

## ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов специальности «Проектирование сооружений и эксплуатация газонефтепроводов и газонефтехранилищ» с тем, чтобы помочь приобрести навыки решения задач по дисциплине «Подземная гидромеханика», усвоить методику анализа и решения. Обязательным является оформление в соответствии едиными требованиями оформления РГР.

Составлено в соответствии с программой курса «Подземная гидромеханика». Задачей курса является изложение основ современной теории фильтрации – теоретической основы разработки нефтяных, газовых и газоконденсатных месторождений. Часть теоретического материала демонстрируется и подтверждается при выполнении физических экспериментов и обработке их результатов. Тематика лабораторных работ определяется в соответствии с программой и материальными возможностями кафедры. В связи с этим и с тем, что самостоятельная работа является основным видом работы студента, тем более студента-заочника, необходимы расчетно-графические и контрольные работы. Предусмотрено выполнение следующих расчетно-графических работ:

*Задача 2* Расчет характеристик установившегося прямолинейно-параллельного и плоскорадиального фильтрационного потоков несжимаемой жидкости.

*Задачи 3, 4* - Расчет характеристик установившегося прямолинейно-параллельного и плоскорадиального фильтрационного потоков идеального газа.

## 1 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Рекомендуется придерживаться следующих общих правил.

1) Прочитав условие задания, надо проанализировать, какой теоретический материал потребуется для выполнения, и, если необходимо, повторить его.

2) Там, где есть необходимость, сделать чертёж или рисунок. В ряде случаев есть смысл сделать чертежи в динамике, например, в начале и в конце процесса.

3) Задачу желательно решать в общем виде. Однако в некоторых случаях решение в общем виде приводит к громоздким математическим преобразованиям. В этом случае удобнее делать промежуточные вычисления. Расчёты, за редким исключением (по согласованию с преподавателем), проводить в системе СИ. Полученные в ходе расчетов результаты округляются с учетом требований теории приближенных расчетов (учитывая точность используемых физических и математических постоянных).

4) Оценивается реальность полученного результата и его размерности. После расчетов надо провести анализ и сделать выводы.

## 2 ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РГР

1) РГР выполняется на форматах писчей бумаги А4. Титульный лист РГР оформляется в соответствии с требованиями «Стандарта предприятия (Уфимского государственного нефтяного технического университета)».

2) Оформление задания начинается с нового листа.

3) Оформление задания начинается с текста условия, после чего приводится краткая запись данных с переводом единиц измерения в систему СИ. Если нет численных значений, то приводятся буквенные обозначения величин и соотношений между ними.

4) Поясняющие рисунки, чертежи выполняются по возможности с соблюдением масштаба.

5) Решения задач сопровождаются пояснениями к основным этапам.

6) В конце РГР приводится список использованной литературы.

## 3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ *к решению задач 1, 2*

### Расчет характеристик установившегося прямолинейно-параллельного и плоскорадиального фильтрационного потоков несжимаемой жидкости

Рассмотрим методы решения некоторых задач, которые предлагаются в расчетно-графических и контрольных заданиях.

Задача 1. Вывести формулу дебита галереи скважин при установившейся фильтрации несжимаемой жидкости и выполнить расчеты при следующих данных:

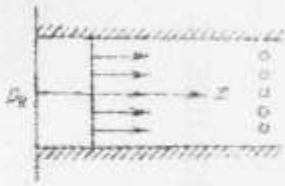
$P_s = 10,0$  МПа;  $P_r = 7,5$  МПа;  $L = 10,0$  км;  $k = 0,2$  мкм<sup>2</sup>;  $\mu = 1,0$  МПа·с;  $B = 120$  м;  $h = 10$  м;  
 $\rho = 910$  кг/м<sup>3</sup>;  $m = 22\%$ .

Решение. Горизонтальный пласт с непроницаемыми кровлей и подошвой представляется прямоугольником высотой  $h$  и шириной  $B$ .



Выберем систему координат так, как это показано на рисунке, то есть начало координат поместим на плоскость контура питания. Название - контур питания - обусловлено тем, что, согласно

постановке задачи



через плоскость  $x = 0$  происходит приток в пласт жидкости, которая далее фильтруется к галерее  $x = L$ . Ось  $Ox$  на правим параллельно вектору скорости фильтрации. Давление и скорость фильтрации зависят только от координаты  $x$ .

Математическая модель одномерной фильтрации

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0;$$

$$w_x = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}, w_y = w_z = 0.$$

Даны граничные условия, т.е. значения давления на контуре питания и галерее:

$$p = p_k \quad \text{при } x = 0;$$

$$p = p_z \quad \text{при } x = L.$$

Решение уравнений:

$$p(x) = p_k - \frac{p_k - p_z}{L} x;$$

$$w_x = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx} = \frac{k}{\mu} \frac{p_k - p_z}{L}.$$

Умножив скорость фильтрации на площадь галереи  $S = Bh$ , получим зависимость расхода

$$Q = w_x S = \frac{k}{\mu} \frac{p_k - p_z}{L} Bh.$$

Проанализируем полученные результаты. Как следует из полученных соотношений, давление в пласте при прямолинейно-параллельной фильтрации распределено по линейному закону, а скорость фильтрации во всем пласте постоянна.

Построим график зависимости давления жидкости от расстояния до галереи скважин (рисунок 3.1)

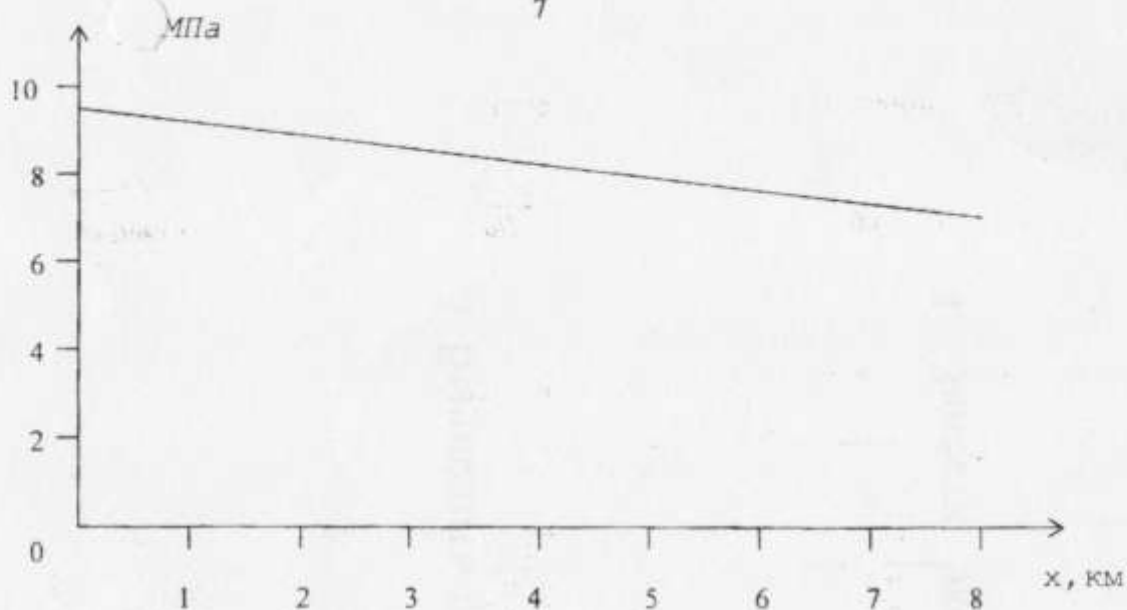


Рисунок 3.1- График распределения давления в прямолинейно-параллельном потоке несжимаемой жидкости

Вычислим дебит галереи скважин

$$Q = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{p_c - p_z}{L} \cdot Bh = \frac{0,2(10^{-6})^2}{1,0 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{(10 - 7,5) \cdot 10^6}{10 \cdot 10^3} \cdot 120 \cdot 10 = 60 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с} = 5,18 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

Зависимость дебита  $Q$  от депрессии  $\Delta p$  имеет вид (рисунок 3.2)

$$Q(\Delta p) = \frac{kS}{\mu L} \Delta p = \frac{kBh}{\mu L} \cdot \Delta p,$$

где депрессия на пласт  $\Delta p = p_c - p_z = (10 - 7,5) \cdot 10^6 = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Па}.$

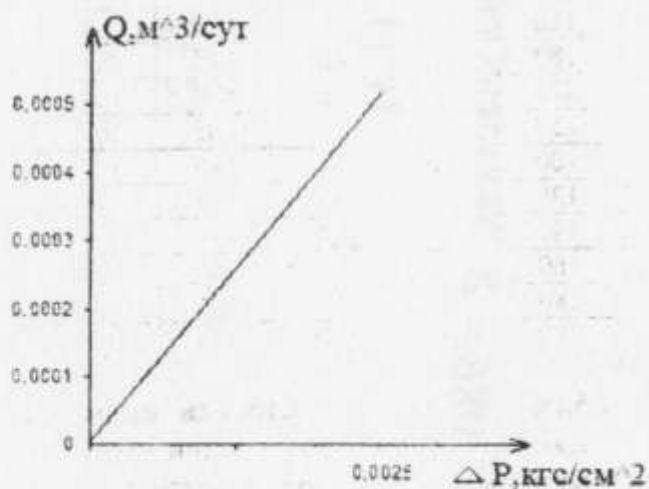


Рисунок 3.2 – Индикаторная линия при фильтрации несжимаемой жидкости

## Коэффициент продуктивности пласта

$$\frac{Q}{\Delta p} = \frac{kBh}{\mu L} = \frac{0,2 \cdot 10^{-12} \cdot 120 \cdot 10}{1,0 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^3} = 24 \cdot 10^{-12} \frac{\text{м}^3/\text{с}}{\text{Па}} = 2,074 \frac{\text{м}^3/\text{сут}}{\text{МПа}} = 20,74 \frac{\text{м}^3/\text{сут}}{\text{кгс/см}^2}$$

Таблица 3.1 - Варианты заданий

Номер вар.	$p_k$ , МПа	$p_c$ , МПа	$L$ , км	$B$ , м	$h$ , м	$\mu_{ж}$ , мПа·с	$\rho_{ж}$ , кг/м <sup>3</sup>	$k$ , мкм <sup>2</sup>	$m$ , %
1	10,0	7,5	10,0	100	10	1,0	1000	1,0	21
2	9,8	7,3	9,5	120	9	1,5	995	0,9	22
3	9,6	7,1	9,0	140	8	2,0	990	0,8	23
4	9,4	6,9	8,5	160	7	2,5	985	0,7	24
5	9,2	6,7	8,0	180	6	3,0	980	0,6	25
6	9,0	6,5	7,5	200	5	3,5	975	0,5	24
7	8,8	6,3	7,0	180	4	4,0	970	0,4	23
8	8,6	6,1	6,5	160	3	4,5	965	0,3	22
9	8,4	5,9	6,0	140	2	5,0	960	0,2	21
10	8,2	5,7	5,5	120	1	5,5	955	0,1	20
11	8,5	6,0	6,0	100	2	5,0	950	1,0	21
12	8,7	6,2	6,5	150	3	4,5	945	0,9	22
13	8,9	6,4	7,0	200	4	4,0	940	0,8	23
14	9,1	6,6	7,5	180	5	3,5	935	0,7	24
15	9,3	6,8	8,0	160	6	3,0	930	0,6	25
16	9,5	7,0	8,5	140	7	2,5	925	0,5	16
17	9,7	7,2	9,0	120	8	2,0	920	0,4	17
18	9,9	7,4	9,5	100	9	1,5	915	0,3	18
19	10,0	7,5	10,0	120	10	1,0	910	0,2	19
20	9,8	7,3	10,0	140	12	2,0	905	0,1	20
21	9,6	7,1	9,5	160	14	3,0	900	1,0	21
22	9,4	6,9	9,0	180	16	4,0	895	0,9	22
23	9,2	6,7	8,5	200	18	5,0	890	0,8	23
24	9,0	6,5	8,0	150	20	6,0	885	0,7	24
25	8,8	6,3	7,5	100	18	7,0	880	0,6	25
26	8,6	6,1	7,0	120	16	8,0	875	0,5	24
27	8,4	5,9	6,5	140	14	9,0	870	0,4	23
28	8,2	5,7	6,0	160	12	8,0	865	0,3	22
29	8,5	6,0	5,5	180	10	7,0	860	0,2	21
30	8,7	6,2	6,0	200	8	6,0	855	0,1	20

Задача 2. Вывести формулу дебита скважины, построить индикаторную линию при установившейся плоскорадиальной фильтрации несжимаемой жидкости. Определить средневзвешенное пластовое давление, построить депрессионную кривую давления. Определить, не нарушается ли закон Дарси в призабойной зоне скважины. Выполнить расчеты при следующих данных:

$p_k = 10,0$  МПа;  $p_c = 7,5$  МПа;  $R_k = 1,4$  км;  $k = 0,2$  мкм<sup>2</sup>;  $\mu = 1,0$  мПа · с;  $r_c = 0,14$  м;  $h = 10$  м;  
 $\rho = 910$  кг/м<sup>3</sup>;  $m = 22\%$ .

Решение. Рассматривается плоско-радиальная фильтрация несжимаемой жидкости к совершенной скважине в горизонтальном круговом пласте толщиной  $h$  и радиуса  $R_k$ . Центральная скважина имеет радиус  $r_c$ , на забое скважины поддерживается постоянное давление  $p_c$ . На боковой поверхности поддерживается давление  $p_k$ , и через нее происходит приток флюида, равный дебиту скважины (рисунок 3.3).

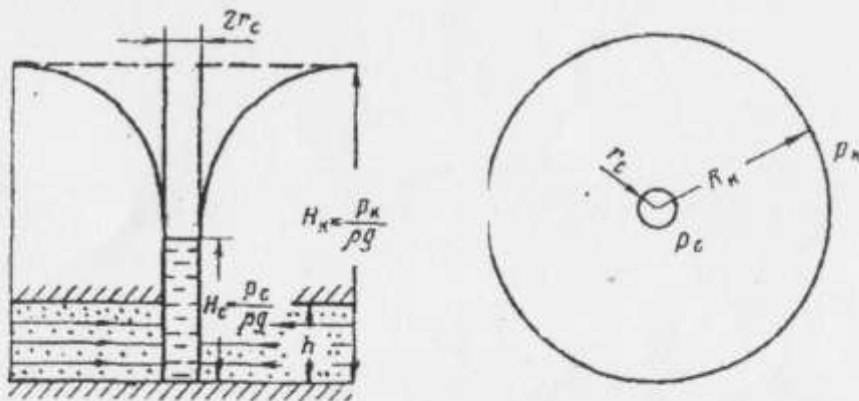


Рисунок 3.3 – Схема плоско-радиального потока

Установившаяся фильтрация описывается уравнением Лапласа в цилиндрической системе координат:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left( r \frac{dp}{dr} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d^2 p}{d\varphi^2} + \frac{d^2 p}{dz^2} = 0.$$

Согласно принятой схеме течения, искомые функции не зависят от  $\varphi$  и от  $z$ . Фильтрация описывается системой уравнений:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left( r \frac{dp}{dr} \right) = 0;$$

$$p = p_k \text{ при } r = R_k,$$

$$p = p_c \text{ при } r = 0$$

Решение системы уравнений имеет вид

$$p = p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}.$$



Дебит скважины  $Q = S \cdot w_r = 2\pi r h w_r$ .

Подставляя скорость фильтрации

$$w_r = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} = \frac{k}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \cdot \frac{1}{r}$$

получим выражение для дебита скважины, называемое формулой Дюпюи:

$$Q = \frac{2\pi h k}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}}$$

С помощью формулы Дюпюи распределение давления в пласте можно преобразовать к виду:

$$p = p_k - \frac{Q\mu}{2\pi kh} \cdot \ln \frac{R_k}{r}$$

Определим средневзвешенное пластовое давление:

$$\bar{p} = \frac{1}{V} \int p dV, \text{ где } V = \pi(R_k^2 - r_c^2)hm, \quad dV = 2\pi r h m dr.$$

Подставляя зависимость давления и интегрируя от  $r_c$  до  $R_k$ , получим

$$\bar{p} = p_k - \frac{p_k - p_c}{2 \ln \left( \frac{R_k}{r_c} \right)} = 10^7 - \frac{(10 - 7.5) \cdot 10^6}{2 \ln \frac{1400}{0.14}} = 9,94 \text{ МПа.}$$

Зависимость распределения давления

$$p = p_k + \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \cdot \ln \frac{r}{R_k} = 10^7 + 0,27 \cdot 10^6 \ln \frac{r}{1400}, \text{ Па.}$$

$r, \text{ м}$	1400	1200	1000	800	600	400
$p, \text{ МПа}$	10	9,95	9,91	9,85	9,77	9,66

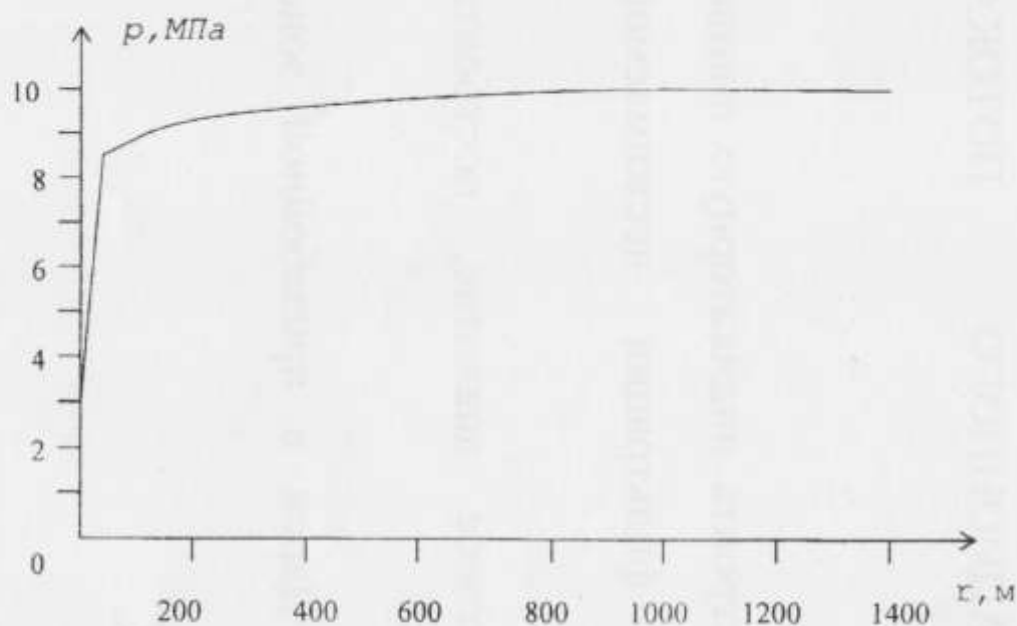


Рисунок 3.4 - Распределение давления в плоскорадиальном потоке

Давление в пласте при плоскорадиальной фильтрации распределено по логарифмическому закону, поэтому при значениях радиуса, близких к радиусу контура питания, значения давления изменяются незначительно, но при приближении к скважине давление изменяется резко.

Получим зависимость для построения индикаторной линии (рисунок 3.5):

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \cdot \frac{\Delta p}{\ln \frac{R_e}{r_c}} = 1,36 \cdot 10^{-9} \Delta p \frac{\text{м}^3/\text{с}}{\text{Па}} = 11,75 \cdot \Delta p \frac{\text{м}^3/\text{сут}}{\text{кгс}/\text{см}^2}$$

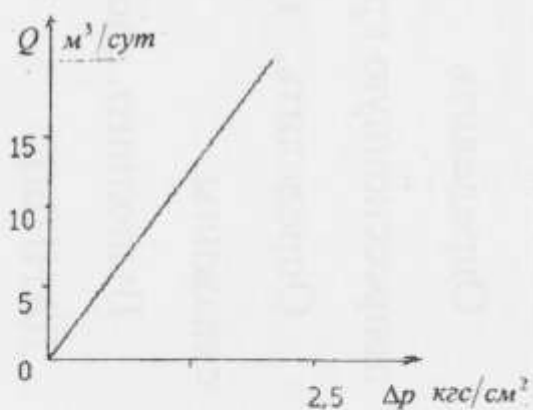


Рисунок 3.5 – Индикаторная линия



Таблица 3.2 - Варианты заданий

Номер варианта	$P_k$ МПа	$P_c$ МПа	$R_k$ м	$r_c$ м	$h$ м	$\mu_j$ мПа·с	$\rho_j$ кг/м <sup>3</sup>	$K$ мм <sup>2</sup>
1	10,0	7,5	1000	0,10	10	1,0	1000	0,2
2	9,8	7,3	1200	0,12	3	1,5	995	0,9
3	9,6	7,1	1400	0,14	4	2,0	990	0,6
4	9,4	6,9	1600	0,16	7	2,5	985	0,3
5	9,2	6,7	1800	0,18	5	3,0	980	0,5
6	9,0	6,5	2000	0,20	4	3,5	975	0,5
7	8,8	6,3	1800	0,18	4	4,0	970	0,4
8	8,6	6,1	1600	0,16	3	4,5	965	0,3
9	8,4	5,9	1400	0,14	2	5,0	960	0,2
10	8,2	5,7	1200	0,12	1	5,5	955	1,0
11	8,5	6,0	1000	0,10	2	5,0	950	1,0
12	8,7	6,2	1200	0,12	3	4,5	945	0,9
13	8,9	6,4	1400	0,14	4	4,0	940	0,5
14	9,1	6,6	1600	0,16	3	3,5	935	0,7
15	9,3	6,8	1800	0,18	4	3,0	930	0,6
16	9,5	7,0	2000	0,20	5	2,5	925	0,3
17	9,7	7,2	1800	0,18	5	2,0	920	0,4
18	9,9	7,4	1600	0,16	6	1,5	915	0,3
19	10,0	7,5	1400	0,14	8	1,0	910	0,2
20	9,8	7,3	1200	0,12	12	2,0	905	0,1
21	9,6	7,1	1000	0,10	14	3,0	900	0,1
22	9,4	6,9	1200	0,12	16	4,0	895	0,1
23	9,2	6,7	1400	0,14	18	5,0	890	0,1
24	9,0	6,5	1600	0,16	20	6,0	885	0,1
25	8,8	6,3	1800	0,18	18	7,0	880	0,1
26	8,6	6,1	2000	0,20	16	8,0	875	0,1
27	8,4	5,9	1800	0,18	14	9,0	870	0,1
28	8,2	5,7	1600	0,16	12	8,0	865	0,1
29	8,5	6,0	1400	0,14	10	7,0	860	0,2
30	8,7	6,2	1200	0,12	8	6,0	855	0,1

Вычислим скорость фильтрации в призабойной зоне.

$$w = \frac{Q}{2\pi r_c h} = \frac{k}{\mu_j} \cdot \frac{\Delta p}{\ln \frac{R_k}{r_c}} = \frac{0,2 \cdot 10^{-12} \cdot 2,5 \cdot 10^6}{1,0 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{1400}{0,14}} = 0,054 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Определим число Рейнольдса по В.Н. Щелкачеву:

$$Re = \frac{10w\sqrt{k\rho}}{m^{2,3}\mu} = \frac{10 \cdot 0,054 \cdot 10^{-3} \sqrt{0,2 \cdot 10^{-12} \cdot 910}}{0,22^{2,3} \cdot 10^{-3}} \approx 0,01.$$

Критические значения числа Рейнольдса лежат в интервале 1...12. Итак, мы убедились, что закон Дарси не нарушается.

#### 4 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ *к решению задач 3, 4.*

Расчет характеристик установившегося прямолинейно-параллельного и плоскорадиального фильтрационного потоков совершенного газа

Задача 1. Получить формулу и построить графическое распределение давления и вычислить приведенный расход галереи скважин. Определить коэффициент продуктивности. Исходные данные:  $p_* = 9,3 \text{ МПа}$ ;  $p_2 = 6,8 \text{ МПа}$ ;  $L = 8 \text{ км}$ ;  $B = 160 \text{ м}$ ;  $h = 6 \text{ м}$ ;  $\mu = 0,016 \text{ МПа} \cdot \text{с}$ ;  $k = 0,6 \text{ мкм}^2$ .

Решение. Введение функции Лейбензона позволяет установить аналогию между установившейся фильтрацией несжимаемой жидкости и сжимаемого флюида.

В реальных условиях, когда плотность, вязкость флюида и проницаемость пласта зависят от давления, функция Лейбензона:

$$P = \int \frac{k(p)\rho(p)}{\mu(p)} dp + C$$

При постоянных значениях проницаемости пласта и вязкости жидкости функция Лейбензона:

$$P = \frac{k}{\mu} \int \rho(p) dp + C.$$

Дифференциал функции Лейбензона:

$$dP = \frac{k}{\mu} \rho(p) dp.$$

Уравнение движения для прямолинейно-параллельной фильтрации несжимаемой жидкости в однородной пористой среде

$$w = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx}$$

Умножим уравнение на плотность  $\rho(p)$  и используем функцию Лейбензона.

Получим

$$\rho w = -\rho \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx} = -\frac{dP}{dx}.$$

Уравнение неразрывности для установившейся одномерной фильтрации имеет вид

$$\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} = 0 \text{ или } \frac{d(\rho w)}{dx} = 0$$

Подставляя  $\rho w = -\frac{dP}{dx}$ , получим

$$\frac{d^2 P}{dx^2} = 0$$

Таким образом, при установившейся фильтрации функция Лейбензона, удовлетворяет уравнению Лапласа. Формулы, полученные для установившейся фильтрации несжимаемой жидкости по закону Дарси, справедливы и для установившейся фильтрации газа. Нужно лишь заменить соответствующие переменные. Заменить:

объемный расход - на массовый расход;

давление - на функцию Лейбензона;

объемную скорость фильтрации - на массовую скорость фильтрации.

Уравнение состояния идеального газа  $p = \rho RT$ . Отсюда

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_{am}}{\rho_{am}} \text{ или } \rho = \frac{\rho_{am}}{p_{am}} p.$$

Получим функцию Лейбензона для идеального газа:

$$P = \frac{k}{\mu} \int \rho(p) dp = \frac{k}{\mu} \int \frac{\rho_{am}}{p_{am}} p dp = \frac{1}{2} \frac{k}{\mu} \frac{\rho_{am}}{p_{am}} p^2 + C.$$

Распределение давления в прямолинейно-параллельном фильтрационном потоке несжимаемой жидкости является решением уравнения Лапласа и имеет вид

$$p = p_k - \frac{p_k - p_z}{L} x.$$

При фильтрации газа аналогичное соотношение справедливо для функции Лейбензона:

$$P = P_k - \frac{P_k - P_z}{L} x.$$

Подставив  $P = \frac{1}{2} \frac{k}{\mu} \frac{p_{am}}{p_{am}} p^2 + C$ , получим распределение давления в прямолинейно-параллельном потоке идеального газа

$$p(x) = \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_c^2}{L} x}.$$

Из полученной зависимости очевидно, что давление в потоке газа меняется по параболическому закону.

Построим график распределения давления при заданных условиях

Вычисления приведены в таблице:

x, км	0	1	2	3	4	5	6	7	8
p, МПа	9,300	9,025	8,742	8,450	8,146	7,832	7,503	7,160	6,800

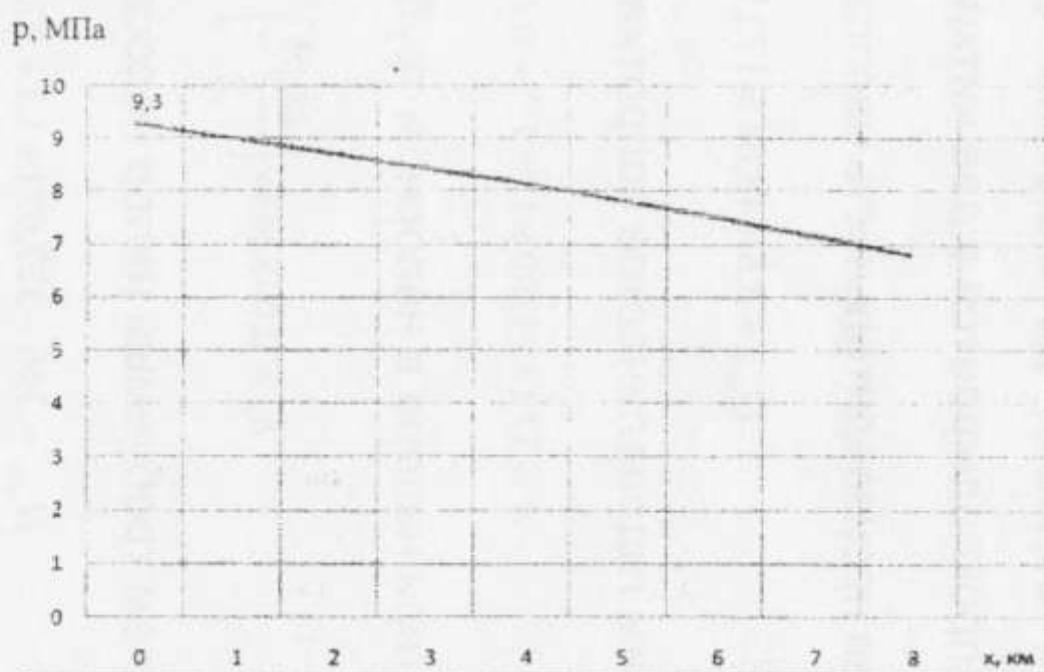


Рисунок 4.1 – Распределение давления в прямолинейно-параллельном потоке газа

При фильтрации газа вместо скорости фильтрации для несжимаемой жидкости

$$w = \frac{k}{\mu} \frac{p_c - p_c}{L}$$

определяют массовую скорость фильтрации газа, заменяя давление  $p$  на функцию Лейбензона  $P$ , т.е.

$$w\rho = \frac{k}{\mu} \frac{P_e - P_i}{L} \quad \text{или для идеального газа} \quad w\rho = \frac{k}{\mu} \frac{\rho_{ам}}{\rho_{ам}} \frac{p_e^2 - p_i^2}{2L}$$

Используя уравнение состояния идеального газа  $\rho = \frac{\rho_{ам}}{P_{ам}} p$ , получим

$$w = \frac{k}{\mu} \frac{1}{2L} \frac{p_e^2 - p_i^2}{p(x)}$$

Отсюда следует важный вывод: скорость фильтрации газа зависит от

координаты, т.к.  $p(x) = \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_i^2}{L} x}$ .

Определим массовый расход газа.

$$Q_m = \rho w B h \quad \text{или} \quad Q_m = \frac{k}{\mu} \frac{\rho_{ам}}{2\rho_{ам}} \frac{(p_e^2 - p_i^2)}{L} B h.$$

Приведенный расход газа

$$Q_m = \frac{k}{\mu} \frac{1}{2\rho_{ам}} \frac{(p_e^2 - p_i^2)}{L} B h,$$

$$Q_m = \frac{0,6 \cdot 10^{-12} (9,3^2 - 6,8^2) \cdot 10^{12} \cdot 160 \cdot 6}{0,016 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 8 \cdot 10^3} = 0,905 \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$$

Индикаторная линия при фильтрации газа строится в координатах  $Q_m - (p_e^2 - p_i^2)$  или  $Q_{ам} - (p_e^2 - p_i^2)$  (рисунок 4.2).

Коэффициент продуктивности равен

$$\frac{Q}{\Delta p^2} = \frac{0,6 \cdot 10^{-12} \cdot 160 \cdot 6}{0,016 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 10^{-12}} = 0,0225 \frac{\text{м}^3/\text{с}}{\text{МПа}^2} = 1944 \frac{\text{м}^3/\text{сут}}{\text{МПа}^2}$$

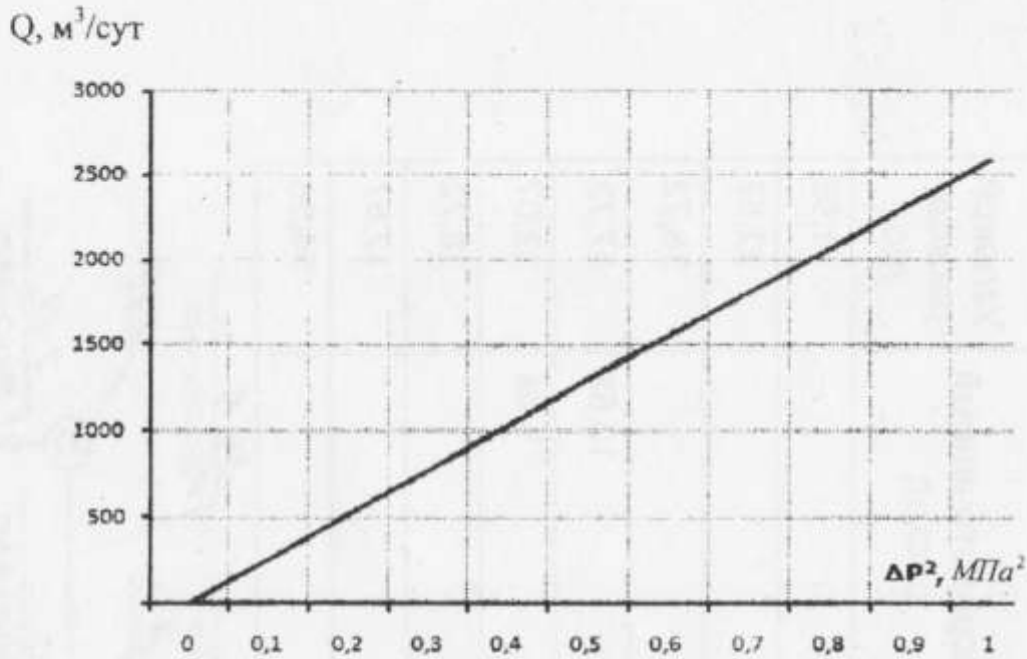


Рисунок 4.2 – Индикаторная линия при фильтрации газа

**Выводы.** Объемная скорость газа возрастает при снижении давления, следовательно, при движении к галерее скважин. Физически возрастание скорости происходит за счет расширения газа при снижении давления. Массовая скорость и массовый расход остаются постоянными вдоль пласта.

Таблица 4.3 - Варианты заданий .

Номер варианта	$P_k$ МПа	$P_c$ МПа	$L_k$ км	$B$ м	$h$ м	$\mu_r$ мПа·с	$K$ мкм²
1	10,0	7,5	10,0	100	10	0,019	1,0
2	9,8	7,3	9,5	120	9	0,018	0,9
3	9,6	7,1	9,0	140	8	0,017	0,8
4	9,4	6,9	8,5	160	7	0,016	0,7
5	9,2	6,7	8,0	180	6	0,015	0,6
6	9,0	6,5	7,5	200	5	0,014	0,5
7	8,8	6,3	7,0	180	4	0,013	0,4
8	8,6	6,1	6,5	160	3	0,012	0,3
9	8,4	5,9	6,0	140	2	0,011	0,2
10	8,2	5,7	5,5	120	1	0,010	0,1
11	8,5	6,0	6,0	100	2	0,019	1,0
12	8,7	6,2	6,5	150	3	0,018	0,9
13	8,9	6,4	7,0	200	4	0,017	0,8
14	9,1	6,6	7,5	180	5	0,016	0,7
15	9,3	6,8	8,0	160	6	0,015	0,6
16	9,5	7,0	8,5	140	7	0,014	0,5
17	9,7	7,2	9,0	120	8	0,013	0,4
18	9,9	7,4	9,5	100	9	0,012	0,3



19	10,0	7,5	10,0	120	10	0,011	0,2
20	9,8	7,3	10,0	140	12	0,010	0,1
21	9,6	7,1	9,5	160	14	0,019	1,0
22	9,4	6,9	9,0	180	16	0,018	0,9
23	9,2	6,7	8,5	200	18	0,017	0,8
24	9,0	6,5	8,0	150	20	0,016	0,7
25	8,8	6,3	7,5	100	18	0,015	0,6
26	8,6	6,1	7,0	120	16	0,014	0,5
27	8,4	5,9	6,5	140	14	0,013	0,4
28	8,2	5,7	6,0	160	12	0,012	0,3
29	8,5	6,0	5,5	180	10	0,011	0,2
30	8,7	6,2	6,0	200	8	0,010	0,1

Задача 2. Получить формулу и построить графическое распределение давления в круговом пласте при плоскорадиальной фильтрации. Определить средневзвешенное пластовое давление. Вычислить приведенный расход скважины. Построить индикаторную линию. Исходные данные:  $p_k=9,3\text{МПа}$ ;  $p_c=6,8\text{МПа}$ ;  $h=4\text{м}$ ;  $\mu_r=0,016\text{мПа}\cdot\text{с}$ ;  $k=0,6\text{мкм}^2$ ;  $R_k=1800\text{м}$ ;  $r_c=0,18\text{м}$ ;

Решение. Плоскорадиальный фильтрационный поток имеет место в круговом пласте радиусом  $R_k$ , в центре которого имеется совершенная скважина радиусом  $r_c$ . Характеристики такого потока определим из характеристик подобного потока несжимаемой жидкости, заменив искомые функции в соответствии с аналогией рассмотренной в задаче 1. Распределение пластового давления в потоке несжимаемой жидкости определяется по формуле

$$p = p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}$$

По такому же закону будет распределяться функция Лейбензона в фильтрационном потоке газа.

$$P = P_k - \frac{P_k - P_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}$$

Подставляя в последнее выражение функцию Лейбензона

$p = \frac{1}{2} \frac{k}{\mu} \frac{\rho_{ам}}{\rho_{ам}} p^2 + C$ , получим закон распределения пластового давления в

плоскорадиальном фильтрационном потоке идеального газа

$$p(r) = \sqrt{p_e^2 - \frac{p_e^2 - p_w^2}{\ln \frac{R_e}{r_e}} \ln \frac{R_e}{r}}$$

Построим график распределения давления (рисунок 4.3)

г, м	1	5	9	13	17	21	25	29	33	37
Р, МПа	7,330	7,795	7,958	8,058	8,131	6,187	8,234	8,273	8,307	8,337

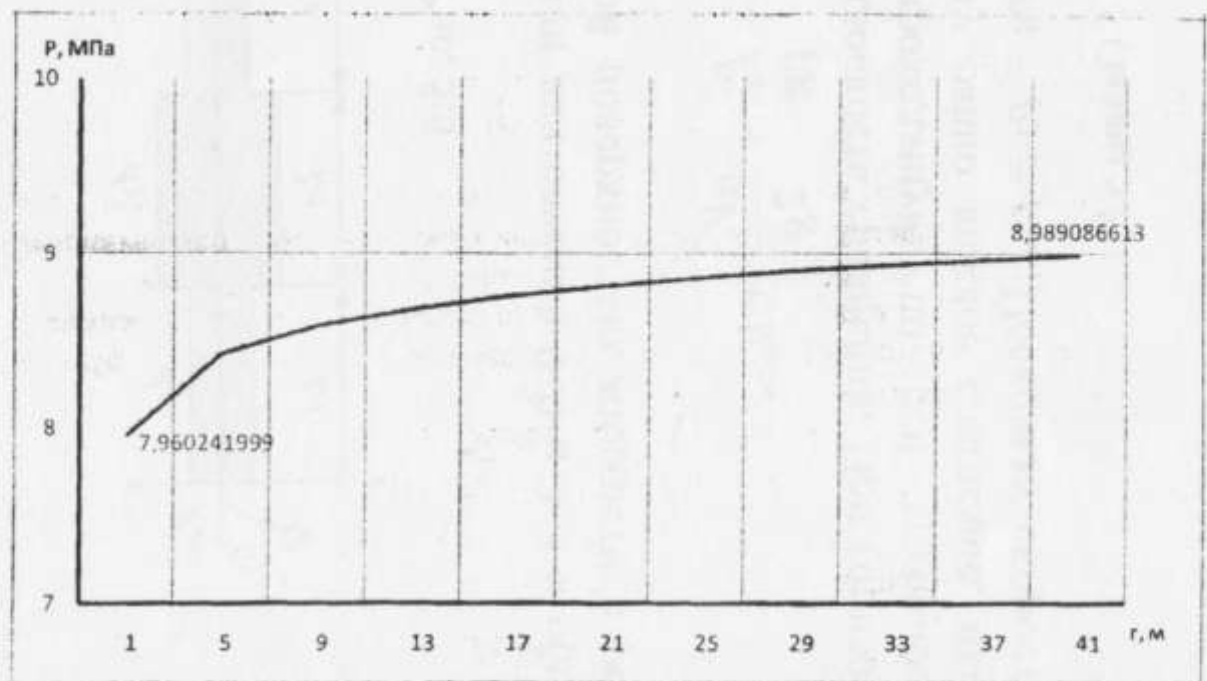


Рисунок 4.3 – График распределения давления в плоскорадиальном потоке газа

Выводы. При удалении от скважины давление стремится к пластовому давлению, т.е. к значению  $p_k=9,3$  МПа. Имеет место резкое падение давления вблизи скважины до значения забойного давления  $p_c=6,8$  МПа.

Средневзвешенное по объему порового пространства пластовое давление

$$\bar{p} = \frac{1}{V} \int_V p dV, \text{ где общий объем порового пространства } V = \pi(R_k^2 - r_c^2)hm,$$

элементарный объем  $dV = 2\pi rhm dr$ . Зависимость  $p(r) = \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}}$ .

$$\text{Вычисляем интеграл. } \bar{p} = \frac{1}{\pi(R_k^2 - r_c^2)hm} \int_{r_c}^{R_k} \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln(R_k/r_c)} \ln(R_k/r)} 2\pi rhm dr.$$

Интеграл вычисляется приближенно. Средневзвешенное пластовое давление при плоскорадиальной фильтрации принято вычислять по приближенной

$$\text{формуле } \bar{p} = p_k \left[ 1 - \frac{1 - p_c^2/p_k^2}{4 \ln(R_k/r_c)} \right].$$

В данных условиях

$$\bar{p} = 9,3 \left[ 1 - \frac{1 - 6,8^2/9,3^2}{4 \ln(1800/0,18)} \right] \approx 9,2 \text{ МПа.}$$

Как видно, средневзвешенное пластовое давление газа в круговом пласте близко к контурному. Этим пользуются для упрощения расчетов, связанных с фильтрацией газа. Средневзвешенное давление заменяют контурным.

Подставляя в формулу Дюпюи вместо объемного расхода несжимаемой жидкости  $Q$  массовый расход газа  $Q_m$ , заменяя давление на функцию Лейбензона для идеального газа, получим

$$Q_m = \frac{2\pi hk}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} = \frac{\pi hk}{\mu} \frac{\rho_{ам}}{p_{ам}} \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}}.$$

По определению приведенный расход

$$Q_{ам} = \frac{Q_m}{\rho_{ам}} = \frac{\pi hk}{\mu} \frac{p_k^2 - p_c^2}{p_{ам} \ln \frac{R_k}{r_c}} = \frac{3,14 \cdot 4 \cdot 0,6 \cdot 10^{-12}}{0,016 \cdot 10^{-3}} \frac{(9,3^2 - 6,8^2) 10^{12}}{10^5 \cdot \ln \frac{1800}{0,18}} = 20,6 \frac{\text{м}^3}{\text{с}}.$$

Индикаторная линия при плоско-радиальной фильтрации газа строится в координатах  $Q_{ам}$ ,  $p_k^2 - p_c^2$  и также имеет прямолинейный характер.

Таблица 4.4 - Исходные данные для расчётов 3-4.

Номер варианта	$P_k$ МПа	$P_c$ МПа	$R_k$ м	$r_c$ м	$h$ м	$\mu_r$ мПа·с	$K$ мм <sup>2</sup>	$m$ %
1	10,0	7,5	1000	0,10	10	0,019	0,2	21
2	9,8	7,3	1200	0,12	3	0,018	0,9	22
3	9,6	7,1	1400	0,14	4	0,017	0,6	23
4	9,4	6,9	1600	0,16	7	0,016	0,3	24
5	9,2	6,7	1800	0,18	5	0,015	0,5	25
6	9,0	6,5	2000	0,20	4	0,014	0,5	24
7	8,8	6,3	1800	0,18	4	0,013	0,4	23
8	8,6	6,1	1600	0,16	3	0,012	0,3	22
9	8,4	5,9	1400	0,14	2	0,011	0,2	21
10	8,2	5,7	1200	0,12	1	0,010	1,0	20
11	8,5	6,0	1000	0,10	2	0,019	1,0	19
12	8,7	6,2	1200	0,12	3	0,018	0,9	18
13	8,9	6,4	1400	0,14	4	0,017	0,5	17
14	9,1	6,6	1600	0,16	3	0,016	0,7	16
15	9,3	6,8	1800	0,18	3	0,015	0,6	15
16	9,5	7,0	2000	0,20	5	0,014	0,3	16
17	9,7	7,2	1800	0,18	5	0,013	0,4	17
18	9,9	7,4	1600	0,16	6	0,012	0,3	18
19	10,0	7,5	1400	0,14	8	0,011	0,2	19
20	9,8	7,3	1200	0,12	12	0,010	0,1	20
21	9,6	7,1	1000	0,10	14	0,019	0,1	21
22	9,4	6,9	1200	0,12	16	0,018	0,1	22
23	9,2	6,7	1400	0,14	18	0,017	0,1	23
24	9,0	6,5	1600	0,16	20	0,016	0,1	24
25	8,8	6,3	1800	0,18	18	0,015	0,1	15
26	8,6	6,1	2000	0,20	16	0,014	0,1	16
27	8,4	5,9	1800	0,18	14	0,013	0,1	17
28	8,2	5,7	1600	0,16	12	0,012	0,1	18
29	8,5	6,0	1400	0,14	10	0,011	0,2	19
30	8,7	6,2	1200	0,12	8	0,010	0,1	20