процесса тока при настройке на ТО, полученная при $T_{ТП}=1.5$ мс

4. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Устойчивость – важнейшее условие работоспособности САУ, под которой понимается способность системы возвращаться к установившейся работе или придти в новое установившееся состояние после исчезновения внешнего воздействия и окончания переходного процесса. Понятие устойчивости распространяется не только на электрические, но и механические устройства и системы. Механической моделью устойчивой (неустойчивой) системы может служить шарик, лежащий на поверхности той или иной формы (см. рис. 4.1).

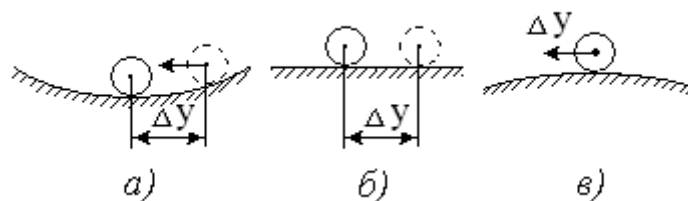


Рис. 4.1. Возможные варианты (не)устойчивости: *a* – асимптотическая устойчивость при $\Delta y \rightarrow 0$; *б* – нейтральная устойчивость при $\Delta y = \text{const}$; *в* – неустойчивость при $\Delta y \rightarrow \infty$, где Δy – отклонение выходной координаты

Рассмотрим дифференциальное уравнение одномерной системы автоматического управления n -го порядка

$$b_n \frac{d^n y}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + b_1 \frac{dy}{dt} + b_0 = a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0, \quad (4.1)$$

у которого левая часть описывает изменения выходной координаты $y(t)$, а правая часть – изменения входного воздействия $x(t)$. Общее решение уравнения (4.1), как известно, складывается из свободной и вынужденной составляющих $y(t) = y_{\text{своб}}(t) + y_{\text{вын}}(t)$. Характер поведения системы в переходном процессе определяется свободной составляющей

$$y_{\text{своб}}(t) = c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t} + \dots c_n e^{p_n t}, \quad (4.2)$$

а последнее зависит от знака корней характеристического уравнения, под которым понимается знаменатель передаточной функции

$$b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots b_1 p + b_0 = 0. \quad (4.3)$$

Согласно теореме А.М. Ляпунова (1901 г.), необходимым и достаточным условием асимптотической устойчивости линейных САУ служат *отрицательные корни* характеристического уравнения. При наличии отрицательных корней $p_k < 0$, $k=1, \dots, n$ экспоненциальные слагаемые решения (4.2) со временем $t \rightarrow \infty$ уменьшаются, что свидетельствует об устойчивости объекта. Таким образом, проблема устойчивости сводится к рассмотрению лишь одной *левой* части дифференциального уравнения (4.2). Это означает, что устойчивость не зависит от вида внешнего воздействия, а определяется исключительно внутренними свойствами системы.

Известно, что корни многочленов 1-го и 2-го порядков при наличии положительных коэффициентов всегда отрицательны. Следовательно, проблема устойчивости существует лишь в системах 3-го и более высокого порядков. Существование нулевых или чисто мнимых корней отнесено Ляпуновым к *особым случаям*, когда окончательное суждение об устойчивости требует дополнительных сведений, учитывающих влияние нелинейных звеньев. Превращение устойчивой системы в неустойчивую может произойти в результате повышения коэффициента усиления или порядка дифференциального уравнения. Во всех случаях это сопровождается переходом хотя бы одного вещественного или пары комплексно-сопряжённых корней из левой в правую половину комплексной плоскости. Появление нулевого или чисто мнимых корней означает, что САУ нахо-

дится на границе устойчивости. Дополнительная особенность нулевого корня $p_k=0$ состоит в отсутствии в уравнении (4.2) свободного члена $b_0=0$, при этом исходное дифференциальное уравнение (4.1) принимает вид:

$$(b_n p^{n-1} + b_{n-1} p^{n-2} + \dots + b_1) p \cdot y(p) = A_n(p) \cdot x(p), \quad (4.4)$$

где $p = d/dt$.

Из уравнения (4.4) видно, что теперь отрицательные корни будут приводить к устойчивости системы, выходной координатой которой служит не переменная $y(p)$, а её производная $p \cdot y(p)$, следовательно, по отношению к координате $y(t)$ система приобретает *нейтральный* тип устойчивости (см. рис. 4.1). В свою очередь появление отрицательного корня большой абсолютной величины $|p_k| \rightarrow \infty$ будет свидетельствовать о понижении порядка характеристического уравнения, то есть о *повышении степени устойчивости*, так как соответствующее слагаемое в составе (4.2) будет устремлено к нулю $e^{-\infty \cdot t} \rightarrow 0$.

4.1. Алгебраический критерий устойчивости Гурвица

Вычисление корней алгебраических уравнений высокого порядка $n \geq 3$ аналитическими методами затруднительно. Для упрощения анализа разработаны специальные *критерии*, позволяющие судить об устойчивости без необходимости вычисления корней характеристического уравнения.

Пусть дано характеристическое уравнение замкнутой САУ n -го порядка $b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_1 p + b_0 = 0$. Как показано Гурвицем

(1895 г.), для выяснения устойчивости этой системы необходимо составить определитель порядка (n x n) следующего вида:

$$\begin{vmatrix} b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ b_n & b_{n-2} & b_{n-4} & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{n-1} & b_{n-3} & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_n & b_{n-2} & \cdot & 0 & b_0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{n-1} & \cdot & b_3 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & b_n & \cdot & b_4 & b_2 & b_0 \end{vmatrix}. \quad (4.5)$$

Условие устойчивости состоит в том, чтобы при $b_n=0$ все главные диагональные миноры этого определителя были положительны [1]. В качестве иллюстрации критерия рассмотрим несколько случаев, отличающихся порядком характеристического уравнения.

Пусть $n=1$, тогда характеристическое уравнение запишется $b_1 p + b_0 = 0$, а необходимым условием устойчивости будет положительность коэффициентов этого уравнения:

$$b_1 > 0; \Delta_1 = b_0 > 0.$$

Пусть $n=2$, тогда имеем $b_2 p^2 + b_1 p + b_0 = 0$, а условием будет так же положительность коэффициентов дифференциального уравнения:

$$b_2 > 0; \Delta_1 = b_1 > 0; \Delta_2 = \begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ b_2 & b_0 \end{vmatrix} = b_1 b_0 > 0; b_0 > 0.$$

Пусть $n=3$, тогда имеем $b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0 = 0$. В этом случае условием устойчивости будут соотношения:

$$b_3 > 0; \Delta_1 = b_2 > 0; \Delta_2 = \begin{vmatrix} b_2 & b_0 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} = b_2 b_1 - b_0 b_3 > 0; \Delta_3 = \begin{vmatrix} b_2 & b_0 & 0 \\ b_3 & b_1 & 0 \\ 0 & b_2 & b_0 \end{vmatrix} = b_0 \Delta_2 > 0.$$

Пусть $n=4$, тогда имеем $b_4p^4 + b_3p^3 + b_2p^2 + b_1p + b_0 = 0$. Условия устойчивости запишутся:

$$b_4 > 0; \Delta_1 = b_3 > 0; \Delta_2 = \begin{vmatrix} b_3 & b_1 \\ b_4 & b_2 \end{vmatrix} = b_3b_2 - b_4b_1 > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} b_3 & b_1 & 0 \\ b_4 & b_2 & b_0 \\ 0 & b_3 & b_1 \end{vmatrix} = b_1\Delta_2 - b_3^2b_0 > 0; \quad \Delta_4 = b_0\Delta > 0 \text{ и т.д.}$$

Пример. Определим с помощью критерия Гурвица критический коэффициент усиления П-регулятора на границе устойчивости в одноконтурной системе электропривода (см. рис. 4.2).

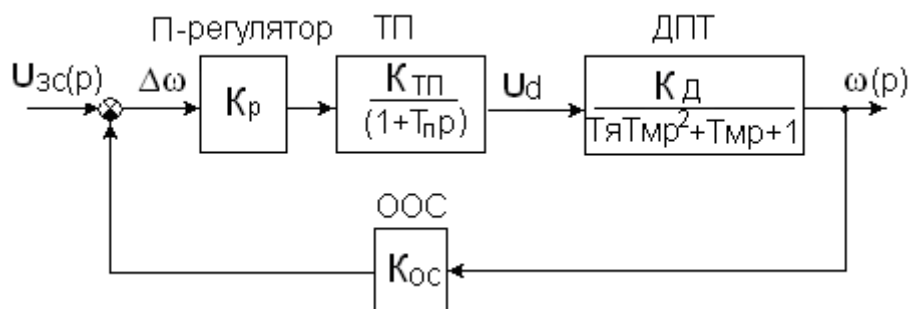


Рис. 4.2. Структурная схема электропривода «ТП-ДПТ»:

$K_{TP}=5.25$; $K_d=1.2$ (1/В·с); $K_{OC}=1$ (В·с); $T_p=0.3$ с; $T_{я}=0.08$ с; $T_M=0.45$ с

Запишем передаточную функцию данной системы в разомкнутом состоянии, предварительно приведённом к виду с единичной

обратной связью $W_{раз}(p) = \frac{K}{D(p)}$, где $K=K_pK_{TP}K_dK_{OC}$;

$$D(p) = (1 + T_{np})(T_{я}T_Mp^2 + T_Mp + 1),$$

после чего получим характеристическое уравнение данной системы в замкнутом состоянии

$$B(p) = K + D(p) = b_3p^3 + b_2p^2 + b_1p + b_0, \quad (4.6)$$

где $b_3 = T_{\text{ПП}}T_{\text{Я}}T_{\text{М}} = 0.011$; $b_2 = T_{\text{Я}}T_{\text{М}} + T_{\text{ПП}}T_{\text{М}} = 0.171$;

$$b_1 = T_{\text{ПП}} + T_{\text{М}} = 0.75; \quad b_0 = 1 + K_{\text{Р}}K_{\text{ПП}}K_{\text{Д}}K_{\text{ОС}}.$$

Записывая условие устойчивости для характеристического уравнения $n=3$ -го порядка $b_2b_1 - b_3b_0 > 0$, получим критическое значение одного из коэффициентов характеристического уравнения

$$b_{0\text{кр}} = 1 + K_{\text{Ркр}}K_{\text{ПП}}K_{\text{Д}}K_{\text{ОС}} = \frac{b_1b_2}{b_3} = 11.66, \quad (4.7)$$

а затем критическое значение коэффициента усиления регулятора

$$K_{\text{Ркр}} = \left(\frac{b_1b_2}{b_3} - 1 \right) / K_{\text{ПП}}K_{\text{Д}}K_{\text{ОС}} = 1.7.$$

4.2. Частотный критерий Михайлова

Критерий А.В. Михайлова (1936 г.) позволяет судить об устойчивости замкнутой САУ любого порядка по виду *характеристического годографа*. Данный годограф изображается на комплексной плоскости в результате замены в характеристическом уравнении замкнутой системы оператора «р» на комплексную частоту входного сигнала $p=j\omega$. Утверждается, что характеристическое уравнение не будет иметь положительных корней, если при изменении частоты $\omega=0 \div \infty$ характеристический годограф, начав свой движение с положительной полуоси, последовательно пересечёт против часовой стрелки n квадрантов комплексной плоскости, нигде не обращаясь в нуль.

Убедимся в правильности критерия, применив правило разложения характеристического уравнения (многочлена 4.6) на сомножители:

$$\begin{aligned}
 B(p) &= b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_1 p + b_0 = \\
 &= b_n \cdot (p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n).
 \end{aligned}
 \tag{4.8}$$

После подстановки в (4.8) $p=j\omega$ получим выражение характеристического многочлена в виде произведения комплексных чисел

$$\begin{aligned}
 B(j\omega) &= b_n \cdot (j\omega - p_1)(j\omega - p_2) \dots (j\omega - p_n) = \\
 &= b_n \cdot B_1(\omega) e^{j\varphi_1(\omega)} \cdot B_2(\omega) e^{j\varphi_2(\omega)} \cdot \dots \cdot B_n(\omega) e^{j\varphi_n(\omega)},
 \end{aligned}
 \tag{4.9}$$

свернув которое, перейдём к векторной форме записи

$$B(j\omega) = \prod_{k=1}^n b_n \cdot B_k(\omega) e^{j \sum \varphi_k(\omega)},
 \tag{4.10}$$

где $B_k(\omega) = \sqrt{\omega^2 + p_k^2}$; $\varphi_k(\omega) = \text{arctg}(\omega / p_k)$.

А.В. Михайлов показал, что для выяснения отрицательности корней p_1, p_2, \dots, p_n достаточно знать поведение *аргумента* характеристического вектора

$$\varphi(\omega) = \sum_{k=1}^n \varphi_k(\omega)$$

в процессе изменения частоты $\omega=0 \div \infty$. При этом возможен случай вещественно-отрицательных корней.

Представим k -й корень в виде точки на левой вещественной полуоси комплексной плоскости (см. рис. 4.3(a)). В выражении (4.10) этому корню соответствует сомножитель вида $B_k(\omega) = (j\omega - p_k)$. На комплексной плоскости рис. 4.3(a) данный сомножитель представлен изображающим вектором $\overline{B}_k(\omega)$, повернутым относительно вещественной полуоси на угол $\varphi_k(\omega) = \text{arctg}(\omega/p_k)$. Видно, что увеличение частоты $\omega \rightarrow \infty$ будет приводить к повороту изображающего вектора против часовой стрелки, в результате предельное значение данного угла оказывается равным $\varphi_k(\omega) \rightarrow \pi/2$. При наличии n кор-

ней результирующее значение углового аргумента (4.10) при увеличении частоты $\omega \rightarrow \infty$ будет стремиться к величине

$$\varphi(\omega) = \sum_{k=1}^n \varphi_k(\omega) \rightarrow n\pi/2.$$

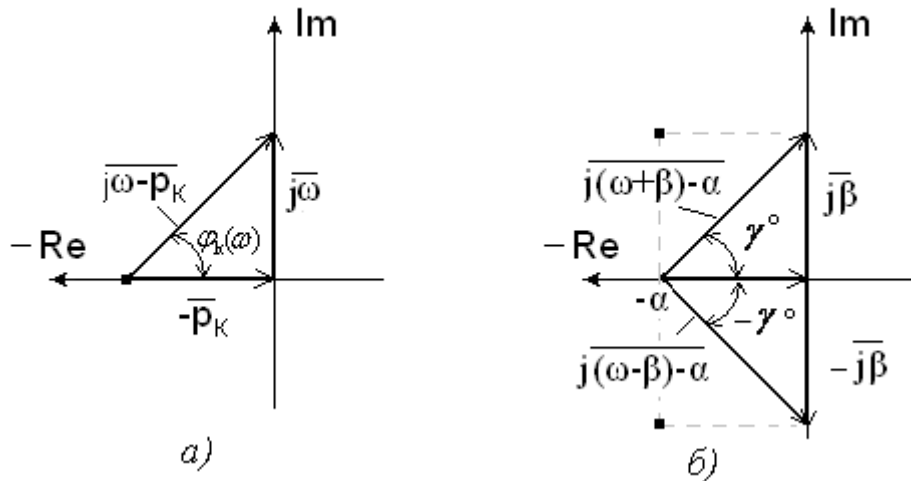


Рис. 4.3. Изображающий вектор k -го корня на комплексной плоскости для случая: a – корень вещественный; b – корни комплексно-сопряжённые

Расположение изображающих векторов в случае комплексно-сопряжённых корней $p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$ показано на рис.4.3(б). Видно, что при $\omega=0$ положение данных векторов характеризуется начальным углом $\gamma^\circ(\omega) = \arctg(\beta/\alpha)$, в то время как при $\omega \rightarrow \infty$ результирующий угол поворота указанной пары векторов также будет устремляться к значению $\varphi_k(\omega) \rightarrow \pi/2$.

В качестве иллюстрации на рис. 4.4 приведён характеристический годограф рассмотренной выше системы 3-го порядка. Расчёт годографа осуществлён по уравнению (4.6) для двух значений коэффициента усиления регулятора. Кривая с *критическим* значением регулятора $K_{Ркр}=1.7$ выделена пунктирной линией. Подтверждается сделанный ранее вывод о том, что характеристический годо-

граф системы, находящейся на границе устойчивости проходит через начало координат комплексной плоскости. Уменьшение коэффициента усиления регулятора $K_p < 1.7$ возвращает систему в устойчивое состояние. Годограф устойчивой системы показан на рис.4.4 сплошной линией. Выполняется условие критерия Михайлова, согласно которому поворот вектора $\bar{B}(\omega)$ устойчивой системы при $\omega \rightarrow \infty$ происходит против часовой стрелки, в результате которого характеристический годограф, не нарушая порядка, последовательно переходит из 1-го во 2-й, а затем в $n=3$ -й квадрант комплексной плоскости.

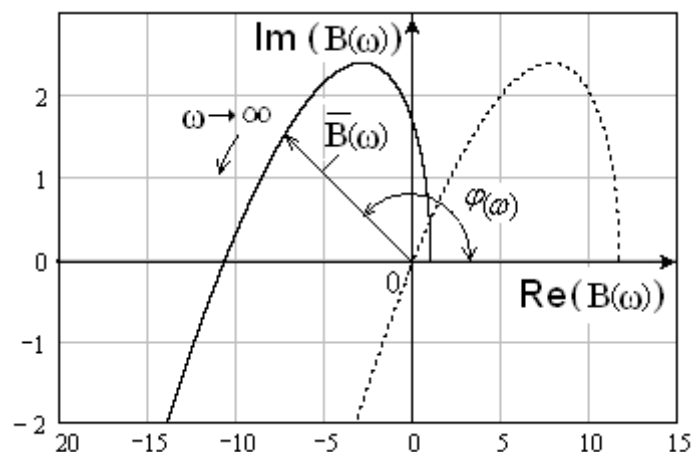


Рис. 4.4. Характеристический годограф системы $n=3$ -го порядка в случае устойчивости (сплошная кривая) и в случае работы на границе устойчивости (пунктирная кривая)

4.3. Частотный критерий Найквиста

Критерий Найквиста (1932 г.) позволяет судить об устойчивости замкнутой САУ по виду амплитудно-фазовой характеристики (АФХ) этой же системы в разомкнутом состоянии. Запишем выражение АФХ системы с единичной обратной связью в разомкнутом состоянии в виде некоторой дробно-рациональной функции

$$W_{раз}(\omega) = \frac{K(\omega)}{D(\omega)}. \quad (4.11)$$

Тогда выражение характеристического годографа этой же системы в замкнутом состоянии принимает вид

$$B(\omega) = K(\omega) + D(\omega). \quad (4.12)$$

Как отмечалось выше, прохождение годографа через начало координат комплексной плоскости свидетельствует о границе устойчивости, следовательно, для некоторой *критической* частоты $\omega = \omega_{кр}$ выражение (4.12) переписывается

$$B(\omega_{кр}) = K(\omega_{кр}) + D(\omega_{кр}) = 0, \quad (4.13)$$

откуда $K(\omega_{кр}) = -D(\omega_{кр})$. Данное соотношение говорит о том, что на границе устойчивости АФХ системы в разомкнутом состоянии при $\omega = \omega_{кр}$ принимает значение

$$W_{раз}(\omega_{кр}) = \frac{K(\omega_{кр})}{D(\omega_{кр})} = -1. \quad (4.14)$$

Иными словами, если САУ в замкнутом состоянии с единичной ООС находится на так называемой *колебательной границе* устойчивости, связанной с наличием чисто мнимых корней ($p_k = \pm j\omega$), то АФХ этой же системы в разомкнутом состоянии проходит через *критическую точку* с координатами $[-1; j0]$ (см. рис.4.5).

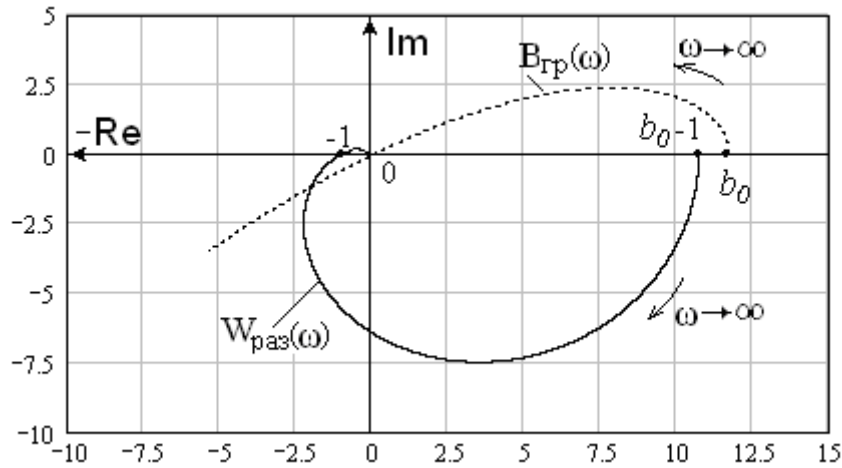


Рис. 4.5. Кривые АФХ в разомкнутом состоянии $W_{\text{раз}}(\omega)$ (сплошная линия) и характеристического годографа $B_{\text{гр}}(\omega)$ в замкнутом состоянии (пунктирная линия) на границе устойчивости

В этой связи одно из утверждений критерия Найквиста состоит в том, что если САУ устойчива в разомкнутом состоянии, то для сохранения устойчивости в замкнутом состоянии с единичной ООС необходимо и достаточно, чтобы АФХ разомкнутой САУ не охватывала критической точки $[-1; j0]$.

В общем случае расположение АФХ на комплексной плоскости характеризуется понятиями *критической частоты*, при которой фаза изображающего вектора принимает значение $\varphi(\omega_{кр}) = -180$ эл. град. и *частоты среза*, при которой контурный коэффициент усиления системы равняется единице $K(\omega_{ср}) = 1$, соответственно $\log(K(\omega_{ср})) = 0$. Исходя из критерия Найквиста суждение об устойчивости или неустойчивости системы может быть сведено к выяснению соотношения между величинами $\omega_{кр}$ и $\omega_{ср}$.

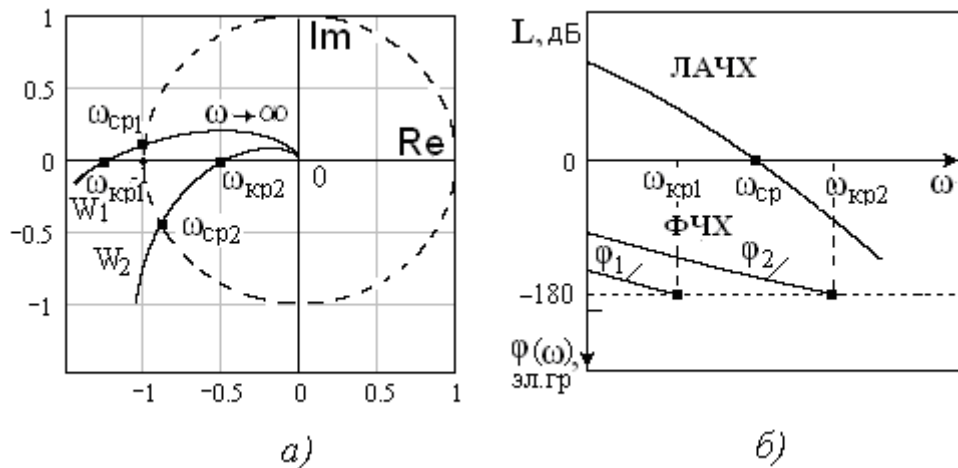


Рис. 4.6. К анализу устойчивости по соотношению критической частоты $\omega_{кр}$ и частоты среза $\omega_{ср}$ на графиках АФХ (а) и ЛАЧХ (б)

Для сравнения на рис. 4.6,а приведены фрагменты АФХ неустойчивой W_1 и устойчивой W_2 систем, пересечения которых с горизонтальной осью графика происходят при критических частотах, а с окружностью единичного радиуса – на частотах среза. Видно, что в случае неустойчивости наблюдается $\omega_{ср1} > \omega_{кр1}$, а в случае устойчивости картина противоположная $\omega_{ср2} < \omega_{кр2}$. Диаграммы на рис. 4.6,б иллюстрируют эту же ситуацию на плоскости логарифмических частотных характеристик. Видно, что в случае неустойчивости фаза выходного сигнала достигает критического значения $\varphi(\omega_{кр1}) = -180$ эл. град. раньше точки пересечения ЛАЧХ с горизонтальной осью $L(\omega_{ср1}) = 0$. Физически данная ситуация означает превращение ООС внешнего контура в положительную обратную связь при коэффициенте усиления $K > 1$, что ведёт к возникновению автоколебаний, то есть к потере устойчивости системы. В случае $\omega_{ср2} < \omega_{кр2}$ поддержание автоколебаний при отсутствии усиления $K < 1$ становится невозможным, поэтому система остаётся в устойчивом состоянии.

Рассматривая случай неустойчивости САУ в разомкнутом состоянии, примем, что характеристическое уравнение этой системы

n -го порядка $D(p)=0$ имеет $m < n$ правых корней положительного знака. Для устойчивости в замкнутом состоянии необходимо, чтобы все корни характеристического уравнения замкнутой системы $K(p)+D(p)=0$ были левыми (отрицательного знака). Согласно критерию Михайлова, изменение аргумента характеристического вектора $V(\omega)$ при изменении частоты в пределах $\omega=0 \div \infty$ должно составлять

$$\begin{aligned} \Delta\varphi(\omega) &= \Delta\varphi_K(\omega) - \Delta\varphi_D(\omega) = \\ &= n\frac{\pi}{2} - (n-2m)\frac{\pi}{2} = m\pi. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Данное условие предполагает, что АФХ разомкнутой САУ при изменении частоты $\omega=0 \div \infty$ должна обходить критическую точку $[-1; j0]$ против часовой стрелки $m/2$ раз, а это означает, что вектор характеристического годографа Михайлова должен повернуться по часовой стрелке на угол $m\pi$ радиан.

4.4. Определение запаса устойчивости

Устойчивость должна сохраняться даже в тех случаях, когда по условиям эксплуатации параметры устройства в определённых пределах изменяются. Это требование выполняется в так называемых *робастных* системах электропривода, обладающих некоторым *запасом устойчивости*. Оценка запаса устойчивости осуществляется по угловому или линейному удалению годографа АФХ от критической точки комплексной плоскости с координатами $[-1; j0]$. Для этого используются понятия:

– *запаса устойчивости по фазе*, под которым понимается угол $\Delta\varphi$ между отрицательным направлением действительной оси – Re и лучом, проведённым из начала координат через точку пересечения годографа АФХ $W_{раз}(\omega)$ с окружностью единичного радиуса;

– запаса устойчивости по модулю, который оценивается по удалению ΔK амплитудно-фазовой характеристики от критической точки $[-1; j0]$ в направлении действительной полуоси комплексной плоскости.

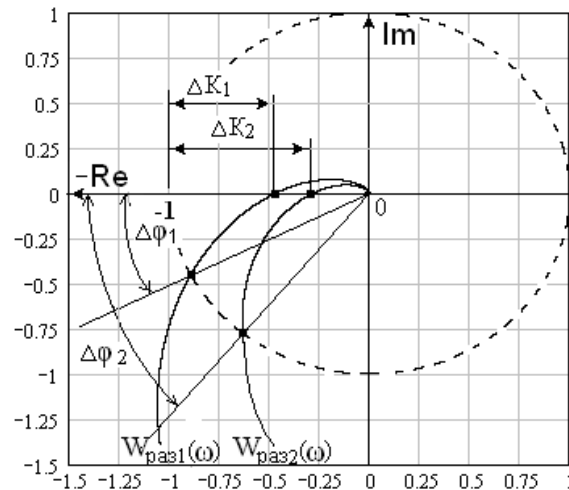


Рис. 4.7. Сравнение запаса устойчивости по модулю $\Delta K_2 > \Delta K_1$ и фазе $\Delta \varphi_2 > \Delta \varphi_1$ двух систем с передаточными функциями:

$$W_{раз1}(p) = \frac{5}{0.01p^3 + 0.17p^2 + 0.75p + 1};$$

$$W_{раз2}(p) = \frac{3}{0.01p^3 + 0.17p^2 + 0.75p + 1}.$$

В качестве примера на рис. 4.7 приведены результаты сравнительного анализа $\Delta \varphi$ и ΔK для системы $n=3$ -го порядка при двух значениях контурного коэффициента усиления. Видно, что в обоих случаях критическая частота превышает частоту среза $\omega_{кр} > \omega_{ср}$, позволяя считать систему устойчивой. Однако в первом случае система имеет больший коэффициент усиления, что в сравнении со вторым ведёт к уменьшению запаса устойчивости и по фазе $\Delta \varphi_1 < \Delta \varphi_2$ и по модулю $\Delta K_1 < \Delta K_2$.

Как было показано выше, оценка запаса устойчивости с помощью логарифмических частотных характеристик может дать более

простые и наглядные результаты. Особенное значение, ввиду универсальности, имеет оценка запаса устойчивости систем при стандартной настройке регуляторов. Было показано, что достигаемые при стандартных настройках свойства распространяются на все системы электропривода, независимо от динамических параметров электродвигателей и механизмов. В качестве примера проведём оценку запаса устойчивости контура тока электропривода, настройка которого проведена на *технический оптимум*. Подставляя в передаточную функцию (3.23) $p=j\omega$, запишем выражение АФХ разомкнутого контура тока

$$W_{\text{ираз}}(j\omega) = \frac{I}{j\omega T_{\mu T} \cdot (1 + j\omega T_{\Pi})}, \quad \text{при} \quad T_{\mu T} = 2T_{\Pi}. \quad (4.16)$$

Осуществляя переход к логарифмическим характеристикам, запишем выражение ЛАЧХ контура тока

$$L_{\text{ираз}}(\omega) = 20 \lg |W_{\text{ираз}}(\omega)| = L_1(\omega) + L_2(\omega), \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} L_1(\omega) &= 20 \lg(1/2T_{\Pi}\omega); \\ \text{где} \quad L_2(\omega) &= 20 \lg(1/T_{\Pi}\omega) \quad \text{при} \quad \omega \geq 1/T_{\Pi}, \end{aligned}$$

а также выражение ФЧХ

$$\varphi(\omega) = -\pi/2 - \arctg(\omega T_{\Pi}). \quad (4.18)$$

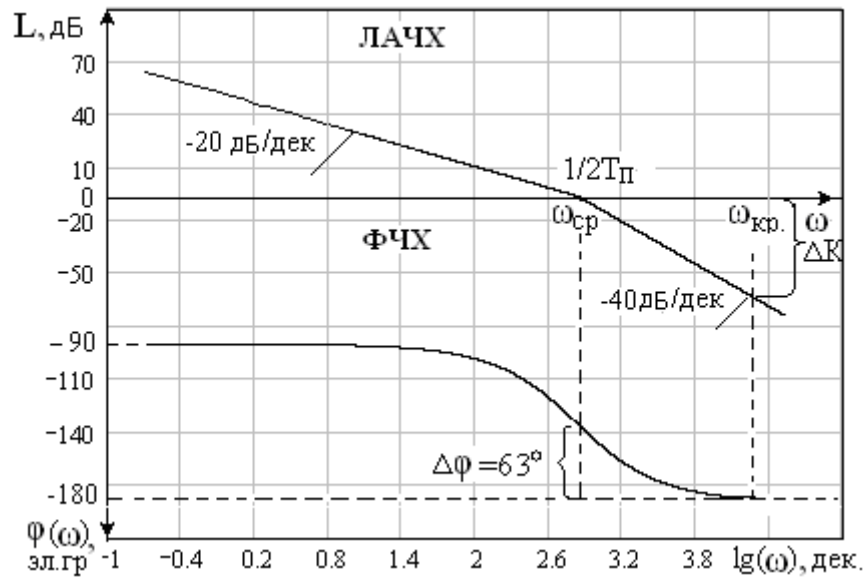


Рис. 4.8. Логарифмические частотные характеристики контура тока при настройке на ТО ($T_{\Pi}=1.5$ мс)

Полученные с помощью (4.17),(4.18) частотные характеристики приведены на рис. 4.8. Данные кривые подтверждают устойчивость контура, так как согласно критерию Найквиста $\omega_{кр} > \omega_{ср}$. Используя правило отыскания запаса устойчивости по фазе, получаем: $\Delta\varphi(\omega_{ср}) = \pi - |\varphi(\omega_{ср})| = \pi / 2 - \arctg(1/2) = 1.107$ рад, или 63,43 эл. град. В свою очередь отыскание запаса устойчивости по модулю ΔK сводится к вычислению модуля комплексного коэффициента усиления системы на критической частоте $L(\omega_{кр})$.

Аналогичным образом выясним запас устойчивости электропривода при настройке на *симметричный оптимум* (СО). Записывая выражение частотной характеристики оптимизированного скоростного контура

$$W_{сраз}(j\omega) = \frac{1 + j4\omega T_{\mu T}}{j2\omega T_{\mu T} \cdot j4\omega T_{\mu T} \cdot (1 + j\omega T_{\mu T})} \quad \text{при} \quad T_{\mu T} = 2T_{\Pi}, \quad (4.19)$$

перейдём к получению ЛАЧХ и ФЧХ:

$$L_{\text{срз}}(\omega) = 20 \lg |W_{\text{срз}}(\omega)| = L_1(\omega) + L_2(\omega) + L_3(\omega) + L_4(\omega), \quad (4.20)$$

где

$$\begin{aligned} L_1(\omega) &= 20 \lg(4T_{\mu T} \omega) \quad \text{при } \omega \geq 1/4T_{\mu T}; \\ L_2(\omega) &= 20 \lg(1/2T_{\mu T} \omega); \\ L_3(\omega) &= 20 \lg(1/4T_{\mu T} \omega); \\ L_4(\omega) &= 20 \lg(1/T_{\mu T} \omega) \text{ при } \omega \geq 1/T_{\mu T}, \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}(\omega 4T_{\mu T}) - \pi/2 - \pi/2 - \text{arctg}(\omega T_{\mu T}).$$

Полученные с помощью (4.20), (4.21) графики частотных характеристик приведены на рис. 4.9.

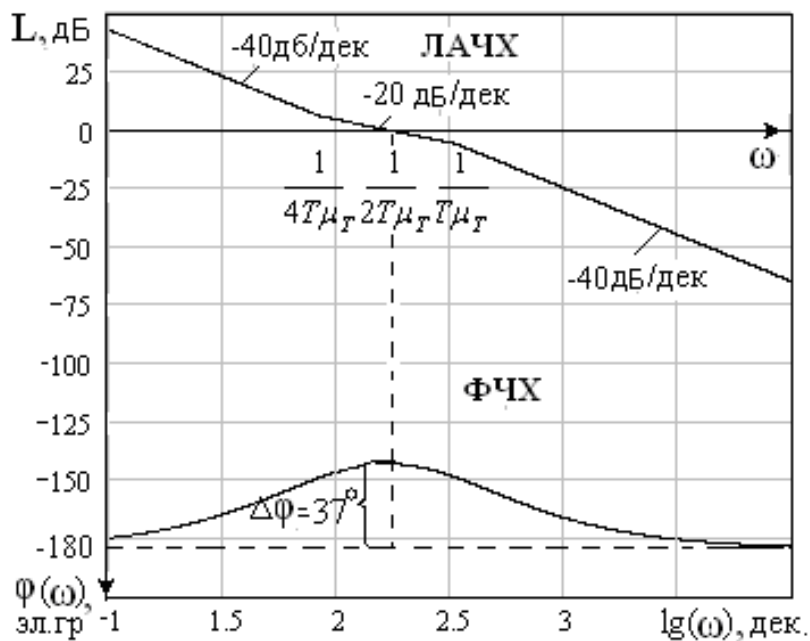


Рис. 4.9. Логарифмические частотные характеристики контура скорости при настройке на СО ($T_{\mu T}=3$ мс)

Представленные графики позволяют определить запас устойчивости электропривода по фазе:

$$\Delta\varphi(\omega_{CP}) = \pi - |\varphi(\omega_{CP})| = \text{arctg}(2) - \text{arctg}(1/2) = 0.644 \text{ рад}, \text{ или } 36,9 \text{ эл. град.}$$

4.5. Отыскание граничных условий устойчивости методом D-разбиения

Часто бывает необходимо изучить влияние параметров системы на устойчивость. Для этого ставится задача отыскания *границ устойчивости* на плоскости одного или двух параметров. Как правило, к числу этих параметров относят коэффициент усиления K и наибольшую постоянную времени T . Для отыскания указанных переменных необходимо иметь два уравнения, роль которых могут выполнять выражения вещественной и мнимой частей характеристического уравнения, после замены $p=j\omega$

$$B(\omega, K, T) = P(\omega, K, T) + jQ(\omega, K, T) = 0,$$

$$\text{откуда} \quad \begin{cases} P(\omega, K, T) = 0; \\ Q(\omega, K, T) = 0. \end{cases} \quad (4.22)$$

Уравнения (4.22) задают границы устойчивости на плоскости, вертикальной осью которой часто принимают параметр T , а горизонтальной осью – параметр K . Идентификация областей (не)устойчивости определяется по *правилу штриховки*: «Перемещаясь вдоль границы в сторону увеличения частоты $\omega \rightarrow \infty$, необходимо штриховать область устойчивости с левой стороны границы, если определитель Неймарка, составленный из частных производных, будет положителен

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial P}{\partial K} & \frac{\partial P}{\partial T} \\ \frac{\partial Q}{\partial K} & \frac{\partial Q}{\partial T} \end{vmatrix} > 0. \quad (4.23)$$

Если определитель Неймарка окажется отрицателен, область устойчивости следует штриховать справа от границы. Причём штриховка будет направлена в область устойчивости, если параметр K

откладывать по оси абсцисс вправо, а параметр T откладывать по оси ординат вверх.

Пример.

Определить границы устойчивости в области параметров K, T_1 системы $n=3$ -го порядка, характеристическое уравнение которой имеет вид

$$T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p + K = 0. \quad (4.24)$$

Получаем вещественную и мнимую части характеристического уравнения

$$\begin{aligned} P(\omega) &= K - (T_1 + T_2) \cdot \omega^2 = 0; \\ Q(\omega) &= j\omega - jT_1 T_2 \omega^3 = 0. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Решая эти уравнения, получаем

$$T_1 = \frac{1}{T_2 \omega^2}; \quad K = \frac{1}{T_2} + T_2 \omega^2. \quad (4.26)$$

Задаваясь частотой $\omega=0 \div \infty$, получаем на плоскости $[K; T_1]$ кривую D -разбиения в виде гиперболы с асимптотами $K=1/T_2$ при $\omega \rightarrow 0$ и $T_1=0$ при $\omega \rightarrow \infty$ (см. рис. 4.10).

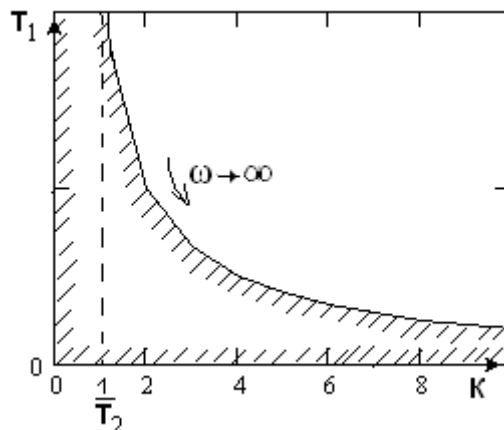


Рис. 4.10. Кривая D -разбиения на плоскости параметров $K; T_1$

Для нанесения штриховки найдём знак определителя

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial P}{\partial K} = 1 & \frac{\partial P}{\partial T_1} = -\omega^2 \\ \frac{\partial Q}{\partial K} = 0 & \frac{\partial Q}{\partial T_1} = -\omega^3 T_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -\omega^2 \\ 0 & -\omega^3 T_2 \end{vmatrix} = -\omega^3 T_2. \quad (4.27)$$

Отрицательный знак определителя требует, чтобы штриховка наносилась справа от границы устойчивости. Если приравнять свободный член характеристического уравнения нулю $K=0$, получим вертикальную полуось графика в качестве устойчивости *нейтрального* типа (см. рис.4.1). В свою очередь, приравняв нулю коэффициент при старшей степени характеристического уравнения $T_1 T_2=0$, получаем границу устойчивости с бесконечным корнем, роль которой выполняет горизонтальная полуось графика. В результате получаем на рис.4.10 замкнутую область с различными проявлениями устойчивости.

5. ПРИМЕР РАСЧЁТА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Основу большинства современных электроприводов постоянного тока составляет двигатель постоянного тока независимого возбуждения (ДПТ), регулируемый с помощью тиристорного преобразователя переменного в постоянное напряжение (ТП). В случаях, когда изменение скорости не сопровождается существенным изменением момента статической нагрузки ($M_c = const$), регулирование осуществляется изменением напряжения якорной обмотки ($u_{\text{я}} = var$) при постоянстве магнитного потока возбуждения ДПТ. Примером могут служить электроприводы подачи металлорежущих станков, основу которых составляет двухконтурная система автоматического управления ДПТ по отклонению, построенная по принципу *подчинённого регулирования* тока и скорости якоря [1]. Рассмотрим порядок расчёта статических и динамических характеристик данной системы, полагая, что областью её применения может быть привод подачи токарного станка средней мощности.

5.1. Расчёт коэффициентов передачи звеньев системы в установившемся режиме

Начальным этапом исследования САУ в установившемся режиме является составление структурной схемы системы с отображением коэффициентов передачи и функционального назначения звеньев. Условием статического режима служат нулевые производные в уравнениях системы $d/dt=0$, а также предположение о том, что работа звеньев происходит на линейных участках статических характеристик.

В этих условиях все элементы системы, в том числе ТП, приобретают свойства *линейных непрерывных звеньев*, коэффициенты передачи которых отыскиваются по углу наклона статических характеристик.

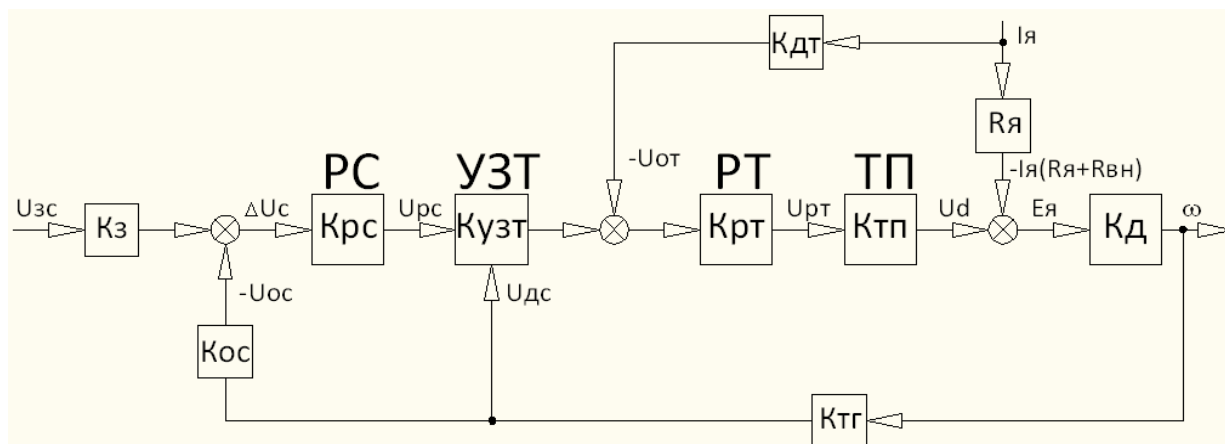


Рис. 5.1. Структурная схема исследования статических характеристик двухконтурного электропривода постоянного тока:

- PC – регулятор скорости;
- УЗТ – устройство зависимого токоограничения;
- PT – регулятор тока;
- ТП – тиристорный преобразователь;
- K_d – коэффициент усиления двигателя;
- U_{zc} – напряжение потенциометрического задатчика скорости на входе PC;
- U_{oc} – напряжение обратной связи по скорости;
- K_{oc} – коэффициент передачи потенциометрического делителя в цепи тахогенератора;
- U_{pc} – напряжение на выходе PC;
- U_{dc} – напряжение, снимаемое с датчика скорости ДС (тахогенератор);
- $K_{от}$ – коэффициент обратной связи по току;
- $K_{тг}$ – коэффициент передачи тахогенератора;
- $U_{рт}$ – напряжение на выходе PT;
- U_d – выпрямленное напряжение;
- $E_я$ – ЭДС якоря.

Исходное уравнение статических характеристик разомкнутой САУ при условии $K_{OT}=K_{OC}=0$ имеет вид

$$\begin{aligned}\omega_{\text{раз}} &= U_{\text{зс}} K_{\text{рт}} K_{\text{тп}} K_{\text{д}} - I_{\text{я}} (K_{\text{дт}} K_{\text{рт}} K_{\text{тп}} K_{\text{д}} + (R_{\text{я}} + R_{\text{вн}}) K_{\text{д}}) = \\ &= \omega_{0\text{ираз}}(U_{\text{зс}}) - \Delta\omega_{\text{раз}}(I_{\text{я}}),\end{aligned}\quad (5.1)$$

где $\omega_{0\text{ираз}}(U_{\text{зс}})$ – заданное значение скорости, определяемое положением потенциометрического задатчика скорости $K_3=0\div 1$, $\Delta\omega_{\text{раз}}(I_{\text{я}})$ – статическая ошибка регулирования в разомкнутой системе, зависящая от тока нагрузки.

Оценивая ошибку регулирования при номинальном токе якоря $\Delta\omega_{\text{раз}}^* > 5\%$, приходим к необходимости применения ООС по скорости. Получаем уравнения замкнутой системы при $K_{oc} \neq 0$, $K_{om} = 0$, $K_{pm} = 1$, $K_{pc} \neq 1$:

$$\begin{cases} \omega_{\text{зам}} = \Delta U_{\text{с}} K_{\text{рс}} K_{\text{рт}} K_{\text{тп}} K_{\text{д}} - I_{\text{я}} K_{\text{дт}} K_{\text{рт}} K_{\text{тп}} K_{\text{д}} - I_{\text{я}} (R_{\text{я}} + R_{\text{вн}}) K_{\text{д}}, \\ \Delta U_{\text{с}} = U_{\text{зс}} - U_{\text{ос}}, \end{cases}\quad (5.2)$$

где $\Delta U_{\text{с}}$ – сигнал ошибки на входе РС.

Подставляя второе уравнение системы (4.2) в первое, получаем выражение статических характеристик контура скорости:

$$\begin{aligned}\omega_{\text{зам}} &= U_{\text{зс}} K_{\text{рс}} K_{\text{рт}} K_{\text{тп}} K_{\text{д}} - U_{\text{ос}} K_{\text{рс}} K_{\text{рт}} K_{\text{тп}} K_{\text{д}} - \\ &- I_{\text{я}} (K_{\text{дт}} K_{\text{рт}} K_{\text{тп}} K_{\text{д}} + (R_{\text{я}} + R_{\text{вн}}) K_{\text{д}}),\end{aligned}\quad (5.3)$$

где

$U_{\text{зс}} = E_3 K_3$ – напряжение задающего потенциометра на входе РС;

$U_{\text{ос}} = \omega K_{\text{ос}} K_{\text{тг}}$ – напряжение обратной связи по скорости.

В окончательном виде (4.3) переписывается

$$\omega_{\text{зам}} = K_3 \frac{E_3 K_{\text{pc}} K_{\text{рт}} K_{\text{тп}} K_{\text{д}}}{1 + K_{\text{тг}} K_{\text{ос}} K_{\text{pc}} K_{\text{рт}} K_{\text{тп}} K_{\text{д}}} - I_{\text{я}} \frac{K_{\text{дт}} K_{\text{рт}} K_{\text{тп}} K_{\text{д}} + (R_{\text{я}} + R_{\text{вн}}) K_{\text{д}}}{1 + K_{\text{тг}} K_{\text{ос}} K_{\text{pc}} K_{\text{рт}} K_{\text{тп}} K_{\text{д}}} =$$

$$= \omega_{0\text{изам}}(U_{\text{зс}}) - \Delta\omega_{\text{зам}}(I_{\text{я}}), \quad (5.4)$$

где $\omega_{0\text{изам}}(U_{\text{зс}})$ – заданное значение скорости; $\Delta\omega_{\text{зам}}(I_{\text{я}})$ – статическая ошибка регулирования в замкнутой системе.

В дальнейших расчётах можно принять:

$E_3 = 15 \text{ В}$ – ЭДС источника задающего сигнала;

$K_{\text{тг}} = U_{\text{тг}} / \omega$ В · с/рад – коэффициент ТГ в режиме холостого хода;

$K_{\text{тп}} = \frac{U_{\text{д0}}}{U_{\text{умax}}}$; – коэффициент усиления ТП;

$U_{\text{д0}} = U_{\text{2ф}} K_{\text{тп}} = U_{\text{2ф}} \cdot 3\sqrt{6}/\pi \text{ В}$ – максимальное выпрямленное напряжение на якоре ДПТ;

$K_{\text{тп}} = 3\sqrt{6}/\pi$ – коэффициент преобразования схемы выпрямления по напряжению;

$U_{\text{умax}} = 10 \text{ В}$ – максимальное управляющее напряжение;

$K_{\text{д}} = \frac{\omega_{\text{н}}}{U_{\text{ян}} - I_{\text{ян}} R_{\text{я}}} (\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$ – коэффициент усиления ДПТ;

$K_{\text{дт}} = 0,08 \text{ В/А}$ – коэффициент передачи датчика тока.

В подразделе (1.1) было показано, что статическая ошибка регулирования в замкнутой системе с ООС уменьшается в $(1+K_{\Sigma})$ раз. Задаваясь ошибкой и диапазоном регулирования $\Delta\omega_{\text{зам.макс}}^* = 0.01-0.02$, $D \geq 500$, получаем необходимое значение «контурного» коэффициента усиления системы с обратной связью

$$K_{\Sigma} = \frac{\Delta\omega_{раз}^*}{\Delta\omega_{замmax}^*} D - 1 = \frac{I_{ян} (K_{дт} K_{рт} K_{тп} K_{д} + (R_{я} + R_{вн}) K_{д})}{\omega_0 \Delta\omega_{замmax}^*} D - 1, \quad (5.5)$$

где $\omega_0 = U_{ян} K_{д}$ – скорость идеального холостого хода. После чего выражение (4.5) позволяет оценить требуемый коэффициент усиления регулятора скорости $K_{рс}$:

$$K_{рс} = \frac{I_{ян} (K_{дт} K_{рт} K_{тп} K_{д} + (R_{я} + R_{вн}) K_{д}) D - \omega_0 \Delta\omega_{замmax}^*}{\omega_0 \Delta\omega_{замmax}^* K_{тг} K_{ос} K_{рт} K_{тп} K_{д}}. \quad (5.6)$$

Следует учитывать, что реальные электроприводы металло-режущих станков призваны работать во всём диапазоне нагрузок от тока холостого хода ($I_{яхх} \rightarrow 0$) до тока стопорения $I_{я.кз} = U_{ян}/R_{я}$. Для этого требуется сформировать электромеханическую характеристику заданного вида.

Решение этой задачи возлагается не только на ООС, но и на контур автоматического регулирования тока якоря, основным элементом которого, кроме РТ, служит устройство зависимого токоограничения (УЗТ). Данный блок обеспечивает защиту преобразователя от токовых перегрузок в функции напряжения на якоре двигателя или частоты вращения вала.

Для наиболее полного использования двигателя по моменту УЗТ меняет уставку токоограничения на входе РТ в соответствии с *перегрузочной характеристикой* двигателя.

Известно, что высокомоментные двигатели имеют обратно-пропорциональную перегрузочную характеристику $M_{max}^* = f(\omega^*)$. С целью получения этой характеристики УЗТ ограничивает сигнал, поступающий с выхода регулятора скорости $U_{рс}$ на вход регулятора тока в функции сигнала $U_{ДС}$, поступающего с датчика скорости ДС.

Чаще всего ограничение $U_{pc} < U_{pc.макс.}$ достигается шунтированием выхода РС с помощью двух встречно-параллельных диодов.

Моделирование УЗТ требует воспроизведения перегрузочной характеристики высокомоментного электродвигателя $I_{яmax}^* = f(\omega^*)$. Согласно [2], задача сводится к отысканию «напряжения подпора» диодов в составе УЗТ:

$$U_{оп} = E_{оп} K_E \left(\frac{R_{oc}}{R_{вх1}} + 1 \right) - \omega K_{тп} K_{oc} K_c \frac{R_{oc}}{R_{вх2}}, \quad (5.7)$$

где $E_{оп} = 15 \text{ В}$ – максимальное опорное напряжение;

$K_E = 0 \div 1$ – относительное положение движка потенциометра;

$K_c = 0 \div 1$ – относительное положение движка потенциометра.

Зависимость $U_{он} = f(\omega)$ определяет максимальное напряжение якоря в функции предельно допустимого тока нагрузки. Для станочных электродвигателей типа ПБВ эта зависимость близка к линейной, поэтому её можно задать по двум точкам. При скорости, равной нулю, получаем

$$U_{оп} = U_{pc} = I_{яmax} \frac{R_{я} + R_{вн} + K_{от} K_{тп} K_{рт}}{K_{тп} K_{рт}}, \quad (5.8)$$

где $I_{яmax} = K_i I_{ян}$, А – предельно допустимый ток;

$K_{от} = K_{дт} \frac{R_{зт}}{R_{ост}}$, В/А – коэффициент передачи обратной связи по

току;

$R_{зт} = 0,1 R_{ост}$ – сопротивление на входе датчика тока ДТ по цепям задания и обратной связи.

Далее, приравнявая два выражения при $\omega = 0$, определяем K_E :

$$E_{\text{оп}} K_E \left(\frac{R_{\text{ос}}}{R_{\text{вх1}}} + 1 \right) = I_{\text{яmax}} \frac{R_{\text{я}} + R_{\text{вн}} + K_{\text{от}} K_{\text{тп}} K_{\text{рт}}}{K_{\text{тп}} K_{\text{рт}}}, \quad (5.9)$$

$$K_E = I_{\text{яmax}} \frac{(R_{\text{я}} + R_{\text{вн}} + K_{\text{от}} K_{\text{тп}} K_{\text{рт}}) R_{\text{вх1}}}{K_{\text{тп}} K_{\text{рт}} E_{\text{оп}} (R_{\text{ос}} + R_{\text{вх1}})}. \quad (5.10)$$

Вторую точку графика найдём при скорости $\omega = \omega_H$. Пользуясь структурной схемой, можно записать:

$$\begin{aligned} U_{\text{оп}} &= E_{\text{оп}} K_E \left(\frac{R_{\text{ос}}}{R_{\text{вх1}}} + 1 \right) - \omega_H K_{\text{тг}} K_{\text{ос}} K_{\text{с}} \frac{R_{\text{ос}}}{R_{\text{вх2}}} = \\ &= \frac{I_{\text{яmax}} (R_{\text{я}} + R_{\text{вн}} + K_{\text{от}} K_{\text{тп}} K_{\text{рт}}) + C_e \omega_H}{K_{\text{тп}} K_{\text{рт}}}, \end{aligned} \quad (5.11)$$

откуда

$$\begin{aligned} K_c &= \frac{R_{\text{вх2}} (E_{\text{оп}} K_E K_{\text{тп}} K_{\text{рт}} (R_{\text{ос}} + R_{\text{вх1}}) - R_{\text{вх1}} C_e \omega_H)}{\omega_H R_{\text{вх1}} R_{\text{ос}} K_{\text{тг}} K_{\text{ос}} K_{\text{рт}} K_{\text{тп}}} - \\ &= \frac{I_{\text{яmax}} R_{\text{вх1}} R_{\text{вх2}} (R_{\text{я}} + R_{\text{вн}} + K_{\text{от}} K_{\text{тп}} K_{\text{рт}})}{\omega_H R_{\text{вх1}} R_{\text{ос}} K_{\text{тг}} K_{\text{ос}} K_{\text{рт}} K_{\text{тп}}}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Полученные координаты рабочих точек $(I; \omega)$, $(I; \omega = 0)$ позволяют построить перегрузочную характеристику с помощью уравнения (см. рис. 5.2).

$$\omega_{\text{апр}}(I_{\text{я}}) = \omega_{\text{апр}}(0) - I_{\text{я}} \frac{\omega_H}{I_{\text{яmax}} - I_{\text{ян}}}. \quad (5.13)$$

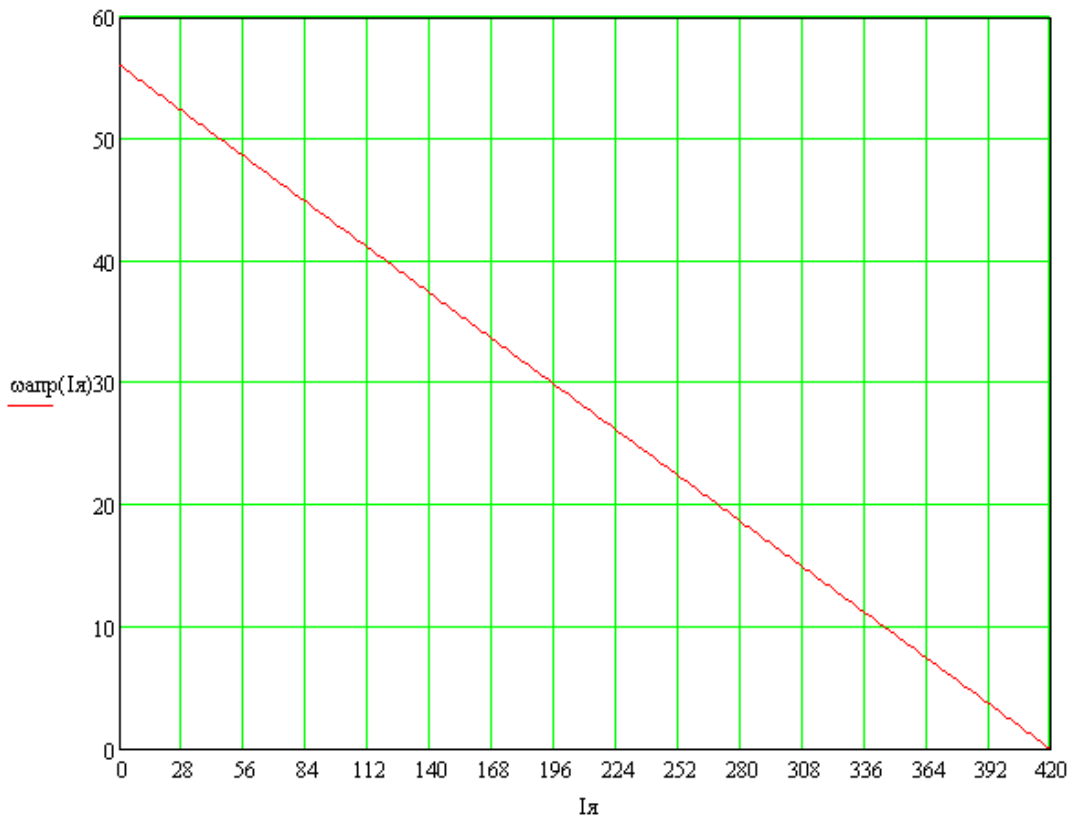


Рис. 5.2. Аппроксимация перегрузочной характеристики исполнительного высокомоментного электродвигателя

5.2. Построение статических характеристик двухконтурной системы электропривода в зоне допустимых нагрузок

Как уже отмечалось, статический расчёт привода имеет целью получение семейства электромеханических характеристик (ЭМХ) двигателя $\omega(I_{я})$ при $K_3 = const$ во всём диапазоне скоростей $\omega = 0 + \omega_0$ и нагрузок $I_{я} = I_{яхх} \div I_{якз}$. В двухконтурной системе с обратными связями по току и скорости каждая из этих кривых имеет три характерных участка различного наклона (жёсткости). Из графика на рис. 5.3 видно, что начальная точка А характеризует работу в режиме холостого хода $I_{я} = I_{яхх}$ с установленным коэффициентом задания скорости $K_3 = 1$.

По мере увеличения тока нагрузки, сопровождающимся снижением скорости, рабочая точка движется сначала по *участку допустимых нагрузок АВ*, а далее попадает на *участок ВС зависимо-го токоограничения*. При токах, близких к току короткого замыкания, рабочая точка оказывается на *участке CD*, вертикальный вид которого объясняется действием ООС по току при отсутствии ООС по скорости. Предельная *точка D* [$\omega=0; I_{я}=I_{якз}$] характеризует работу ДПТ в заторможенном состоянии в режиме короткого замыкания. Получим выражения ЭМХ на каждом из этих участков.

На *участке АВ допустимых нагрузок* выражение ЭМХ $\omega = f(I_{я})$ было определено ранее при нахождении K_{pc} . Эта зависимость имеет вид:

$$\begin{aligned} \omega_{AB} &= K_3 \frac{E_3 K_{pc} K_{рт} K_{тп} K_d}{1 + K_{тг} K_{oc} K_{pc} K_{рт} K_{тп} K_d} - I_{я} \frac{K_d (K_{дт} K_{рт} K_{тп} + R_{я} + R_{вн})}{1 + K_{тг} K_{oc} K_{pc} K_{рт} K_{тп} K_d} = \\ &= \omega_{0iAB}(K_3) - \Delta\omega_{AB}(I_{я}). \end{aligned} \quad (5.14)$$

На *участке ВС* в работу вступает УЗТ. В *точке В* наблюдается пересечение графика $\omega_{AB}(I_{я})$ с перегрузочной прямой ДПТ. Полагается, что это приводит к открыванию одного из шунтирующих диодов в схеме УЗТ, в результате управляющее напряжение на входе РТ уменьшается на величину падения напряжения на суммарном сопротивлении контура управляющего тока I_y [8].

В результате уравнения статики на *участке CD* примут вид:

$$\begin{aligned}
u &= (U_{\text{я}} - I_{\text{я}} R_{\text{я}}) K_{\text{д}}, \\
U_{\text{я}} &= U_{\text{рт}} K_{\text{тп}} - I_{\text{я}} R_{\text{вн}}, \\
U_{\text{рт}} &= (U_{\text{рс}} - I_{\text{я}} K_{\text{дт}}) K_{\text{рт}}, \\
U_{\text{рс}} &= (E_{\text{з}} K_{\text{зи}} - \omega K_{\text{тг}} K_{\text{ос}}) K_{\text{рс}} - I_{\text{я}} R_{\Sigma}.
\end{aligned} \tag{5.15}$$

где $I_{\text{я}} = \frac{E_{\text{рс}} - U_{\text{оп}} - \Delta U_{\text{в}}}{R_{\Sigma}}$ – ток шунтирующих диодов;

$R_{\Sigma} = 120 \text{ Ом}$ – суммарное сопротивление цепи;

$\Delta U_{\text{в}} = 1,5 \text{ В}$ – падение напряжение на диоде;

$E_{\text{рс}} = 15 \text{ В}$ – ЭДС источника питания РС.

Путём последовательной подстановки одного из этих уравнений в другое и исключения промежуточных переменных получим уравнение ЭМХ:

$$\begin{aligned}
\omega_{\text{BC}} &= K_{\text{зи}} \frac{E_{\text{з}} K_{\text{рс}} K_{\text{рт}} K_{\text{мт}} K_{\text{д}}}{1 + K_{\text{м}} K_{\alpha} K_{\text{рс}} K_{\text{рт}} K_{\text{мт}} K_{\text{д}}} - I_{\text{я}} \frac{K_{\text{д}} (K_{\text{дт}} K_{\text{рт}} K_{\text{мт}} + R_{\text{я}} + R_{\text{вн}})}{1 + K_{\text{м}} K_{\alpha} K_{\text{рс}} K_{\text{рт}} K_{\text{мт}} K_{\text{д}}} - \\
&- I_{\text{я}} \frac{R_{\Sigma} K_{\text{рт}} K_{\text{мт}} K_{\text{д}}}{1 + K_{\text{м}} K_{\alpha} K_{\text{рс}} K_{\text{рт}} K_{\text{мт}} K_{\text{д}}} = \omega_{0i\text{BC}}(K_{\text{з}}) - \Delta \omega_{\text{BC}}(I_{\text{я}}) - \Delta \omega_{\text{BC}}(I_{\text{я}}),
\end{aligned} \tag{5.16}$$

где $\Delta \omega_{\text{BC}}(I_{\text{я}})$ – уменьшение скорости, вызванное включением УЗТ.

Координаты точки С найдём после того, как построим график $\omega_{\text{CD}}(I_{\text{я}})$. Происходящее в точке С насыщение регулятора РС приводит к тому, что при дальнейшем нагружении система электропривода ведёт себя как разомкнутая, то есть прямая ЭМХ становится ещё более пологой. Поэтому уравнение ЭМХ можно получить из той же системы уравнений в предположении, что $K_{\text{тг}} = 0$, $U_{\text{рс}} = 12 \text{ В}$:

$$\omega_{CD} = \left((K_{zi} E_3 K_{pc} - I_y R_\Sigma - I_{я} K_{дт}) K_{рт} K_{тп} - I_{я} R_{вн} - I_{я} R_{я} \right) K_{д}. \quad (5.17)$$

Координаты точки $D(I_{якз}; \omega = 0)$ на оси тока определим из полученного выражения, приравняв скорость нулю $\omega = 0$:

$$\left((K_{zi} E_3 K_{pc} - I_y R_\Sigma - I_{я} K_{дт}) K_{рт} K_{тп} - I_{я} R_{вн} - I_{я} R_{я} \right) K_{д} = 0,$$

откуда
$$I_{якз} = \frac{U_{ян}}{R_{вн} + R_{я}}.$$

Возвращаясь к участку ВС, замечаем, что этот участок ЭМХ совпадает с полученным ранее графиком перегрузочной характеристики $\omega_{апр}(I_{я})$. Поэтому для нахождения координат точки С приравняем выражение перегрузочной характеристики уравнению прямой $\omega_{CD}(I_{я})$:

$$\omega_{апр}(I_{я}) = \omega_{CD};$$

$$\omega_{апр}(0) - I_{я} \frac{\omega_{н}}{I_{яmax} - I_{ян}} = \left((K_{zi} E_3 K_{pc} - I_y R_\Sigma - I_{я} K_{дт}) K_{рт} K_{тп} - I_{я} R_{вн} - I_{я} R_{я} \right) K_{д}.$$

Из полученного выражения найдём значение тока $I'_{я}$, при котором указанные прямые пересекаются:

$$I'_{я} = \frac{K_{рт} K_{тп} K_{д} U_{pc} - \omega_{апр}(0)}{K_{д} (K_{рт} K_{тп} K_{дт} + R_{вн} + R_{я}) + \frac{\omega_{н}}{I_{ян} - I_{яmax}}}, \quad (5.18)$$

где $\omega_{апр}(0)$ рад/с – наибольшее значение скорости на перегрузочной прямой.

Подстановкой тока $I'_{я}$ в выражение $\omega_{CD}(I_{я})$ определяем значение скорости на границе участков АВ и CD. Определив координаты точки $C(I; \omega)$, получаем возможность построить результирующий график электромеханической характеристики для всех допустимых перегрузок по току (см. рис. 5.3).

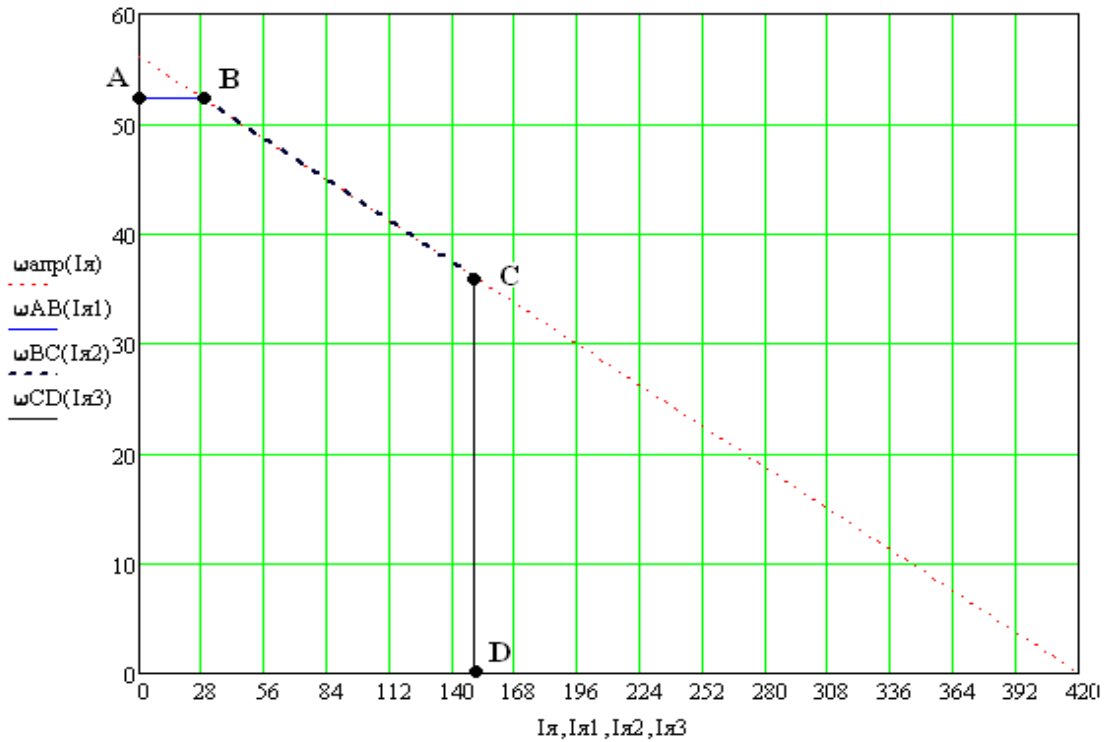


Рис. 5.3. К построению электромеханической характеристики системы электропривода при $K_3=1$

5.3. Динамический синтез системы электропривода воздействием на корни характеристического уравнения

Указанный метод основывается на существовании однозначной связи между видом корней характеристического уравнения и качеством переходного процесса.

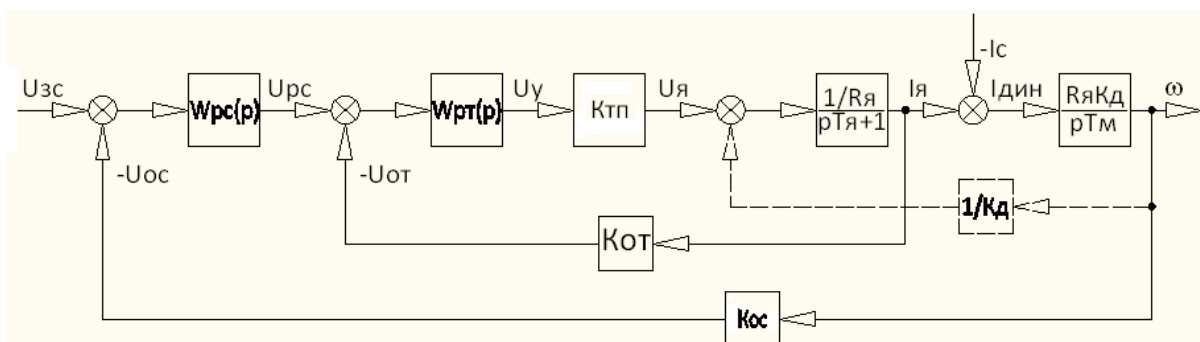


Рис. 5.4. Структурная схема системы электропривода

Структурная схема системы на рис.5.4 составлена на основе ранее принятых допущений:

- все звенья системы работают при достаточно малых воздействиях без выхода на участки насыщения своих характеристик;

- влиянием нелинейностей и внутренней обратной связи по ЭДС вращения двигателя можно пренебречь;

- тиристорный преобразователь на частотах управляющего воздействия менее 250 с^{-1} можно представить непрерывным безынерционным звеном.

Передаточная функция электропривода по управляющему воздействию при $I_c=0$ имеет вид

$$W_{\text{упр}}(p) = \frac{\omega(p)}{U_{3C}(p)} = \frac{A(p)}{B(p)}, \quad (5.19)$$

где $A(p) = K_{PC}K_{PT}K_{ТП}R_{Я}(1+T_{PC}p)(1+T_{PT}p)$;

$$B(p) = c_e T_{PC} T_M p^2 [p R_{Я} T_{PT} (1+T_{Я}) + K_{OT} K_{PT} K_{ТП} (1+T_{PC}p)] + K_{OC} K_{PC} K_{PT} K_{ТП} R_{Я} (1+T_{PC}p)(1+T_{PT}p).$$

Так как регулятор тока призван скомпенсировать влияние электромагнитной постоянной якоря на быстродействие, в дальнейшем полагаем $T_{PT} = T_{Я}$. В результате сокращения биномов $(1+T_{PT}p)$ в числителе $A(p)$ и $(1+T_{Я}p)$ в знаменателе $B(p)$ передаточной функции (5.19) снижается до n=3-го порядок характеристического уравнения электропривода. В стандартном виде это уравнение запишется

$$B(p) = b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0, \quad (5.20)$$

где

$$b_0 = K_{OC};$$

$$b_1 = K_{OC}T_{PC};$$

$$b_2 = \frac{c_e K_{OT} T_{PC} T_M}{R_{Я} K_{PC}};$$

$$b_3 = \frac{c_e T_{Я} T_{PC} T_M}{K_{PC} K_{PT} K_{ТП}}.$$

Приведём характеристическое уравнение к более простому виду, для чего поделим его члены на свободный коэффициент b_0 , после чего перейдём к новому оператору $s = p/m_t$,

$$\text{где } m_t = \left(\frac{b_0}{b_3}\right)^{1/3} = \left(\frac{K_{OC} K_{PT} K_{PC} K_{ТП}}{T_{PC} T_M T_{Я} c_e}\right)^{1/3} - \text{ масштабный}$$

коэффициент времени, связывающий расчётное и реальное время зависимостью $t_{реал} = t_{расч}/m_t$. В результате получаем характеристическое уравнение электропривода в так называемой форме Вышнеградского

$$s^3 + As^2 + Bs + 1 = 0, \quad (5.21)$$

$$\text{где } A = \frac{b_2}{b_0} m_t^2; \quad B = \frac{b_1}{b_0} m_t.$$

Особенность данного уравнения состоит в наличии двух переменных коэффициентов А и В. Это позволяет вынести рассмотрение всевозможных режимов на плоскость с координатами В(А) рис. 5.5, получившей название диаграммы Вышнеградского.

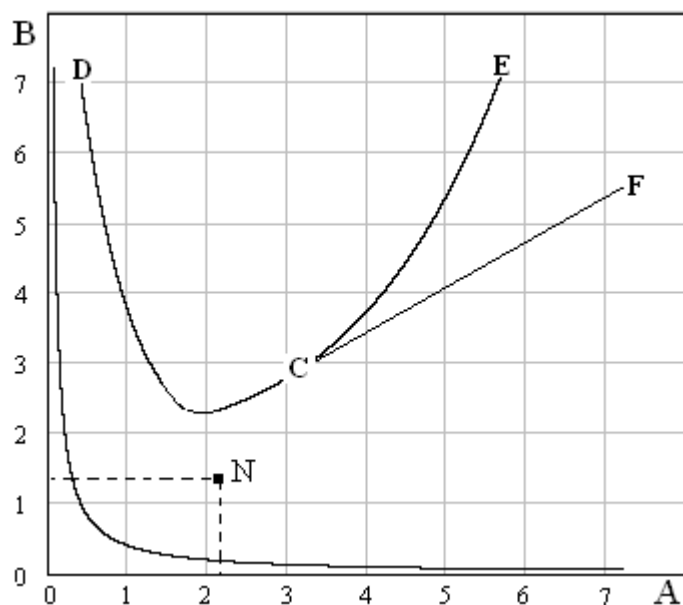


Рис.5.5. Диаграмма Вышнеградского

Рассмотрение начинается с определения границ устойчивости. Согласно условию $A > 0$, $B > 0$, $AB > 1$ эти границы имеют вид равнобокой гиперболы. Рабочая область лежит правее и выше данной кривой. В свою очередь область устойчивости делится на участки, каждому из которых ставятся в соответствие те или иные корни уравнения 3-й степени, а именно:

- 1) все три корня отрицательные вещественные $s_1 < 0$, $s_2 < 0$, $s_3 < 0$;
- 2) один корень вещественный $s_1 < 0$, а два других комплексно-сопряжённые $s_{2,3} = -\alpha \pm j\beta$. В этой связи имеем следующие участки на диаграмме рис. 5.5:

Участок ECF, где все три корня вещественные. В данной области переходные процессы протекают монотонно без колебаний, так как свободные составляющие решения дифференциального уравнения системы изменяются по закону затухающих экспонент e^{-st} при $t \rightarrow \infty$.

Участок DCA обеспечивает существование одного вещественного и двух комплексных корней. Особенность данной области в том, что на комплексной плоскости комплексные корни располагаются ближе

к мнимой оси, чем вещественный корень $|s_1| \geq |\alpha|$. В выражении свободной составляющей переходной характеристики комплексным корням соответствуют слагаемые вида « $\exp(-\alpha_k t) \cdot \sin(\beta_k t)$ », которые придают переходному процессу характер затухающих колебаний. Так как вещественный корень преобладает, апериодическая составляющая будет затухать быстрее, чем колебательная составляющая, и потому в целом переходный процесс будет иметь колебательный характер.

Участок *ECD*, отличающийся от рассмотренного тем, что к мнимой оси ближе будет располагаться вещественный корень $|s_1| \leq |\alpha|$. Эта особенность приводит к тому, что колебательные составляющие будут затухать быстрее, в результате чего переходный процесс будет протекать монотонно.

Таким образом, задаваясь положением рабочей точки на плоскости коэффициентов *A* и *B* и рассчитав для этого требуемые параметры регуляторов K_{PC} , T_{PC} и K_{PT} , можно получить переходный процесс заданного качества (апериодический или колебательный). Уравнения связи между параметрами электропривода и коэффициентами Вышнеградского получаются из уравнения (5.22):

$$A = \frac{K_{KC} T_{PC} T_M}{(K_{PC} (K_{KC} T_{PC} T_M T_{\Delta})^2)^{1/3}}; \quad B = \frac{K_{OC} T_{PC}}{(K_{OC}^2 K_{KC} T_{PC} T_M T_{\Delta})^{1/3}}, \quad (5.22)$$

где $K_{KC} = \frac{c_e K_{OT}}{R_{\Delta} K_{PC}}; \quad T_{\Delta} = \frac{R_{\Delta} T_{\Delta}}{K_{PT} K_{OT} K_{TP}}.$

Однако в системе уравнений (5.22) число уравнений меньше числа рассчитываемых параметров K_{PT}, K_{PC}, T_{PC} . В качестве дополнительного может служить выражение для максимальной частоты управляющего сигнала – так называемой *резонансной*

частоты скоростного контура ω_P , которая, в зависимости от требуемого быстродействия, выбирается с учётом неполной управляемости тиристоров в пределах $\omega_P=50 \text{ с}^{-1} - 250 \text{ с}^{-1}$ [9] :

$$\omega_P = \frac{c_e R_Y}{T_\Theta} = \frac{c_e K_{PT} K_{OT} K_{ТП}}{T_Y}. \quad (5.23)$$

Последнее уравнение может служить для отыскания коэффициента усиления ПИ-регулятора тока в функции резонансной частоты $K_{PT}=f(\omega_P)$.

Таким образом, полагая, что коэффициенты А,В и частота ω_P заданы, можно приступить к синтезу регуляторов тока и скорости, согласно следующим уравнениям:

- для коэффициента усиления регулятора тока

$$K_{PT} = \frac{T_Y \omega_P}{c_e K_{OT} K_{ТП}};$$

- для постоянной времени регулятора тока $T_{PT}=T_Y$;
- для коэффициента усиления регулятора скорости

$$K_{PT} = \frac{B}{A^2} K_1,$$

где $K_1 = \frac{c_e K_{OT}^2 K_{PT} K_{ТП} T_M}{K_{OC} T_Y R_Y^2};$

- для постоянной времени регулятора скорости

$$T_{PC} = A \cdot B \cdot K_2 ,$$

где $K_2 = \frac{R_Y T_Y}{K_{OT} K_{PT} K_{ТП}}.$

Важное значение имеют координаты точки оптимального переходного процесса, работа в которой обеспечивает

минимальное время переходного процесса с перерегулированием, не превышающим 5%. На диаграмме Вышнеградского рис. 5.5 переходный процесс данного вида должен наблюдаться в точке N с координатами $A=2.06$; $B=1,31$ [7].

5.4. Динамический синтез системы методом стандартных настроек регуляторов

Построение многоконтурных систем электропривода с несколькими регуляторами в большинстве случаев осуществляется по так называемому *подчинённому принципу* [3]. Согласно данному принципу, регуляторы автоматических контуров включаются *каскадно*. В двухконтурной системе электропривода выходной сигнал регулятора более инерционной координаты (скорости) выполняет роль задающего сигнала на входе регулятора менее инерционной координаты (тока). Благодаря каскадному соединению регуляторов тока и скорости, управление системой становится возможным с помощью единого задающего сигнала $U_{ЗС}$ на входе регулятора скорости. К числу других достоинств данного принципа следует отнести возможность поэтапного синтеза регуляторов, а также простоту ограничения координат электропривода соответствующим ограничением задающих сигналов на входах регуляторов.

Представленная на рис. 5.4 модель правомерна при допущении, что все звенья системы работают на линейных участках регулировочных характеристик, то есть при условии достаточно малых отклонений координат в переходном процессе. Другое допущение не учитывает влияние на динамику внутренней обратной связи по ЭДС вращения якоря, что возможно ввиду сравнительной инерци-

онности изменения этого сигнала. Последнее делает возможным поочерёдную настройку регуляторов, которая имеет целью придание заданных динамических свойств сначала контуру тока, а затем контуру скорости.

5.5. Настройка регулятора тока на технический оптимум

Принятые допущения позволяют представить контур тока в виде автономной системы автоматического регулирования, выходная координата которого $i_{я}(t)$ не зависит от изменений выходной координаты внешнего контура скорости $\omega(t)$ (см. рис. 5.6).

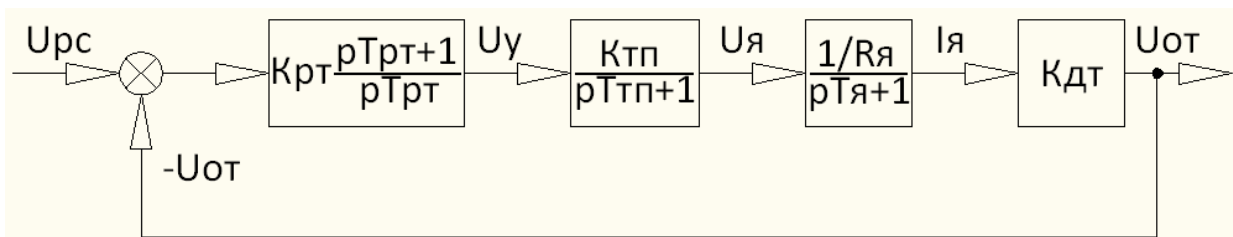


Рис. 5.6. Структурная схема контура тока при настройке на технический оптимум

Настройка на технический оптимум (ТО) имеет целью отыскание таких параметров регулятора, при которых контур тока приобретает наилучшие (оптимальные) динамические свойства. В качестве критериев оптимизации принимается *высокое быстроедействие* и наиболее приемлемое для приводов подачи токарных станков *качество переходного процесса*. В этой связи настройка на ТО направляется на решение двух основных задач:

- получение высокого быстрогодействия за счёт компенсации влияния на динамические свойства наибольшей постоянной времени контура – электромагнитной постоянной якоря $T_{я}$;

– получение приемлемого для приводов подачи качества переходного процесса с низкой колебательностью при величине пере-регулирования не более (4 – 5) %.

Для отыскания передаточной функции регулятора тока придадим передаточной функции разомкнутого контура тока желаемый вид

$$W_{\text{разл}}(p) = W_{\text{рт}}(p) \frac{K_{\text{тп}} 1/R_{\text{я}} K_{\text{от}}}{(1 + pT_{\text{тп}})(1 + pT_{\text{я}})} = \frac{1}{T_{\mu\Gamma} p(1 + pT_{\text{тп}})}, \quad (5.24)$$

где $T_{\mu\Gamma}$ – некомпенсированная постоянная времени контура тока.

Данное равенство будет выполняться при условии, если в качестве регулятора тока будет выбран ПИ-регулятор с передаточной

функцией $W_{\text{рт}}(p) = K_{\text{рт}} \frac{1 + pT_{\text{рт}}}{pT_{\text{рт}}}$. Тогда выражение (5.24)

перепишется:

$$W_{\text{разл}}(p) = \frac{K_{\text{рт}} (1 + pT_{\text{рт}}) K_{\text{тп}} 1/R_{\text{я}} K_{\text{от}}}{pT_{\text{рт}} (1 + pT_{\text{тп}})(1 + pT_{\text{я}})} = \frac{1}{T_{\mu\Gamma} p(1 + pT_{\text{тп}})}. \quad (5.25)$$

Исходя из равенства (5.25), получаем условия настройки РТ на ТО: постоянная времени ПИ-регулятора тока должна быть равна электромагнитной постоянной времени якоря $T_{\text{рт}} = R_{\text{ос}} C_{\text{ос}} = T_{\text{я}}$,

при этом коэффициент усиления регулятора должен быть рассчитан

по формуле $K_{\text{РТ}} = \frac{\Gamma_{\text{я}} T_{\text{Р}}}{K_{\text{тп}} K_{\text{от}} T_{\mu\Gamma}}$.

В результате компенсации постоянной времени $T_{\text{я}}$ этот параметр исчезает из передаточной функции замкнутого контура тока

$$W_{\text{зам}}(p) = \frac{W_{\text{рази}}(p)}{1 + W_{\text{рази}}(p)} = \frac{1}{T_{\mu\Gamma} T_{\text{ТП}} p^2 + T_{\mu\Gamma} p + 1} = \frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}. \quad (5.26)$$

Тем самым влияние $T_{\text{я}}$ на быстродействие исключается. Для достижения приемлемого качества переходных процессов необходимо, чтобы коэффициент демпфирования в передаточной функции

(5.26) был равен $\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_{\mu\Gamma}}{T_{\text{ТП}}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Это условие требует, чтобы не

скомпенсированная постоянная времени контура тока была выбра-

на равной $T_{\mu\dot{\omega}} = 2T_{\text{ТП}}$, где $T_{\text{ТП}} = \frac{1}{2} T_{\text{пульс}}$ – эквивалентная постоянная времени тиристорного преобразователя.

Уравнения настройки позволяют рассчитать параметры ПИ-регулятора тока, схема которого представлена на рис. 5.7.

$$T_{\text{рТ}} = R_{\text{ос}} C_{\text{ос}} = T_{\text{я}}; \quad K_{\text{рТ}} = \frac{R_{\text{ос}}}{R_{\text{вХ}}} = \frac{r_{\text{я}} T_{\text{р}}}{K_{\text{ТП}} K_{\text{от}} T_{\mu\Gamma}},$$

откуда, задаваясь сопротивлением $R_{\text{вХ}} = 10000 \text{ Ом}$, определим сопротивление $R_{\text{ос}}$ и ёмкость конденсатора обратной связи $C_{\text{ос}}$:

$$R_{\text{ос}} = K_{\text{рТ}} R_{\text{вХ}} [\text{Ом}];$$

$$C_{\text{ос}} = \frac{T_{\text{рТ}}}{R_{\text{ос}}} [\text{Ф}].$$

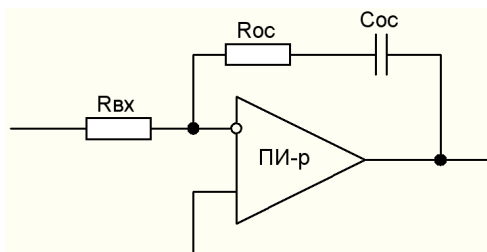


Рис. 5.7. Схема ПИ-регулятора в аналоговом исполнении

В завершение следует обратить внимание на достоинства указанного метода оптимизации. Благодаря компенсации постоянной T_J , система приобретает стандартные динамические свойства, не зависящие от указанного параметра двигателя как объекта автоматического управления. Можно показать, что независимо от T_J время нарастания тока якоря в переходном процессе будет постоянным, равным $t_n = 4.7T_{\mu T}$, а параметр колебательности (перерегулирование) так же остаётся неизменным, равным 4.3%.

5.6. Настройка регулятора скорости на симметричный оптимум

Последующая настройка регулятора скорости тем же методом потребует применения в качестве РС более простого в исполнении пропорционального П-регулятора [2]. Известно, что при наличии П-регулятора контур скорости приобретает свойства *статической САУ*, работающей с ошибкой регулирования по управляющему воздействию. Как было показано в подразделе 1.1, наличие ошибки ограничивает диапазон регулирования выходной координаты. Реально достижимое значение этого показателя в станочных электроприводах постоянного тока не превышает $D \leq 100$. Для получения более широкого диапазона контур скорости должен работать без статической ошибки регулирования, то есть превратиться в *астатическую САУ*.

Данное свойство достигается установкой на управляющем входе системы ПИ-регулятора скорости, настройка которого осуществляется на так называемый симметричный оптимум (СО) [2]. Настройка на СО также относится к стандартным методам настройки, обеспечивая независимость динамических свойств электропри-

вода от наибольшей постоянной времени привода – электромеханической постоянной двигателя T_M . При этом оптимизация электропривода достигается решением следующих задач:

- получением высокого быстродействия за счёт компенсации наибольшей электромеханической постоянной времени контура скорости T_M ;

- приданием системе свойства астатизма, позволяющего довести диапазон регулирования станочных электроприводов до уровня $D = 1000$ и более.

Структурная схема контура скорости, приведённая к виду с единичной обратной связью, изображена на рис. 5.8.

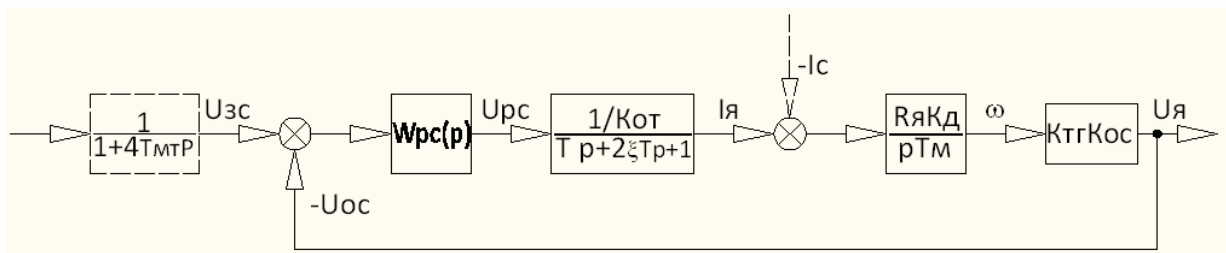


Рис. 5.8. Структурная схема контура скорости с единичной обратной связью

Из схемы видно, что внутренний контур тока является одним из звеньев внешнего контура скорости. После настройки на ТО этот контур был представлен колебательным звеном второго порядка. Однако ввиду малости одного из слагаемых знаменателя $T^2 = T_{\mu r} T_{тп} \rightarrow 0$, порядок передаточной функции контура тока может быть понижен.

С целью упрощения этот контур может быть представлен апериодическим звеном первого порядка

$$W_{зам}(p) = \frac{1/K_{от}}{T_{\mu r} T_{тп} p^2 + T_{\mu r} p + 1} \approx \frac{1/K_{от}}{1 + T_{\mu r} p}. \quad (5.27)$$

Придадим передаточной функции разомкнутого контура скорости желаемый вид:

$$W_{\text{раз}\omega}(p) = W_{\text{pc}}(p) \frac{R_{\text{я}} K_{\text{д}} K_{\text{тг}} K_{\text{oc}}}{p T_{\text{м}} K_{\text{от}} (1 + T_{\text{лт}} p)} = \frac{1 + 4T_{\text{лт}} p}{4T_{\text{лт}} p 2T_{\text{лт}} p (1 + T_{\text{лт}} p)}. \quad (5.28)$$

Указанное равенство выполняется при условии применения в контуре скорости пропорционально-интегрального регулятора с коэф-

фициентом усиления $K_{\text{pc}} = \frac{K_{\text{от}} T_{\text{м}}}{2R_{\text{я}} K_{\text{д}} T_{\text{лт}} K_{\text{тг}} K_{\text{oc}}}$ и постоянной времени

$T_{\text{pc}} = 4T_{\text{лт}}$. С учётом уравнения настройки (5.28) передаточная функция РС записывается:

$$W_{\text{pc}}(p) = K_{\text{pc}} \frac{1 + pT_{\text{pc}}}{pT_{\text{pc}}} = \frac{K_{\text{от}} T_{\text{м}} (1 + 4T_{\text{лт}} p)}{8T_{\text{лт}}^2 p R_{\text{я}} K_{\text{д}} K_{\text{тг}} K_{\text{oc}}}. \quad (5.29)$$

В результате установки ПИ-регулятора передаточная функция замкнутого контура скорости принимает вид:

$$W_{\text{зам}\omega}(p) = \frac{W_{\text{раз}\omega}(p)}{1 + W_{\text{раз}\omega}(p)} = \frac{1 + 4T_{\text{лт}} p}{1 + 4T_{\text{лт}} p + 8T_{\text{лт}}^2 p^2 + 8T_{\text{лт}}^3 p^3}. \quad (5.30)$$

Реализация РС в аналоговом исполнении осуществляется в виде схемы рис. 5.7. Параметры этой схемы задаются следующими выражениями:

$$K_{\text{pc}} = \frac{K_{\text{от}} T_{\text{м}}}{2R_{\text{я}} K_{\text{д}} T_{\text{лт}} K_{\text{тг}} K_{\text{oc}}}; T_{\text{pc}} = 4T_{\text{лт}} \quad \text{с};$$

$$R_{\text{вх}} = 10000 \text{ [Ом]}$$

$$R_{\text{oc}} = K_{\text{pc}} R_{\text{вх}} \text{ [Ом]};$$

$$C_{\text{oc}} = \frac{T_{\text{pc}}}{R_{\text{oc}}} \text{ [Ом]};$$

5.7. Расчёт переходных процессов тока и скорости по управляющему воздействию

Осуществим проверку результатов оптимизации, для чего рассчитаем кривые тока и скорости в переходном процессе. Составим для замкнутого контура скорости систему уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_{\text{упр}}(p) &= \Delta U(p) \frac{K_{\text{от}} T_{\text{м}} (1 + 4pT_{\mu\Gamma}) R_{\text{я}} K_{\text{д}}}{8pT_{\mu\Gamma}^2 R_{\text{я}} K_{\text{д}} K_{\text{тГ}} K_{\text{ос}} K_{\text{от}} (1 + T_{\mu\Gamma} p) p T_{\text{м}}} = \\ &= \Delta U(p) \frac{1 + 4pT_{\mu\Gamma}}{8T_{\mu\Gamma}^2 p^2 K_{\text{тГ}} K_{\text{ос}} (1 + T_{\mu\Gamma} p)} \quad . \quad (5.31) \\ \Delta U(p) &= U_{\text{зс}}(p) - \omega_{\text{упр}}(p) K_{\text{тГ}} K_{\text{ос}} \end{aligned} \right.$$

Осуществив подстановку второго уравнения системы (5.31) в первое, запишем выражение для скорости в функции управляющего воздействия на входе регулятора скорости:

$$\omega_{\text{упр}}(p) = U_{\text{зс}}(p) \frac{(1 + 4T_{\mu\Gamma} p) / (K_{\text{тГ}} K_{\text{ос}})}{1 + 4T_{\mu\Gamma} p + 8T_{\mu\Gamma}^2 p^2 + 8T_{\mu\Gamma}^3 p^3} \quad . \quad (5.32)$$

Подадим на управляющий вход единичное воздействие в виде ступенчатой функции $U_{\text{зс}}(p) = 1/p$. Тогда операторное изображение выходной координаты (относительной скорости) на ступенчатое воздействие запишется:

$$\omega_{\text{упр}}^*(p) = \frac{\omega_{\text{упр}}(p)}{E_3 K_3 / (K_{\text{тГ}} K_{\text{ос}})} = \frac{1 + 4T_{\mu\Gamma} p}{1 + 4T_{\mu\Gamma} p + 8T_{\mu\Gamma}^2 p^2 + 8T_{\mu\Gamma}^3 p^3} \quad (5.33)$$

Подвергая операторное выражение (5.33) обратному преобразованию Лапласа, осуществим переход к оригиналу переходной характеристики в функции времени:

$$\omega_{\text{упр}}^*(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{1 + 4T_{\mu\Gamma} p}{p + 4T_{\mu\Gamma} p^2 + 8T_{\mu\Gamma}^2 p^3 + 8T_{\mu\Gamma}^3 p^4} \right\} \quad . (5.34)$$

Анализ данного выражения указывает на значительную колебательность переходного процесса, причиной чему служит дифференцирующий бином в числителе (5.34). Для уменьшения перерегулирования на управляющем входе системы устанавливают инерционный (демпфирующий) фильтр с передаточной функцией $\frac{1}{1+4T_{\mu T} p}$. В результате взаимной компенсации постоянных фильтра и дифференцирующего бинома выражение переходного процесса принимает более приемлемый вид:

$$\begin{aligned} \omega_{\text{упр}}^*(t) &= L^{-1} \left\{ \frac{1}{p + 4T_{\mu T} p^2 + 8T_{\mu T}^2 p^3 + 8T_{\mu T}^3 p^4} \right\} = \\ &= 1 - \exp\left(\frac{-t}{2T}\right) - \frac{2\sqrt{3}}{3} \exp\left(\frac{-t}{4T}\right) \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{4T} t\right). \end{aligned} \quad (5.35)$$

Получение и расчёт данного выражения легко осуществляется с помощью программы MathCad [6]. Один из примеров этих вычислений представлен на рис. 5.9.

Аналогичным образом получим операторное выражение переходной характеристики тока. Для этого запишем систему уравнений контура тока:

$$\left\{ \begin{aligned} I_{\text{яупр}}(p) &= \Delta U(p) \frac{K_{\text{от}} T_{\text{м}} (1 + 4T_{\mu T} p)}{8T_{\mu T}^2 p R_{\text{я}} K_{\text{д}} K_{\text{тг}} K_{\text{ос}} K_{\text{от}} (1 + T_{\mu T} p)} = \\ &= \Delta U(p) \frac{T_{\text{м}} (1 + 4T_{\mu T} p)}{8T_{\mu T}^2 p R_{\text{я}} K_{\text{д}} K_{\text{тг}} K_{\text{ос}} (1 + T_{\mu T} p)} \cdot \\ \Delta U(p) &= U_{\text{зс}}(p) - I_{\text{яупр}}(p) \frac{R_{\text{я}} K_{\text{д}} K_{\text{тг}} K_{\text{ос}}}{p T_{\text{м}}} \end{aligned} \right.$$

после преобразования которой получим изображение тока в функции задающего сигнала на общем управляющем входе системы:

$$I_{\text{яупр}}(p) = U_{\text{зс}}(p) \frac{R_{\text{я}} K_{\text{д}} K_{\text{тг}} K_{\text{ос}} p(1 + 4T_{\mu\text{T}} p) p / T_{\text{M}}}{1 + 4T_{\mu\text{T}} p + 8T_{\mu\text{T}}^2 p^2 + 8T_{\mu\text{T}}^3 p^3}.$$

Принимая $U_{\text{зс}}(p) = 1/p$ и поделив (5.35) на базовое значение тока

$$I_{\text{о}} = \frac{1}{R_{\text{я}} K_{\text{д}} K_{\text{тг}} K_{\text{ос}}}, \text{ получим операторное изображение относительного тока в переходном процессе:}$$

$$I_{\text{яупр}}^*(p) = \frac{p(1 + 4T_{\mu\text{T}} p) / T_{\text{M}}}{p(1 + 4T_{\mu\text{T}} p + 8T_{\mu\text{T}}^2 p^2 + 8T_{\mu\text{T}}^3 p^3)}. \quad (5.36)$$

После установки на управляющем входе демпфирующего фильтра проведём отыскание оригинала переходной характеристики тока

$$\begin{aligned} i_{\text{яупр}}^*(t) &= L^{-1} \left\{ \frac{p/T_{\text{M}}}{p + 4T_{\mu\text{T}} p^2 + 8T_{\mu\text{T}}^2 p^3 + 8T_{\mu\text{T}}^3 p^4} \right\} = \\ &= \frac{1}{T_{\text{M}}} \left\{ \frac{\exp(-t/2T_{\mu\text{T}})}{T_{\mu\text{T}}} - \frac{\exp(-t/4T_{\mu\text{T}})}{2T_{\mu\text{T}}} \times \right. \\ &\quad \left. \times \cos\left(\frac{t\sqrt{3}}{4T_{\mu\text{T}}}\right) + \frac{\exp(-t/4T_{\mu\text{T}})}{6T_{\mu\text{T}}} \sqrt{3} \sin\left(\frac{t\sqrt{3}}{4T_{\mu\text{T}}}\right) \right\}. \end{aligned}$$

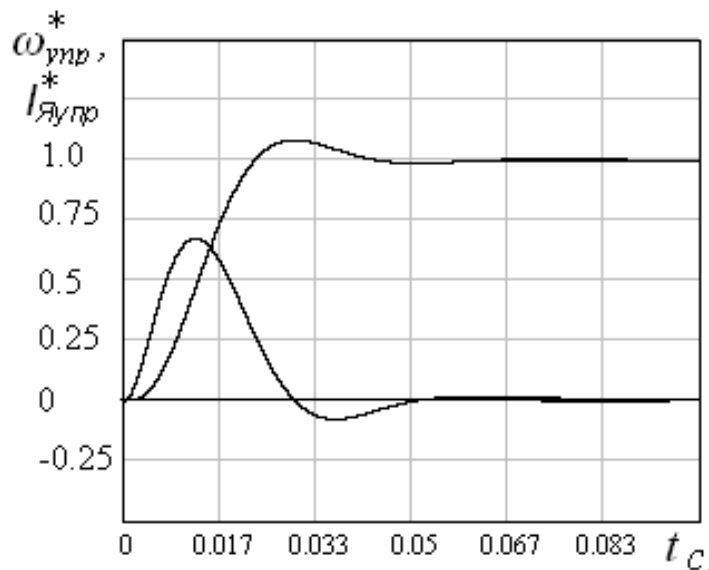


Рис. 5.9. Пример расчёта переходных процессов тока и скорости по управляющему воздействию

С помощью представленных на рис. 5.9 кривых следует оценить показатели качества переходных функций в двухконтурной САУ, заполнив табл. 5.1.

Показатели качества переходного процесса. Таблица 5.1.

	$t_{\text{пр}} \text{ с}$	$\sigma, \%$
$\omega_{\text{упр}}^*(t)$		
$\omega_{\text{упрф}}^*(t)$		
$i_{\text{яупр}}^*(t)$		

Примечание:

- 1) Время переходного процесса ($t_{\text{пр}}$) определить как интервал, в течение которого выходная координата достигает уровня 0,95 от своего установившегося значения.
- 2) Перерегулирование ($\sigma\%$) определить как отношение максимального отклонения переходной функции к установившемуся значению

$$\sigma = \frac{x_{\text{max}} - x_{\infty}}{x_{\infty}} \cdot 100\%$$

5.8. Расчёт переходных процессов тока и скорости по возмущающему воздействию

На рис. 5.10. показана структурная схема, связывающая приращение статического тока нагрузки ΔI_c и скорости $\Delta \omega$.

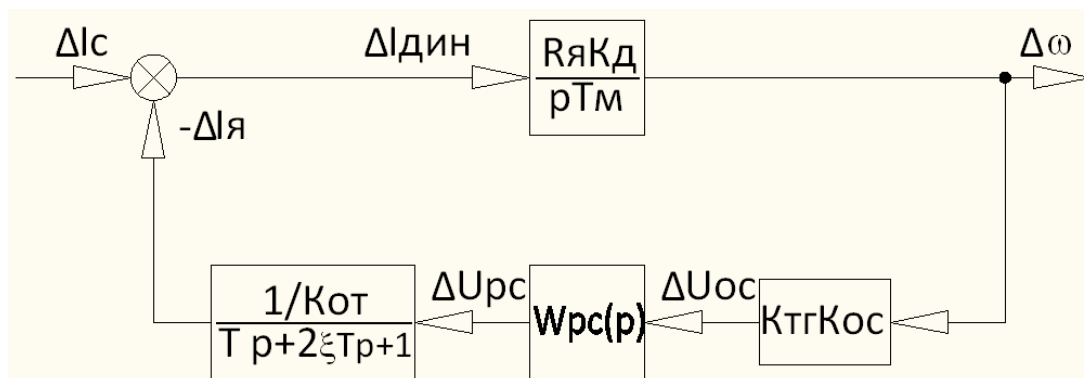


Рис. 5.10. Структурная схема для расчёта переходных процессов по возмущающему воздействию

Передаточная функция скорости по возмущающему воздействию имеет вид:

$$W_{\text{ВОЗМ}}(p) = \frac{-\Delta\omega_{\text{ВОЗМ}}(p)}{\Delta I_C(p)} = \frac{-8R_{\text{я}}K_{\text{д}}T_{\mu\Gamma}^2 p(1+T_{\mu\Gamma}p)}{1+4T_{\mu\Gamma}p+8T_{\mu\Gamma}^2 p^2+8T_{\mu\Gamma}^3 p^3}. \quad (5.37)$$

Скорость в операторной форме:

$$\Delta\omega_{\text{âiçi}}(p) = \Delta I_C(p) \frac{-8R_{\text{я}}K_{\text{д}}T_{\mu\Gamma}^2 p/T_M(1+T_{\mu\Gamma}p)}{1+4T_{\mu\Gamma}p+8T_{\mu\Gamma}^2 p^2+8T_{\mu\Gamma}^3 p^3}. \quad (5.38)$$

Принимая $\Delta I_C(p)=1/p$, получим относительное изменение мгновенной скорости в операторной форме в переходном процессе:

$$\Delta\omega^*_{\text{ВОЗМ}}(p) = \frac{-\Delta\omega_{\text{ВОЗМ}}(p)}{\Delta\omega_C} = \frac{-T_{\mu\Gamma}(1+T_{\mu\Gamma}p)}{1+4T_{\mu\Gamma}p+8T_{\mu\Gamma}^2 p^2+8T_{\mu\Gamma}^3 p^3}, \quad (5.39)$$

где $\Delta\omega_C = 8\Delta I_C(p)R_{\text{я}}K_{\text{д}}T_{\mu\Gamma}/T_M$ – установившаяся просадка скорости под воздействием тока нагрузки ΔI_C .

Переход от операторного изображения скорости к оригиналу позволяет получить переходную характеристику скорости по возмущающему воздействию

$$\begin{aligned} \Delta\omega^*_{\text{ВОЗМ}}(t) &= L^{-1}\left\{\frac{-T_{\mu\Gamma}(1+T_{\mu\Gamma}p)}{1+4T_{\mu\Gamma}p+8T_{\mu\Gamma}^2 p^2+8T_{\mu\Gamma}^3 p^3}\right\} = \\ &= \frac{1}{4}\left(e^{-t/2T_{\mu\Gamma}} - e^{-t/4T_{\mu\Gamma}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{4T_{\mu\Gamma}}t\right) + e^{-t/4T_{\mu\Gamma}} \sqrt{3} \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{4T_{\mu\Gamma}}t\right)\right). \end{aligned} \quad (5.40)$$

Исходя из структурной схемы рис.5.10, получаем передаточную функцию тока по возмущающему воздействию:

$$W_{\text{ВОЗМ}}(p) = \frac{\Delta I_{\text{яВОЗМ}}(p)}{\Delta I_C(p)} = \frac{1+4T_{\mu\Gamma}p}{1+4T_{\mu\Gamma}p+8T_{\mu\Gamma}^2 p^2+8T_{\mu\Gamma}^3 p^3}. \quad (5.41)$$

Аналогичным образом, задавая $\Delta I_C(p)=1/p$, получаем переходную

характеристику тока якоря по возмущающему воздействию

$$\Delta i_{\text{я}}^*(t) = L^{-1} \left\{ \frac{(1 + T_{\mu T} p)}{p(1 + 4T_{\mu T} p + 8T_{\mu T}^2 p^2 + 8T_{\mu T}^3 p^3)} \right\} =$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \left(e^{-t/2T_{\mu T}} + e^{-t/4T_{\mu T}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{4T_{\mu T}} t\right) + e^{-t/4T_{\mu T}} \sqrt{3} \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{4T_{\mu T}} t\right) \right). \quad (5.42)$$

Вычисленные с помощью зависимостей (5.40), (5.42) графики переходных процессов приведены на рис. 5.11.

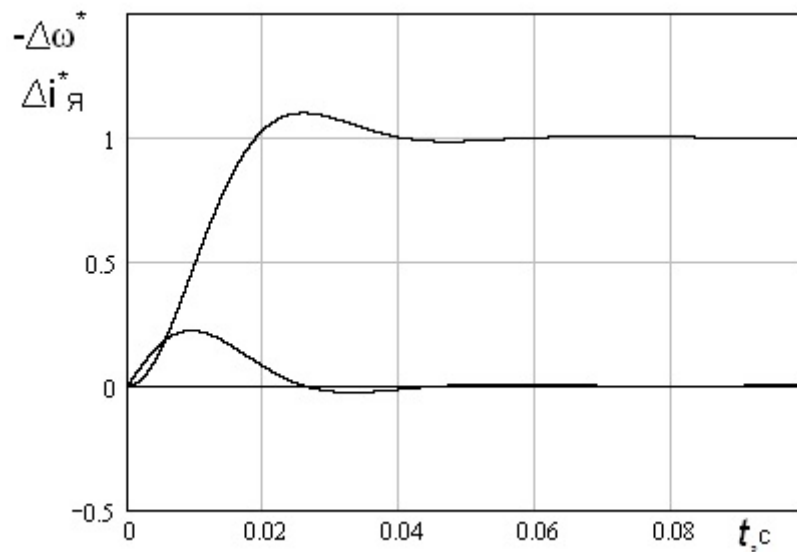


Рис. 5.11. Пример расчёта приращений тока и скорости в переходном процессе по возмущающему воздействию (при $T_{\mu T} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ с}$)

6. ПРИМЕР РАСЧЁТА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Построение систем регулируемого электропривода переменного тока характеризуется многообразием принципов работы исполнительных электродвигателей (синхронных, асинхронных, вентильных, вентильно-индукторных и т. д.), а также способов регулирования выходных координат (частоты вращения и электромагнитного момента). Наибольшее признание, благодаря сравнительной простоте и возможности повторения регулировочных свойств электродвигателей постоянного тока, получают системы асинхронного частотно-регулируемого электропривода на основе скалярного или векторного [4] принципов управления.

6.1. Скалярная система частотного «u / f»-регулирования скорости асинхронного электродвигателя с помощью двухзвенного преобразователя частоты

Основным предназначением частотного «u/f»-регулирования асинхронного двигателя (АД) служит плавное регулирование скорости ротора с поддержанием требуемой величины электромагнитного момента. С этой целью изменение частоты «f» сопровождается одновременным изменением напряжения «u» статорных обмоток АД. В схеме двухзвенного преобразователя частоты (ПЧ) (см. рис. 6.1) регулирование напряжения осуществляется в функции задающего сигнала X_U с помощью звена УВ, а частоты – в функции задающего сигнала X_f с помощью звена АИН.

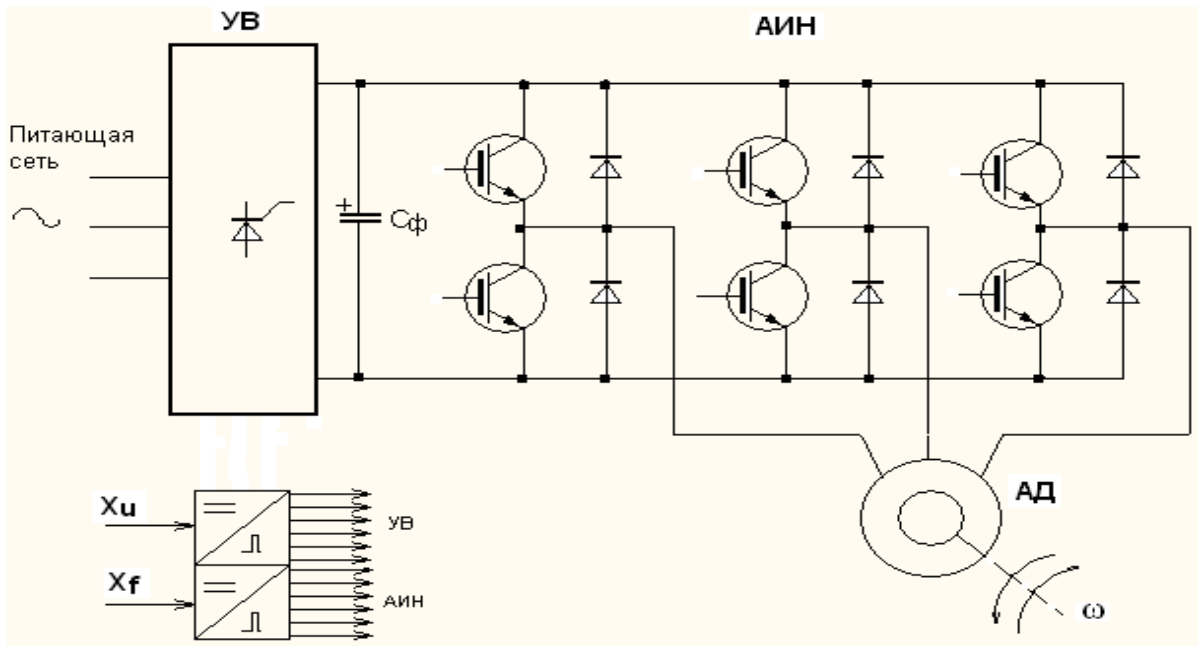


Рис. 6.1. Обобщённая схема силовых и управляющих цепей частотно-регулируемого электропривода: УВ – управляемый выпрямитель; АИН - автономный инвертор напряжения; АД – асинхронный электродвигатель; X_u , X_f – сигналы задания напряжения и частоты на выходе ПЧ

6.2. Получение передаточной функции преобразователя частоты по каналу регулирования напряжения

Исходя из устройства и принципа действия ПЧ следует, что его быстродействие при обработке задания X_f выше, чем задания X_u . Инерционность процессов в канале регулирования напряжения объясняется влиянием индуктивности цепей $L_{ЭК}$ со стороны сетевого входа и ёмкости конденсатора C_ϕ на выходе УВ. Представленная на рис. 6.2 схема замещения ПЧ позволяет учесть влияние этих элементов в предположении, что УВ является линейным непрерывным звеном САУ с передаточной функцией, зависящей от эквивалентной индуктивности $L_{ЭК}$ и активного сопротивления $R_{ЭК}$ сетевого трансформатора, в то время как АИН является

безынерционным звеном с коэффициентом усиления, равным коэффициенту преобразования напряжения инвертора K_{IU} .

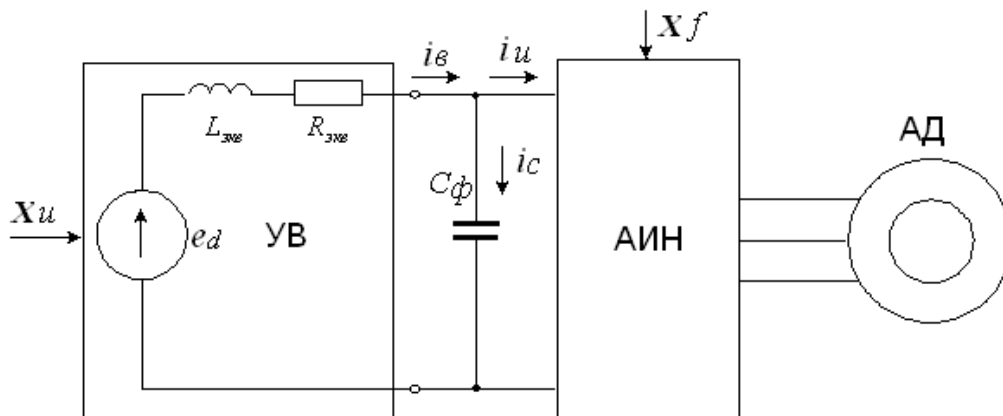


Рис. 6.2. Расчётная схема замещения двухзвенного преобразователя частоты

Принятые допущения позволяют записать исходные дифференциальные уравнения ПЧ для приращений переменных

$$\Delta e_d = \Delta i_g R_{\text{экв}} + L_{\text{экв}} \frac{di_g}{dt} + \Delta U_c;$$

$$\Delta i_c = C \frac{d\Delta U_c}{dt};$$

$$\Delta i_g = \Delta i_u + \Delta i_c.$$

Принимая $p = d/dt$, перепишем эти уравнения в операторной форме

$$\Delta e_d(p) = \Delta i_g(p)(R_{\text{экв}} + pL_{\text{экв}}) + \Delta U_c(p);$$

$$\Delta i_c = C\Delta U_c(p)p;$$

$$\Delta i_g = \Delta i_u(p) + \Delta i_c(p).$$

В соответствии с данными уравнениями на рис. 6.3 изображена структурная схема ПЧ, входным управляющим воздействием которой служит сигнал задания напряжения ΔX_U , а выходной координатой – основная составляющая фазного напряжения статора ΔU_1 . В соответствии с принятым допущением УВ на данной схеме представлен апериодическим звеном 1-го порядка с постоянной времени T_B , равной половине периода пульсаций выпрямленного напряжения $T_B = \pi / m\omega_c = 1.5 \text{с}^{-3}$ [2]. В случае управления АИН по закону $\lambda = \pi$ [9], выходное напряжение пропорционально напряжению конденсатора

фильтра $\Delta U_1 = \Delta U_c \cdot K_{\text{ПР}}$, где $K_{\text{ПР}} = 2^{0.5}/3$. Возмущающим воздействием в данной схеме служит основная составляющая тока статора Δi_1 (см. рис. 6.3) [9].

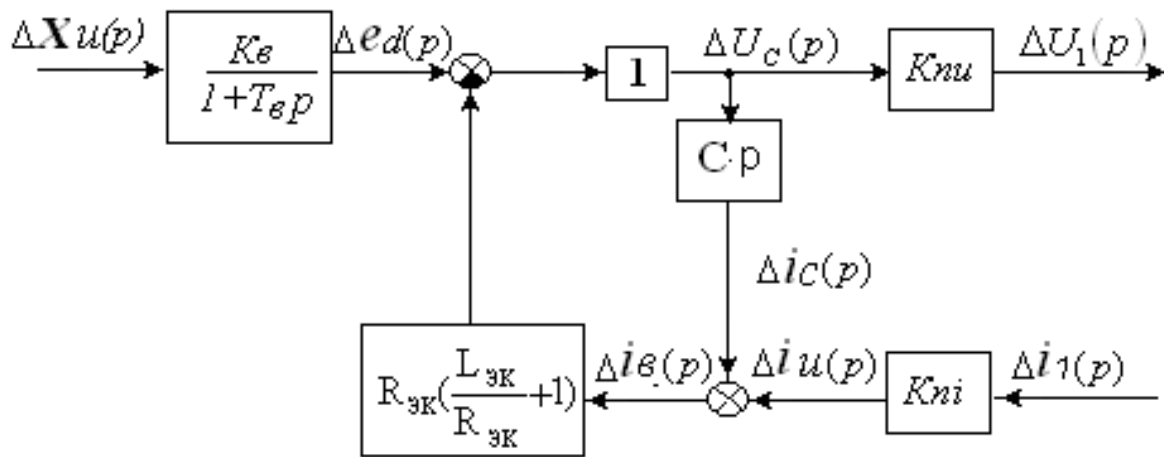


Рис. 6.3. Структурная схема двухзвенного преобразователя частоты (канал регулирования напряжения)

6.3. Расчёт статических характеристик разомкнутой системы асинхронного электропривода

Известно, что вид статических характеристик САУ во многом определяется формой характеристик главного нелинейного звена системы, каким является асинхронный электродвигатель. Поэтому при анализе статических свойств системы ограничимся построением механических характеристик АД, что при частотном регулировании возможно в диапазоне скоростей, как меньших, так и больших номинального значения. Для этого воспользуемся известным выражением зависимости электромагнитного момента от скольжения $M(s)$ при варьируемых значениях частоты $f = \text{var}$, напряжения статора $U_{\text{ф.с}} = \text{var}$ и синхронной скорости холостого хода $N_c f^* = \text{var}$ [3]

$$M = \frac{28,6 \cdot U_{\phi.c.}^2 \cdot \frac{r_p'}{s}}{N_c f^* \cdot \left[\left(r_c + \frac{r_p'}{s} \right)^2 + (x_c + x_p')^2 \right]}, \quad (6.1)$$

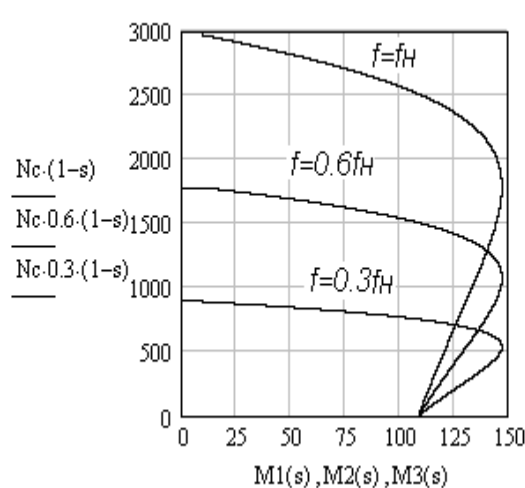
где M – электромагнитный момент (Н·м); $U_{\phi.c.n}$ – номинальное фазное напряжения статора (В); N_c – синхронная скорость двигателя (об/мин.); r_p', x_p', r_c, x_c – активные и реактивные сопротивления схемы замещения (Ом); s – скольжение.

Уравнение (6.1) позволяет построить семейство механических характеристик двигателя при одновременном изменении напряжения и частоты. Согласно закону М.П. Костенко, использование асинхронного двигателя по моменту будет наиболее полным, если отношение напряжения $U_{\phi.c}$ и частоты f в процессе регулирования скорости будет учитывать изменения статического момента

$$\frac{U_{\phi.c}^*}{f^*} = \sqrt{M_c^*}. \quad (6.2)$$

При этом возможны следующие варианты « u / f » регулирования:

а) Регулирование при постоянстве момента $M_c = \text{const}$ (рис.6.4).



$$M1(s) := \frac{28,6 \cdot U_c^2 \cdot \frac{0,5}{s}}{N_c \cdot \left[\left(0,3 + \frac{0,5}{s} \right)^2 + (0,8 + 0,4)^2 \right]} ;$$

$$M2(s) := \frac{28 \cdot (U_c \cdot 0,6)^2 \cdot \frac{0,5}{s}}{N_c \cdot 0,6^2 \cdot \left[\left(0,3 + 1 \cdot \frac{0,5}{s} \right)^2 + (0,8 + 0,4)^2 \right]} ;$$

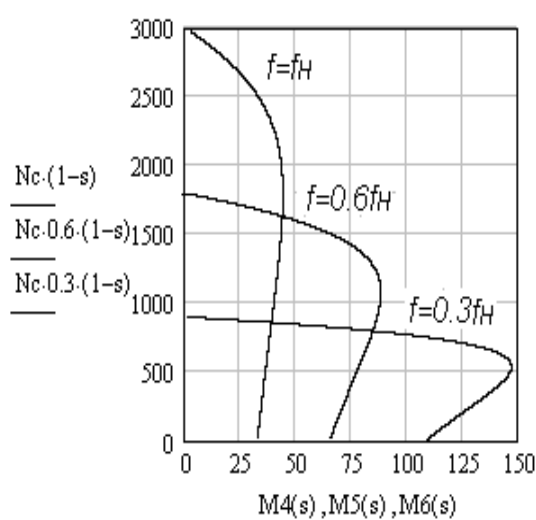
$$M3(s) := \frac{28 \cdot (U_c \cdot 0,3)^2 \cdot \frac{0,5}{s}}{N_c \cdot 0,3^2 \cdot \left[\left(0,3 + 1 \cdot \frac{0,5}{s} \right)^2 + (0,8 + 0,4)^2 \right]} .$$

Рис. 6.4. Механические характеристики АД при регулировании с постоянством перегрузочной способности $M_k = \text{const}$

Областью практического применения данного закона регулирования могут служить электроприводы подачи металлорежущих станков, так как известно, что изменение скорости подачи от нуля до номинала сопровождается в этих механизмах пропорциональным изменением мощности резания металла при постоянстве момента статической нагрузки на валу электродвигателя [4].

б) Регулирование при постоянстве мощности нагрузки

$$P_c^* = M_c^* \cdot \omega = \text{const} \text{ (рис. 6.5).}$$



$$M4(s) := \frac{28.6 \cdot (U_c \cdot 1)^2 \cdot \frac{0.5}{s}}{N_c \left[\left(0.3 + 1 \cdot \frac{0.5}{s} \right)^2 + (0.8 + 0.4)^2 \right]};$$

$$M5(s) := \frac{28 \cdot \left(U_c \cdot \frac{1}{0.6} \right)^2 \cdot \frac{0.5}{s}}{N_c \left[\left(0.3 + 1 \cdot \frac{0.5}{s} \right)^2 + (0.8 + 0.4)^2 \right]^2};$$

$$M6(s) := \frac{28 \cdot \left(U_c \cdot \frac{1}{0.3} \right)^2 \cdot \frac{0.5}{s}}{N_c \left[\left(0.3 + 1 \cdot \frac{0.5}{s} \right)^2 + (0.8 + 0.4)^2 \right]}.$$

Рис. 6.5. Механические характеристики АД при регулировании с постоянством потребляемой мощности $P_c = \text{const}$

Пример такого регулирования иллюстрируют механические характеристики на рис. 6.5. Областью практического применения данного закона регулирования могут служить электроприводы главного движения металлорежущих станков, так как известно, что изменение линейной скорости резания при торцевом точении заготовки сопровождается в этих механизмах обратно-пропорциональным изменением момента статической нагрузки при постоянстве потребляемой электродвигателем мощности [4].

в) Регулирование АД при вентиляторной нагрузке (см. рис. 6.6).

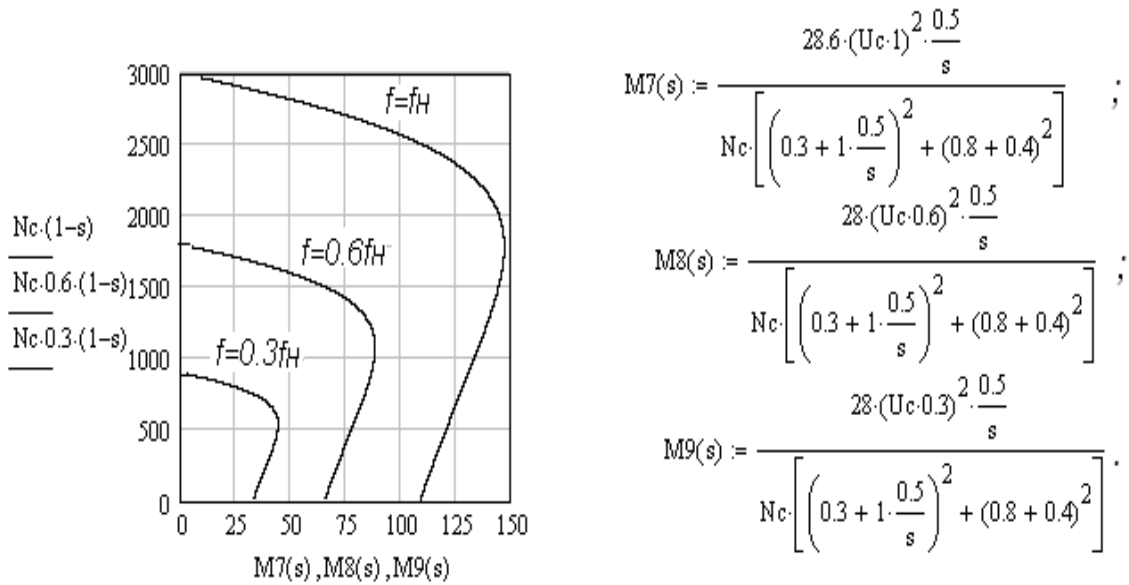


Рис. 6.6. Механические характеристики АД, отвечающие условиям регулирования турбомеханизмов (вентиляторов, насосов, компрессоров и т.д.)

6.4. Преобразование структурной схемы частотно-регулируемого электропривода

Полученные ранее математические модели ПЧ и АД позволяют представить общую структурную схему системы автоматического управления частотно-регулируемым электроприводом (см. рис. 6.7).

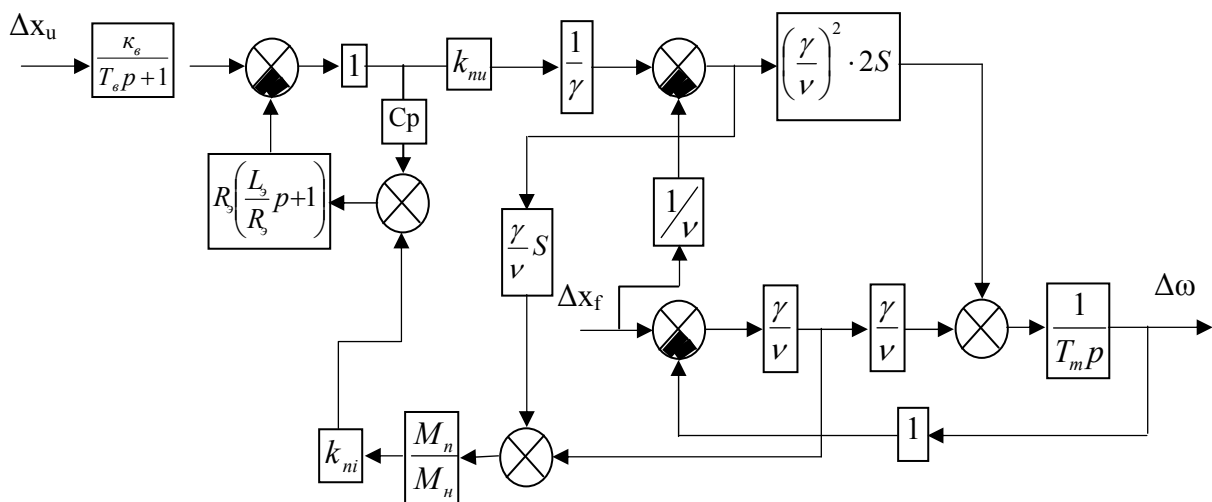


Рис. 6.7. Исходная структурная схема системы «ПЧ – АД»

Важным этапом исследования данной системы служит получение передаточных функций по каналам регулирования напряжения и частоты. Традиционное решение данной задачи предполагает поэтапное упрощение исходной структурной схемы системы путём замены нескольких звеньев одним звеном с некой эквивалентной передаточной функцией. Менее трудоёмким способом получения передаточной функции может оказаться изображение структурной схемы в виде сигнального графа с последующим применением формулы Мэсона.

Получим передаточную функцию системы по каналу регулирования напряжения $W_u(p) = \frac{\Delta\omega(p)}{\Delta x_u(p)}$ при условии $\Delta x_f = 0, \Delta M_c = 0$.

Этап первый, предполагающий введение следующих обозначений:

$$W_1 = \frac{K\beta}{1 + T_B p}; \quad W_2 = R_\Omega \left(\frac{L_\Omega}{R_\Omega} p + 1 \right); \quad W_3 = K_{Pi} \frac{M_{II}}{M_H}; \quad (6.3)$$

$$W_4 = K_{PIU} \frac{1}{\gamma}; \quad W_5 = 2s \left(\frac{\gamma}{\nu} \right)^2; \quad W_6 = s \frac{\gamma}{\nu}; \quad W_7 = W_8 = \frac{\gamma}{\nu}; \quad W_9 = \frac{1}{T_m p},$$

в результате чего структурную схему можно перерисовать в общепринятом виде, показанном на рис. 6.8:

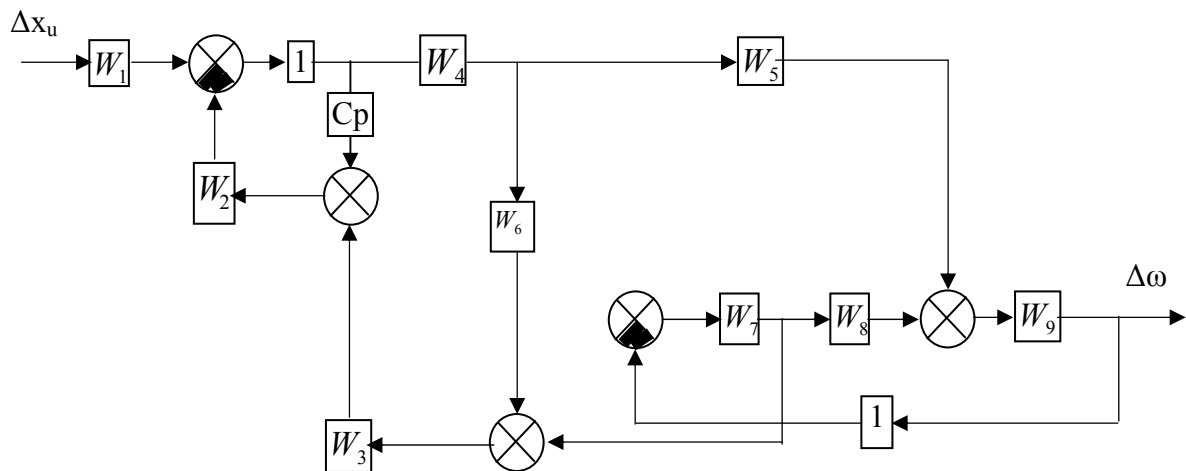


Рис. 6.8. Первый этап преобразования исходной схемы «ПЧ – АД»

Этап второй, состоящий в исключении одного из сумматоров и, соответственно, появлении звеньев $W_2 \cdot C_p$; $W_2 \cdot W_3$:

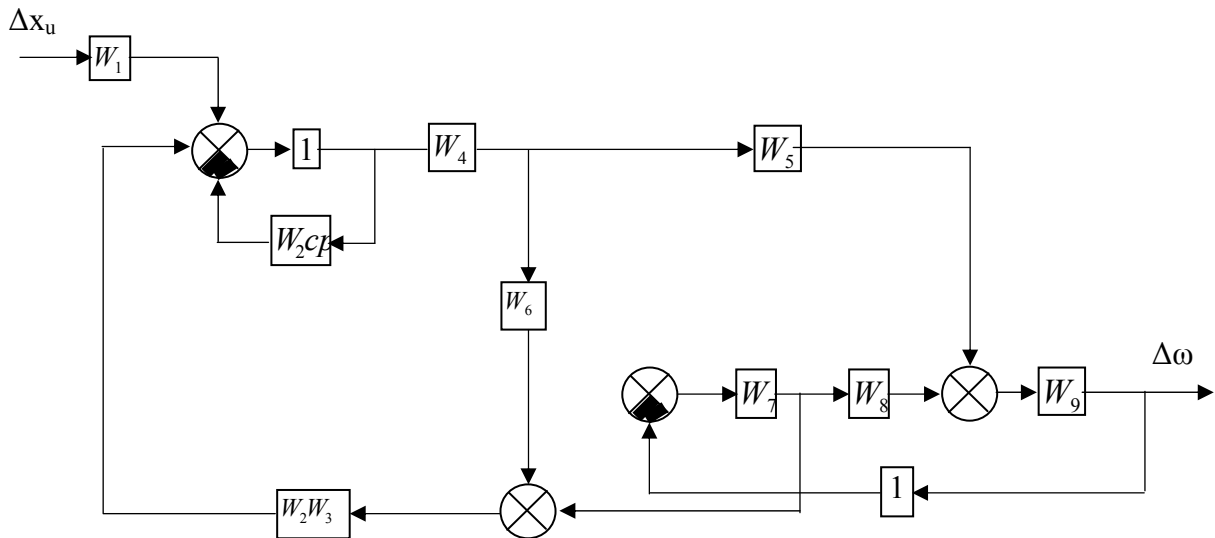


Рис. 6.9. Второй этап преобразования структурной схемы «ПЧ – АД»

Этап третий, состоящий в замене встречно-параллельных звеньев эквивалентным звеном с передаточной функцией $\frac{1}{W_2 \cdot C_p}$:

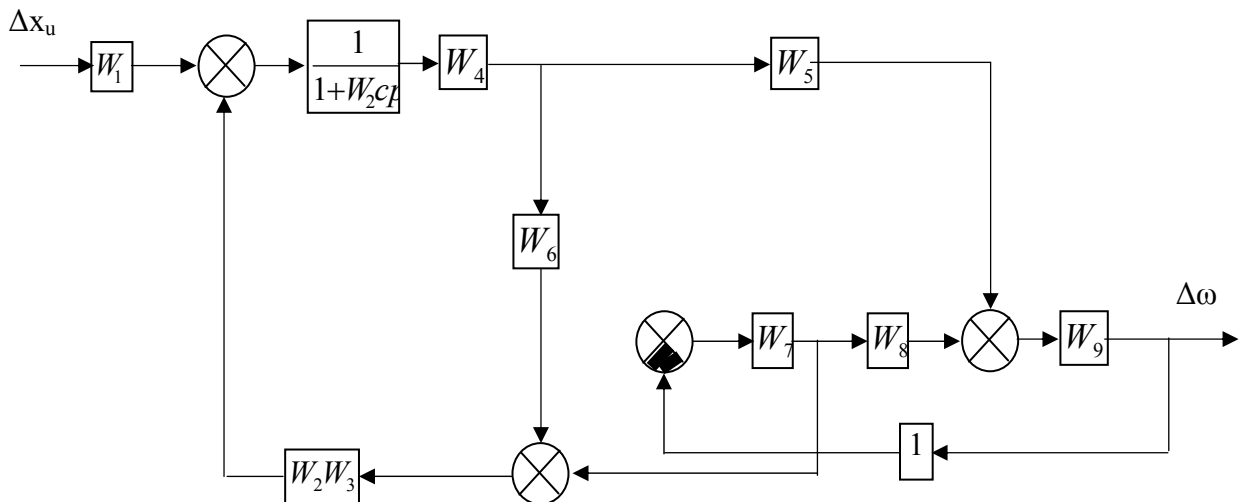


Рис. 6.10. Третий этап преобразования структурной схемы «ПЧ – АД»

Этап четвёртый, предусматривающий упрощение структурной схемы путём объединения и эквивалентной замены одних компонентов на другие:

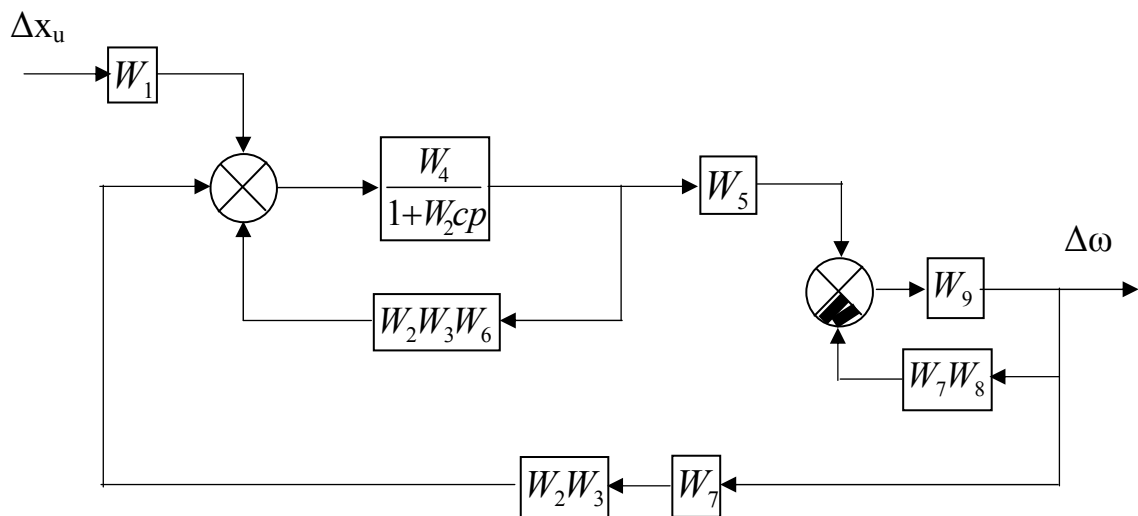


Рис. 6.11. Четвёртый этап преобразования структурной схемы «ПЧ – АД»

Этап пятый, продолжающий объединение встречно-параллельных звеньев на основе известных правил:

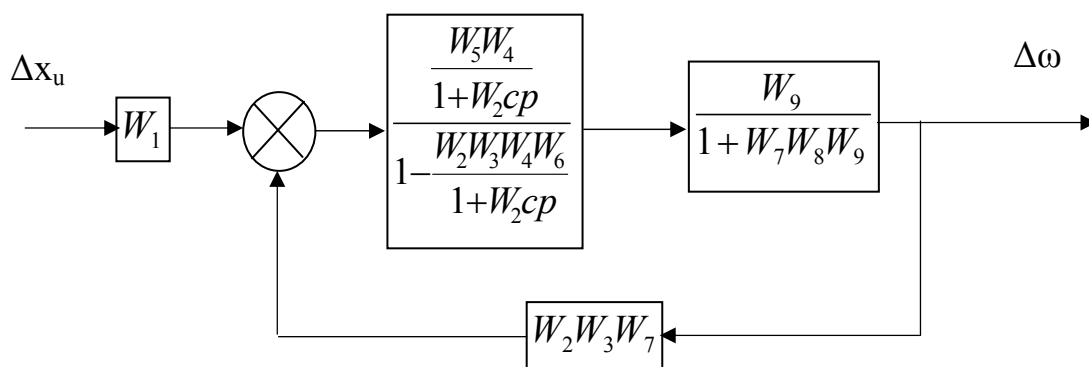


Рис. 6.12. Пятый этап преобразования структурной схемы «ПЧ – АД»

Этап шестой, завершающий отыскание эквивалентной передаточной функции системы с обратной связью:

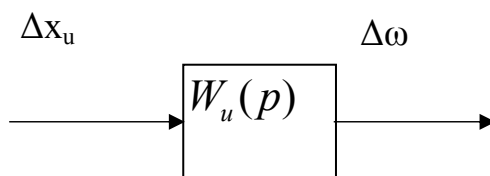


Рис. 6.13. Шестой этап преобразования структурной схемы «ПЧ – АД»

Результатом преобразований явилось звено, передаточная функция которого представляет собой искомую передаточную функцию системы «ПЧ-АД по каналу регулирования напряжения статора

$$W_u = \frac{W_1 W_4 W_5 W_9}{(1 + W_2 c p - W_2 W_3 W_4 W_6)(1 + W_7 W_8 W_9) - W_2 W_3 W_4 W_5 W_7 W_9}. \quad (6.4)$$

С учётом ранее введённых обозначений (4.3) данное выражение приводится к стандартному виду дробно-рациональной функции

$$W_u(p) = \frac{b_0}{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}, \quad (6.5)$$

где $b_0 = K_B \cdot W_4 \cdot W_5$;

$$a_0 = W_7 W_8 - W_3 W_4 W_6 W_7 W_8 R_9 - W_3 W_4 W_5 W_7 R_9;$$

$$a_1 = W_7 W_8 R_9 C - W_3 W_4 W_6 T_m R_9 - W_3 W_4 W_6 W_7 W_8 R_9 (T_9 + T_B) \Rightarrow \\ \Rightarrow -W_3 W_4 W_5 W_7 R_9 (T_9 + T_B) + W_7 W_8 T_B + T_m;$$

$$a_2 = W_7 W_8 R_9 C (T_9 + T_B) + R_9 C T_m - W_3 W_4 W_6 (R_9 T_9 T_m + T_B T_m) \Rightarrow \\ \Rightarrow +W_7 W_8 R_9 T_9 T_m - W_3 W_4 W_5 W_7 R_9 T_9 T_B + T_B T_m;$$

$$a_3 = R_9 C (T_9 T_m + T_B T_m + W_7 W_8 T_9 T_B) - W_3 W_4 W_6 R_9 T_9 T_m T_B;$$

$$a_4 = R_9 C T_9 T_m T_B.$$

6.5. Проверка устойчивости системы ПЧ-АД

Устойчивость является обязательным условием работоспособности частотно-регулируемого электропривода. Как отмечалось в п.4, необходимым и достаточным условием устойчивости САУ служат *отрицательные корни* характеристического уравнения. Проверка устойчивости возможна без трудоёмкого вычисления корней характеристического уравнения. Для этого разработаны специальные *критерии устойчивости* (алгебраические и частотные).

6.5.1. Проверка устойчивости системы критерием Михайлова

Данный критерий позволяет судить об устойчивости САУ по виду характеристического годографа на комплексной плоскости [1]. Получим характеристический годограф системы ПЧ-АД, осуществив в выражении знаменателя передаточной функции (6.5) замену оператора Лапласа на комплексную частоту управляющего сигнала $p=j\omega$

$$A(j\omega) = \text{Re}(A(\omega)) + j\text{Im}(A(\omega)), \quad (6.6)$$

где $\text{Re}(A(\omega)) = a_4\omega^4 - a_2\omega^2 + a_0$ – вещественная часть годографа;

$$\text{Im}(A(\omega)) = j(-a_3\omega^3 + a_1\omega) \text{ – мнимая часть годографа.}$$

Задаваясь параметрами системы (6.3), меняя частоту $\omega = 0 \div \infty$, получим с помощью (6.6) характеристический годограф частотно-регулируемого электропривода (см. рис. 6.5).

Видно, что при нулевой частоте $\omega = 0$ рабочая точка располагается на вещественно-положительной полуоси графика. Увеличение частоты $\omega \rightarrow \infty$ сопровождается перемещением рабочей точки против часовой стрелки с последовательным прохождением 1, 2, ... 4-го квадрантов комплексной плоскости. При этом число чередуемых квадрантов оказывается равным порядку характеристического уравнения системы ($n=4$), что и является признаком устойчивости системы.

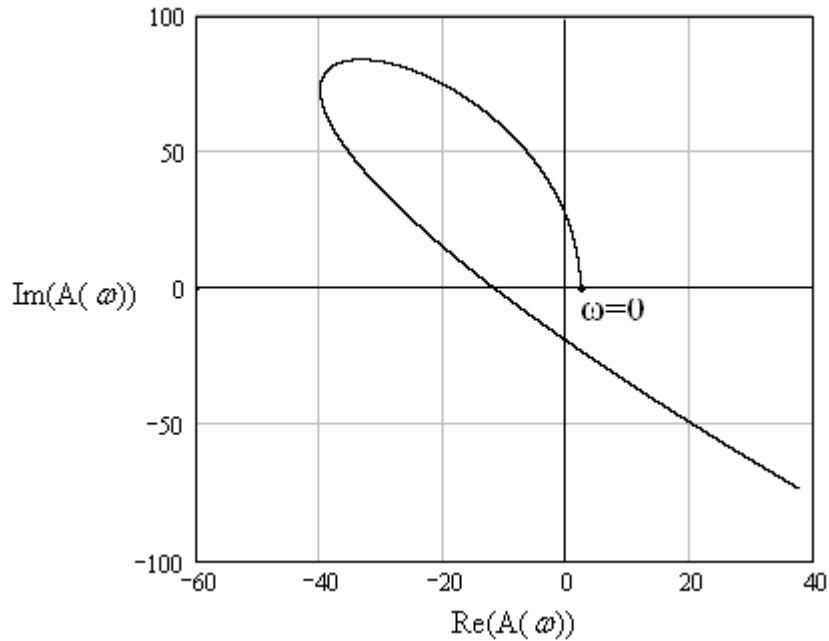


Рис. 6.5. Проверка устойчивости системы ПЧ-АД с помощью характеристического годографа Михайлова при следующих параметрах: $C=5 \cdot 10^{-4}$ Ф, $R_3=0.5$ Ом, $K_B=100$, $T_B=0.0015$ с, $T_3=0.02$ с, $T_m=0.5$ с, $\gamma=0.8$, $\nu=1.0$

6.5.2. Проверка устойчивости системы критерием Найквиста

Большим признанием пользуется критерий Найквиста, позволяющий судить об устойчивости САУ в замкнутом единичной обратной связи состоянии с помощью АФХ той же САУ в разомкнутом состоянии [1]. Перепроверим устойчивость рассматриваемой системы ПЧ-АД с помощью критерия Найквиста. Осуществляя, как и ранее замену $p=j\omega$, получим с помощью (4.6) АФХ разомкнутой САУ

$$W_u(j\omega) = \frac{b_0}{a_4(j\omega)^4 + a_3(j\omega)^3 + a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0}. \quad (6.7)$$

Расчёты проведём при тех же коэффициентах характеристического уравнения a_0, a_1, \dots, a_4 . Изменяя частоту $\omega=0 \div \infty$, построим с помощью (6.7) годограф АФХ системы ПЧ-АД на комплексной плоскости (см. рис. 4.6). Можно видеть, что при увеличении частоты

$\omega \rightarrow \infty$ годограф АФХ приближается к началу координат комплексной плоскости, не охватывая критической точки $[-1; j0]$, что и является подтверждением устойчивости рассматриваемой системы.

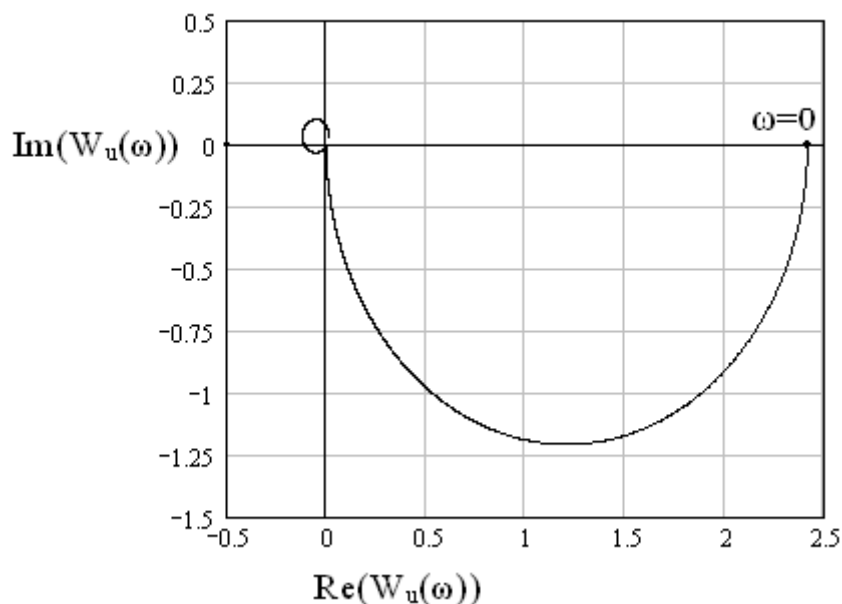


Рис. 6.5. Проверка устойчивости системы ПЧ-АД по критерию Найквиста с помощью АФХ разомкнутой САУ

6.6. Настройка системы электропривода ПЧ-АД на технический оптимум

Как отмечалось в п.3.4, настройка на технический оптимум получает широкое применение в электроприводах постоянного и переменного тока, обеспечивая высокое быстродействие при малой колебательности переходного процесса. Условием настройки служит наличие передаточной функции САУ в разомкнутом состоянии. Осуществляя в полученном выражении (6.5) замену оператора $p=j\omega$, запишем выражение частотной характеристики системы ПЧ-АД

$$W_u(\omega) = \frac{b_0}{a_4(j\omega)^4 + a_3p = (j\omega)^3 + a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} = \\ = \operatorname{Re}(W_u(\omega)) + j \operatorname{Im}(W_u(\omega)). \quad (6.8)$$

Наглядным отображением динамических свойств САУ служит логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) системы, расчёт которой ведётся с помощью зависимости

$$L_u(\omega) = 20 \lg \sqrt{\operatorname{Re}(W_u(\omega))^2 + \operatorname{Im}(W_u(\omega))^2}. \quad (6.9)$$

Построенная с помощью (6.9) исходная кривая ЛАЧХ системы приведена на рис.6.6. Для получения асимптотической ЛАЧХ исходную кривую аппроксимируем двумя прямыми линиями со стандартным наклоном -20 дБ/дек и -40 дБ/дек.

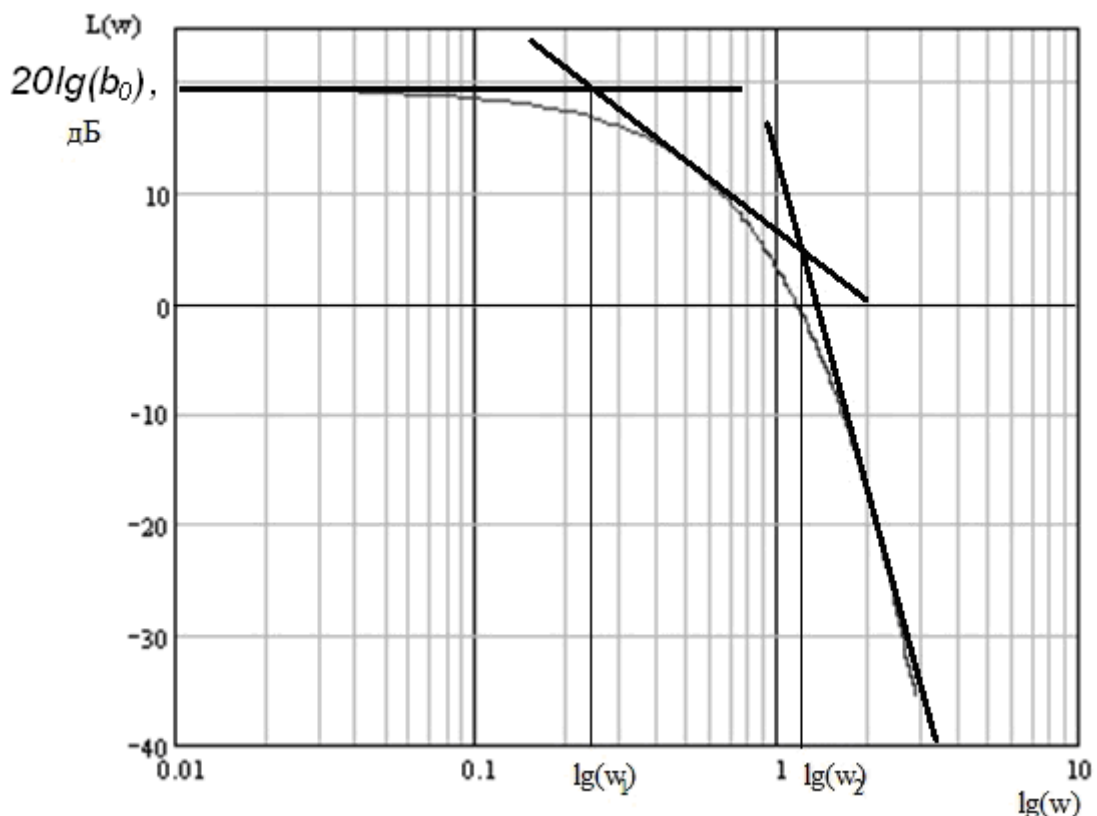


Рис. 4.6. Получение асимптотической ЛАЧХ системы ПЧ-АД

Асимптотической ЛАЧХ соответствует передаточная функция апериодического звена второго порядка

$$W_{\text{вх}}(p) = \frac{b_0}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}, \quad (6.10)$$

постоянные времени которого определяются в точках сопряжения асимптот $T_1 = 1/\omega_1$, $T_2 = 1/\omega_2$. Динамические свойства этого звена определяются большей постоянной времени $T_1 > T_2$. Полученная передаточная функция разомкнутого контура скорости (6.10) может быть использована для отыскания параметров регулятора скорости (РС).

Согласно рассмотренной в п.3.4 методике, главной задачей РС служит компенсация наибольшей постоянной времени контура T_1 . Для этого придадим передаточной функции разомкнутого контура желаемый вид, в котором отсутствует T_1 :

$$W_{\text{раз}}(p) = W_{\text{pc}}(p) \frac{b_0}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} = \frac{1}{T_{\mu c} p (1 + T_2 p)}. \quad (6.11)$$

Равенство (6.11) выполняется, если в качестве РС применить пропорционально-интегральный (ПИ) регулятор с передаточной функцией следующего вида

$$W_{\text{pc}}(p) = \frac{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}{b_0 T_{\mu c} p (1 + T_2 p)} = K_{\text{PC}} \frac{1 + T_{\text{pc}} p}{T_{\mu c} p}, \quad (6.12)$$

где $T_{\text{PC}} = T_1$, $K_{\text{PC}} = 1/b_0$, $T_{\text{PC}} = T_1$ – коэффициент усиления и постоянная времени ПИ-регулятора; $T_{\mu c}$ – не скомпенсированная постоянная времени контура скорости.

Получим передаточную функцию замкнутого контура скорости

$$W_{зам}(p) = \frac{W_{зам}(p)}{1 + W_{зам}(p)} = \frac{1}{T_2 T_{\mu c} p^2 + T_{\mu c} p + 1} =$$

$$= \frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}, \quad \text{где} \quad T = \sqrt{T_2 T_{\mu c}}; \quad (6.13)$$

$$\xi = \sqrt{T_{\mu c}} / 2\sqrt{T_2}.$$

Задаваясь оптимальным значением коэффициента демпфирования

$\xi = \sqrt{T_{\mu c}} / 2\sqrt{T_2} = 1/\sqrt{2}$, следует вычислить не скомпенсированную постоянную времени в передаточной функции замкнутого контура скорости $T_{\mu c} = 2T_2$. Расчёт завершается построением переходного процесса, согласно выражению (6.14)

$$\omega(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W_{зам}(p)}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)} \right\} =$$

$$= 1 + T \frac{\exp(-\xi t / T)}{(\xi - 1)(\xi + 1)} \cdot \frac{(1 - \xi^2)^{0.5}}{T} \cdot \xi \sin\left(\left(\frac{(1 - \xi)(1 + \xi)}{T^2}\right)^{0.5} \cdot t\right) +$$

$$+ \frac{\exp(-\xi t / T)}{(\xi - 1)(\xi + 1)} \cdot \cos\left(\left(\frac{(1 - \xi)(1 + \xi)}{T^2}\right)^{0.5} \cdot t\right) (1 - \xi^2). \quad (6.14)$$

Результаты курсового проектирования формулируются в конце пояснительной записки в виде кратких выводов и рекомендаций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные с помощью данного методического руководства знания и навыки призваны помочь будущим специалистам в решении теоретических и прикладных задач, связанных с эксплуатацией современных электроприводов в составе автоматизированных систем управления технологическими процессами. В соответствии с *Рабочей программой* курса ТАУ, целью учебного пособия явилось формирование профессиональных компетенций бакалавров в вопросах использования технических средств для измерений (ПК-18) и анализа параметров технологического процесса как объекта управления (ПК-28), соблюдения технологического регламента и контроля качества продукции (ПК-37), моделирования линейных и нелинейных цепей систем (ПК-7) и др. С помощью методического пособия студент получает навыки самостоятельной работы, в результате которой:

- познаёт основные принципы автоматического управления и регулирования, применяемые в современных промышленных технологиях в виде непрерывных, дискретных и нелинейных систем автоматического управления (САУ);

- получает сведения, необходимые при разработке, создании и наладке САУ с заданными статическими и динамическими свойствами в реальных условиях возмущающих воздействий, нелинейных характеристик и отклонений параметров от нормативных значений;

- овладевает современными методами физического, математического и компьютерного моделирования.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

- АД – асинхронный двигатель;
- АФХ – амлитудно-фазовая характеристика;
- ДПТ – двигатель постоянного тока;
- ЛАЧХ – логарифмическая амплитудно-частотная характеристика;
- ООС – отрицательная обратная связь;
- ПИ – пропорционально-интегрирующий (регулятор);
- ПЧ – преобразователь частоты;
- РС – регулятор скорости;
- РТ – регулятор тока;
- САУ – система автоматического управления;
- САУ ЭП – система автоматического управления электроприводом;
- СО – симметричный оптимум.
- ТАУ – теория автоматического управления;
- ТО – технический оптимум;
- ТП – тиристорный преобразователь;
- УВ – управляемый выпрямитель;

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Перечислите методы автоматического управления электроприводами. В чём преимущества метода автоматического управления по отклонению?
2. В чём состоит положительное влияние отрицательной обратной связи на статические и динамические свойства САУ?
3. Дайте определение «статическая САУ». В чём причина существования в данных системах статической ошибки регулирования по управляющему и возмущающему воздействиям?
4. Аналогичным образом дайте определение «астатическая САУ». Благодаря каким свойствам интегрального регулятора достигается астатизм системы и каким целям он служит?
5. Поясните влияние внутренней обратной связи по ЭДС вращения на работу двигателя постоянного тока, пользуясь понятиями теории систем автоматического управления.
6. Как влияет тот или иной закон регулирования напряжения и частоты питания на форму статических характеристик асинхронного двигателя и его перегрузочную способность?
7. Поясните принцип построения многоконтурной системы электропривода с подчинённым регулированием тока и скорости. В чём достоинства стандартных методов настройки регуляторов в данных системах?
8. Дайте определение устойчивости САУ. При каких условиях возникает асимптотический и нейтральный тип устойчивости?

9. Сформулируйте частотный критерий устойчивости Найквиста. Какой вид имеет амплитудно-фазовая характеристика в случае (не)устойчивой системы?

10. Каково физическое объяснение потери устойчивости в случае, если частота среза превышает критическое значение?

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Приложение

Тема «Система автоматического управления электроприводом постоянного тока»

№ вар.	M_H	n_H	P_H	$U_{яH}$	$I_{яH}$	n_{max}	T_M	T_J	Настройка
	<i>Н·м</i>	<i>об/мин</i>	<i>кВт</i>	<i>В</i>	<i>А</i>	<i>об/мин</i>	<i>мс</i>	<i>мс</i>	
1	7,16	1000	0,75	52	18	2000	10,3	5,3	ТО
2	10,5	1000	1,1	56	24	2000	7,6	5,75	СО
3	14	750	1,1	44	31,5	2000	13,2	6,75	ТО
4	17,5	600	1,1	47	29	2000	10,1	7,3	СО
5	21	500	1,1	50	28	2000	8,6	7,65	ТО
6	35	600	2,2	53	50	2000	14,2	7,35	СО
7	47,7	600	3,0	70	50	2000	12,3	7,85	ТО
8	76,4	500	4,0	66	78,5	1000	8,5	10,6	СО
9	105	500	5,5	78,5	90	1000	7,9	11,8	ТО
10	143,2	500	7,5	58	182	1000	9,9	9,25	СО
11	1,7	1000	0,18	36	8	2000	25	2,5	ТО
12	2,3	1000	0,24	48	7,5	2000	20	3	СО
13	3,5	1000	0,37	60	7,5	2000	15	3,5	ТО
14	5,2	1000	0,55	110	6,5	2000	10	5,3	СО
15	7,16	1000	0,75	52	18	2000	10,3	5,3	ТО
16	10,5	1000	1,1	56	24	2000	7,6	5,75	СО
17	14	750	1,1	44	31,5	2000	13,2	6,75	ТО
18	17,5	600	1,1	47	29	2000	10,1	7,3	СО

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Приложение (окончание)

Тема «Система автоматического управления электроприводом переменного тока»

№ вар.	M_n/M_H	n_n	P_n	Статор					Ротор			Настройка
				$\cos \phi_n$	$I_{сн}$	$I_n/I_{с.н.}$	r_c'	x_c'	$I_{р.н.}$	r_p'	x_p'	
				-	<i>А</i>	-	<i>Ом</i>	<i>Ом</i>	<i>А</i>	<i>Ом</i>	<i>Ом</i>	
19	2,8	870	1,4	0,69	4,8	3	5,98	3,93	2,9	8,41	3,8	ТО
20	2,8	875	2,2	0,70	7,2	3,1	3,6	2,58	4,5	5,7	2,63	СО
21	2,8	870	3,5	0,74	10,1	3,5	2,16	2,03	7	3,33	1,46	ТО
22	3	890	5	0,75	13,5	3,9	1,32	1,39	9,2	2,34	1,01	СО
23	2,8	905	7,5	0,79	18,4	4,3	0,68	1,07	13,6	1,62	1,05	ТО
24	2,8	910	11	0,80	26	4,9	0,54	0,575	19,5	0,73	0,64	СО
25	2,9	680	7,5	0,74	20	4,6	0,88	0,965	13,7	1,17	0,7	ТО
26	2,8	905	16	0,79	37,8	5,2	0,33	0,41	28,6	0,52	0,47	СО
27	3,1	690	11	0,71	30,4	4,8	0,53	0,56	19,6	0,725	0,44	ТО
28	2,8	935	22	0,78	50	5,6	0,19	0,31	37	0,355	0,37	СО
29	3	695	16	0,73	41	5	0,285	0,43	27,8	0,505	0,42	ТО
30	2,8	945	28	0,81	62	5,4	0,125	0,23	48,2	0,265	0,28	СО
31	3	695	22	0,76	53,2	3,0	0,207	0,32	38	0,37	0,32	ТО
32	3,1	700	37	0,75	68	3,1	0,123	0,245	49,1	0,27	0,235	СО
33	2,8	870	1,4	0,69	4,8	3	5,98	3,93	2,9	8,41	3,8	ТО
34	2,8	875	2,2	0,70	7,2	3,1	3,6	2,58	4,5	5,7	2,63	СО
35	2,8	870	3,5	0,74	10,1	3,5	2,16	2,03	7	3,33	1,46	ТО
36	3	890	5	0,75	13,5	3,9	1,32	1,39	9,2	2,34	1,01	СО

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического управления. – 4-е изд./ В.А. Бесекерский, Е.П. Попов – СПб.: Прометей, 2004.– 400 с.
2. Белов, Г.А. Теория автоматического управления: линейные непрерывные системы : учебное пособие / Г.А. Белов.– Чебоксары, Изд.ЧГУ, 2011.– 282 с.
3. Теория автоматического управления : учебник для вузов/ под ред. А.А. Воронова. – М.: Высш. школа, 1986. – 367 с.
4. Иващенко, Н.Н. Автоматическое регулирование: теория и элементы систем/ Н.Н. Иващенко. – М. : Машиностроение, 1978. – 736 с.
6. Дорф, Р. Современные системы автоматического управления/ Р. Дорф, Р. Бишоп; пер. с англ. Б.И. Копылова. – М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2002.–832 с.
7. Математические основы теории автоматического регулирования : учебное пособие для вузов / под ред. Б.К. Чемоданова.– М. : Высш. школа, 1971. – 808 с.
8. Нейман, Л.Р. Теоретические основы электротехники. Ч. 1,2./ Л.Р. Нейман, К.С. Демирчян. – М. : Энергия, 1986.
9. Башарин, А.В. Управление электроприводами : учебное пособие для вузов / А.В. Башарин, В.А. Новиков, Г.Г. Соколовский. – Л. : Энергоиздат, 1982. – 392 с.
10. Сидоров, С.Н. Полупроводниковые элементы автоматики. Компьютерный практикум в пакете EWB-4 : учебное пособие / С.Н. Сидоров; под ред. М.А. Боровикова. – Ульяновск: УлГТУ, 2003. – 122 с.