**Контрольная работа**

**Решение нелинейных уравнений**

Присылаемый на проверку архив должен содержать 2 файла:

* файл отчета, содержащий титульный лист, условие задачи, результаты аналитических расчетов, формулы используемых методов, исходный текст программы (с указанием языка реализации) и результаты работы программы (можно в виде скриншотов);
* файл с исходным текстом программы (программу можно писать на любом языке программирования).

**Задание на контрольную работу**

1. Найти аналитически интервалы изоляции действительных корней заданного уравнения, вычислив производную левой части уравнения и составив таблицу знаков левой части уравнения на всей числовой оси. Убедитесь, что вторая производная сохраняет знаки на каждом интервале изоляции, в противном случае уменьшите длину интервала.

2. Написать программу нахождения наименьшего действительного корня нелинейного уравнения с точностью 0.0001 тремя методами:

а) методом деления пополам;

б) методом хорд;

в) методом Ньютона.

3. Для каждого метода вывести найденное приближенное значение корня и количество итераций, которое потребовалось для достижения точности.

***Вариант выбирается по последней цифре пароля.***

**Вариант 0**: 

**Вариант 1**: 

**Вариант 2**: 

**Вариант 3**: 

**Вариант 4**: 

**Вариант 5**: 

**Вариант 6**: 

**Вариант 7**: 

**Вариант 8**: 

**Вариант 9**: 

**Методические указания к выполнению контрольной работы**

Рассмотрим пример нахождения интервалов изоляции действительных корней уравнения .

Для этого найдем производную функции  и критические точки из условия .





 или 





Получили 3 критические точки (выписаны в порядке возрастания): 

Составим таблицу знаков функции *f(x)* (знаки определяются путем подстановки в *f(x)* соответствующих значений *x*:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | –∞ | 0 | 0.5 | 5.5 | +∞ |
| *f(x)* | – | + | + | – | + |

Следовательно уравнение имеет два действительных корня:  
*x1* ∈ (0.5;5.5), *x2* ∈ (5.5; +∞). Уменьшим промежутки, содержащие корни:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* | 1 | 6 | 7 |
| *f(x)* | + | – | + |

Итак, уравнение имеет два вещественных корня:  
*x1* ∈ (1;6), *x2* ∈ (6; 7).

При применении метода Ньютона требуется, чтобы вторая производная сохраняла знак на интервале изоляции. Проверим выполнение этого условия.



График этой функции – парабола, ветви вверх. Определим интервалы, на которых парабола находится выше и ниже оси OX. Найдем точки пересечения этой параболы с осью OX. Для этого решим уравнение 









Так как ветви параболы направлены вверх, слева и справа от найденных точек  Следовательно, на интервале (0.57;3.42) 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* | (-∞;0.57) | (0.57;3.42) | (3.42;+∞) |
| *f′′(x)* | + | – | + |

Посмотрим, сохраняет ли знак на найденных интервалах изоляции. На интервале (1;6) вторая производная меняет знак, сначала она отрицательная, потом положительная, поэтому интервал изоляции следует уменьшить. Новый интервал изоляции (2;3) (). Для него выполнено условие , при этом знак второй производной совпадает со знаком функции на правом конце интервала ().

Для интервала (6;7) выполнено условие, при этом знак второй производной совпадает со знаком функции на правом конце интервала ().

В данном случае при написании программы нахождения наименьшего действительного корня следует взять интервал изоляции (2;3). При программировании метода Ньютона использовать формулу, соответствующую случаю .