

Индивидуальное домашнее задание № 2

ИДЗ № 2 выполняется на тему «Нелинейные магнитные и электрические цепи».

Задание состоит из трех задач:

2.1 – расчет нелинейной электрической цепи постоянного тока графоаналитическим методом;

2.2 – расчёт магнитной цепи;

2.3 – расчет нелинейной электрической цепи переменного тока по характеристикам для действующих значений.

Задача 2.2

Для магнитной цепи, схематически изображенной на рис. 2.1, с учетом данных табл. 2.1 и 2.2 рассчитать:

1. Магнитные потоки в ветвях и намагничивающие токи обмоток, если числа витков $W_1 = 400$, $W_2 = 500$, $W_3 = 1000$.

2. Энергию W_δ магнитного поля в воздушном зазоре и силу f , стремящуюся уменьшить воздушный зазор. Исходные данные для расчета приведены в табл. 2.2, там же знаком вопроса обозначены искомые величины.

Пояснения к выбору варианта

В табл. 2.2 приняты следующие обозначения:

l – длина средней магнитной линии одной ветви магнитной цепи;

δ – длина воздушного зазора (его положение указано в табл. 2.2 номером ветви);

S – сечение участков магнитопровода;

W – число витков катушек;

I – постоянный ток в катушке, направление которого для положительных величин совпадает с указанным на рис. 2.1.

Обозначения величин даются с индексами, которые указывают, к какой ветви магнитной цепи относится та или иная величина;

индекс 1 – к левой магнитной ветви,

2 – к средней ветви,

3 – к правой ветви.

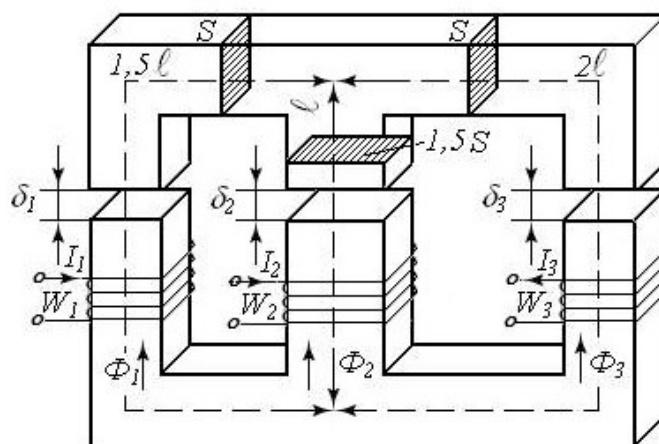


Рис. 2.1. Схема магнитной цепи

Основные кривые намагничивания электротехнических сталей

Таблица 2.1

$B, \frac{\text{Вб}}{\text{м}^2}$	$H, \frac{\text{А}}{\text{см}}$ для стали			
	Э11	Э41	литая сталь	Э31
0	0	0	0	0
0,5	1,7	0,85	4	2
0,7	2,6	1,45	5,8	2,5
0,9	4	2,35	8	3,5
1	5	3	9,2	4
1,1	6,5	4	10,9	4,5
1,2	8,4	5,4	12,9	5
1,3	11,4	7,7	15,9	7,5
1,4	15,8	13	20,9	11
1,45	19,5	18,3	24,4	14
1,5	25	27,5	28,9	18
1,53	32,8	38,5	34,3	28
1,6	43,7	51,5	41	43
1,65	58,8	69,5	48,7	60
1,7	77,8	89	57,5	85
1,8	125	140	95	135

Исходные данные для расчета

Таблица 2.2

№ варианта	Сталь	l , см	S , см ²	F_1 , А	F_2 , А	F_3 , А	Φ_1 , мВб	Φ_2 , мВб	Φ_3 , мВб	δ_1 , мм	δ_2 , мм	δ_3 , мм
1	Э31	22	7	?	2000	0	0,9	?	?	0	1	0
2	Э11	20	6	2000	1000	0	?	?	?	0	0	1
3	литая	28	7	0	1200	2000	?	?	?	0	1	0
4	Э11	26	9	2000	0	2400	?	?	?	1	0	0
5	литая	24	8	2600	1000	0	?	?	?	0	1	0
6	Э41	22	9	0	2800	1000	?	?	?	0	0	1
7	Э31	30	6	2000	0	3000	?	?	?	0	1	0
8	Э41	28	10	?	2000	0	1,0	?	?	1	0	0
9	Э31	30	8	0	?	2000	?	1,0	?	0	1	0
10	Э11	20	10	0	3000	?	?	?	0,8	0	0	1
11	Э31	26	9	?	2000	0	0,9	?	?	0	1	0
12	Э11	24	8	2000	1000	0	?	?	?	0	0	1
13	литая	22	9	0	1200	2000	?	?	?	0	1	0
14	Э11	30	6	2000	0	2400	?	?	?	0	1	0
15	литая	28	10	2600	1000	0	?	?	?	0	1	0
16	Э41	30	8	0	2800	1000	?	?	?	0	0	1
17	Э31	20	10	2000	0	3000	?	?	?	0	1	0
18	Э41	22	7	?	2000	0	1,0	?	?	1	0	0
19	Э31	20	6	0	?	2000	?	1,0	?	0	1	0
20	Э11	28	7	0	3000	?	?	?	0,8	0	0	1
21	Э31	30	6	?	2000	0	0,9	?	?	0	1	0
22	Э11	28	10	2000	1000	0	?	?	?	0	0	1
23	литая	30	8	0	1200	2000	?	?	?	0	1	0
24	Э11	20	10	2000	0	2400	?	?	?	1	0	0
25	литая	22	7	2600	1000	0	?	?	?	0	1	0

Методические указания к задаче 2.2

Одним из основных законов магнетизма является закон полного тока:

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I. \quad (2.1)$$

Линейный интеграл, называемый в математике циркуляцией вектора напряженности магнитного поля \vec{H} , в электротехнике носит название намагничивающей силы (НС) или магнитодвижущей силы F (МДС). $\sum I$ – полный ток т.е. суммарный ток, охваченный контуром интегрирования l , за который при расчете магнитных цепей принимается средняя силовая линия. Для обмотки с числом витков W и током I МДС

$F = I \cdot W$. Таким образом, выражение (2.1) может быть истолковано как второй закон Кирхгофа для магнитной цепи:

$$F = I \cdot W = \sum_{k=1}^n H_k \cdot l_k = \sum_{k=1}^n U_{mk}, \quad (2.2)$$

где n – число участков с различающимися по величине напряженностями H при общем магнитном потоке Φ (следовательно, количество участков n для каждой ветви магнитной цепи определяется числом различающихся поперечных сечений и материалов ветви).

В этой задаче весь магнитопровод изготовлен из одной и той же стали, а поперечное сечение каждой ветви также одно и то же. Поэтому ферромагнитный участок каждой ветви будет представлен на схеме замещения одним магнитным сопротивлением R_{mk} , нелинейным, потому что магнитная проницаемость μ ферромагнетика нелинейно зависит от напряженности H . Если в ветви есть воздушный зазор δ , то его магнитное сопротивление $R_{m\delta}$ – линейно, т.к. для неферромагнетиков μ не зависит от H и принимается при расчетах равной магнитной проницаемости вакуума $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

На схеме замещения сопротивления R_{mk} и $R_{m\delta}$ соединены последовательно.

Таким образом, формальная (математическая) аналогия между нелинейной электрической и магнитной цепями позволяет использовать схему замещения магнитной цепи, выполненную в привычных символах и делающую расчет более прозрачным. Магнитными аналогами тока I , э.д.с. E , сопротивления R и падения напряжения U являются соответственно поток Φ , м.д.с. F , магнитное сопротивление R_m и магнитное падение напряжения $U_{mk} = H_k \cdot l_k$. Направление магнитных потоков Φ задано схемой рис. 2.1; направления МДС определяются по правилу буравчика.

Все многообразие вариантов задачи сводится к двум типам:

1. Заданы все МДС и требуется определить все потоки.
2. Задан поток одной из ветвей, а неизвестна МДС в ней, и требуется рассчитать ее и остальные потоки.

В обоих случаях при решении целесообразно использовать метод двух узлов (МДУ), применение которого и порядок расчета рассмотрим на примерах.

Пример 6

$F_1 = W_1 \cdot I_1 = 200$ А; $F_2 = W_2 \cdot I_2 = 0$; $F_3 = W_3 \cdot I_3 = 3000$ А; $\delta_1 = 0$; $\delta_2 = 1$ мм; $\delta_3 = 0$; $l = 30$ см; $S = 6$ см²; $W_1 = 400$; $W_2 = 500$; $W_3 = 1000$, материал магнитопрово-

да – электротехническая сталь Э31. Определить магнитные потоки Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 , энергию в воздушном зазоре W_δ и силу f , стягивающую воздушный зазор.

Решение

1. Составляем расчетную схему замещения (рис. 2.2). Индексы величин выбираем в соответствии со схемой рис. 2.1:

1 – для левого стержня магнитопровода;

2 – для среднего стержня;

3 – для правого стержня.

$l_1 = 1,5l$; $l_2 = l$; $l_3 = 2l$; $l_\delta = \delta_2$; $S_1 = S_3 = S$; $S_2 = 1,5S$. Узлы обозначаем буквами a и b , магнитное напряжение двух узлов – U_{mab} .

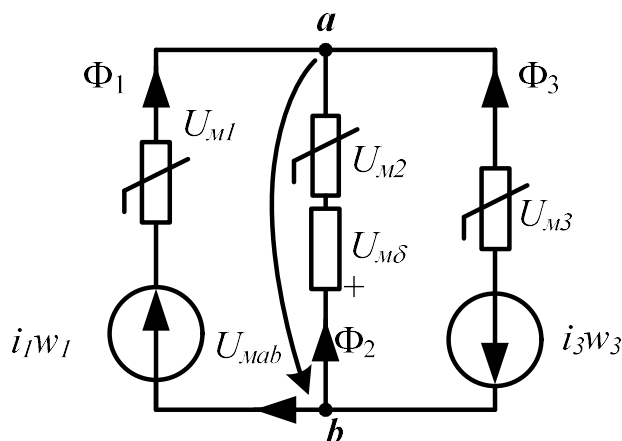


Рис. 2.2

2. Рассчитаем вебер-амперные характеристики (ВБАХ) магнитных сопротивлений $\Phi_1(U_{m1})$, $\Phi_2(U_{m2})$, $\Phi_2(U_{m\delta})$, $\Phi_3(U_{m3})$. Расчеты каждой точки на характеристиках однотипны, поэтому в отчете достаточно привести расчет по одной точке на каждой характеристике, а все результаты свести в таблицу типа 2.3.

Для примера приведем расчет по одной точке на ВБАХ $\Phi_2(U_{m2})$, $\Phi_2(U_{m\delta})$. Задаемся величиной индукции $B_2 = B_\delta = B = 0,9$ Тл, тогда магнитный поток $\Phi_2 = B_2 \cdot S_2 = B \cdot 1,5S = 0,9 \cdot 1,5 \cdot 6 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^{-4}$ Вб.

Напряженность H_2 в стальном участке средней ветви определяем по основной кривой намагничивания для стали Э31 $H_2 = 3,5 \text{ А/см}$;

напряженность поля в воздушном зазоре $H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{B}{4\pi \cdot 10^{-7}} \text{ А/м}$,

$$\text{или } H_{\delta} = \frac{B}{4\pi \cdot 10^{-4}} \text{ А/мм}.$$

Магнитные напряжения на сопротивлениях зазора и стали:

$$U_{m\delta} = H_{\delta} \cdot \delta_2 = \frac{B_{\delta} \cdot \delta_2}{4\pi \cdot 10^{-4}} = 795 \cdot B_{\delta} \cdot \delta_2 = 795 \cdot 0,9 \cdot 1 = 716 \text{ А};$$

$$U_{m2} = H_2 \cdot l_2 = 3,5 \cdot 30 = 105 \text{ А}.$$

Для получения ответов построение характеристик сопротивлений необязательно, однако, следует помнить, что для стальных участков в диапазоне значений индукции $B = (0 \div 1,5)$ Тл для стали горячего проката ВБАХ обладают явно выраженной нелинейностью и имеют вид кривой 1 (характеристика $\Phi_1 = (U_{m1})$) на рис. 2.3. Характеристика воздушного зазора – прямая линия, проходящая через начало координат.

3. Для схемы замещения по второму закону Кирхгофа записываем уравнения ВБАХ ветвей магнитной цепи:

$$U_{mab}(\Phi_1) = U_{m1}(\Phi_1) - F_1. \quad (2.3)$$

$$U_{mab}(\Phi_2) = U_{m2}(\Phi_2) + U_{m\delta}(\Phi_2). \quad (2.4)$$

$$U_{mab}(\Phi_3) = U_{m3}(\Phi_3) + F_3. \quad (2.5)$$

По этим уравнениям определяются напряжения двух узлов U_{mab} для каждого значения потока. Например, при $\Phi_1 = \Phi_3 = 5,4 \cdot 10^{-4}$ Вб, $U_{mab}(\Phi_1) = 158 - 200 = -42 \text{ А}$; $U_{mab}(\Phi_3) = 210 + 3000 = 3210 \text{ А}$; при $\Phi_2 = 8,1 \cdot 10^{-4}$ Вб, $U_{mab}(\Phi_2) = 105 + 716 = 821 \text{ А}$ и т.д. Результаты расчета также сводятся в табл. 2.3.

Таблица 2.3

B Тл	$H_1 =$ $= H_2 =$ $= H_3,$ А/см	$\Phi_1 =$ $= \Phi_3,$ 10^{-4} Вб	$\Phi_2,$ 10^{-4} Вб	$U_{m1},$ А	$U_{m2},$ А	$U_{m\delta},$ А	$U_{m3},$ А	$U_{mab}(\Phi_1),$ А	$U_{mab}(\Phi_2),$ А	$U_{mab}(\Phi_3),$ А
0	0	0	0	0	0	0	0	-200	0	3000
0,5	2	3	4,5	90	60	398	120	-110	458	3120
0,7	2,5	4,2	6,3	112,5	75	557	150	-87,5	632	3150
0,9	3,5	5,4	8,1	157,5	105	716	210	-42,5	821	3210
1	4	6	9	180	120	796	240	-20	916	3240
1,1	4,5	6,6	9,9	202,5	135	875	270	2,5	1010	3270
1,2	5	7,2	10,8	225	150	955	300	25	1105	3300
1,3	7,5	7,8	11,7	337,5	225	1035	450	137,5	1260	3450
1,4	11	8,4	12,6	495	330	1114	660	295	1444	3660
1,45	14	8,7	13,1	630	420	1154	840	430	1574	3840
1,5	18	9	13,5	810	540	1194	1080	610	1734	4080

B Тл	$H_1 =$ $= H_2 =$ $= H_3,$ А/см	$\Phi_1 =$ $= \Phi_3,$ 10^{-4} Вб	$\Phi_2,$ 10^{-4} Вб	$U_{M1},$ А	$U_{M2},$ А	$U_{M\delta},$ А	$U_{M3},$ А	$U_{Mab}(\Phi_1),$ А	$U_{Mab}(\Phi_2),$ А	$U_{Mab}(\Phi_3),$ А
1,55	28	9,3	14	1260	840	1233	1680	1060	2073	4680
1,6	43	9,6	14,4	1935	1290	1273	2580	1735	2563	5580
1,65	60	9,9	14,9	2700	1800	1313	3600	2500	3113	6600
1,7	85	10,2	15,3	3825	2550	1353	5100	3625	3903	8100
1,8	135	10,8	16,2	6075	4050	1432	8100	5875	5483	11100

На рис. 2.3 построены графики всех трех ВБАХ ветвей.

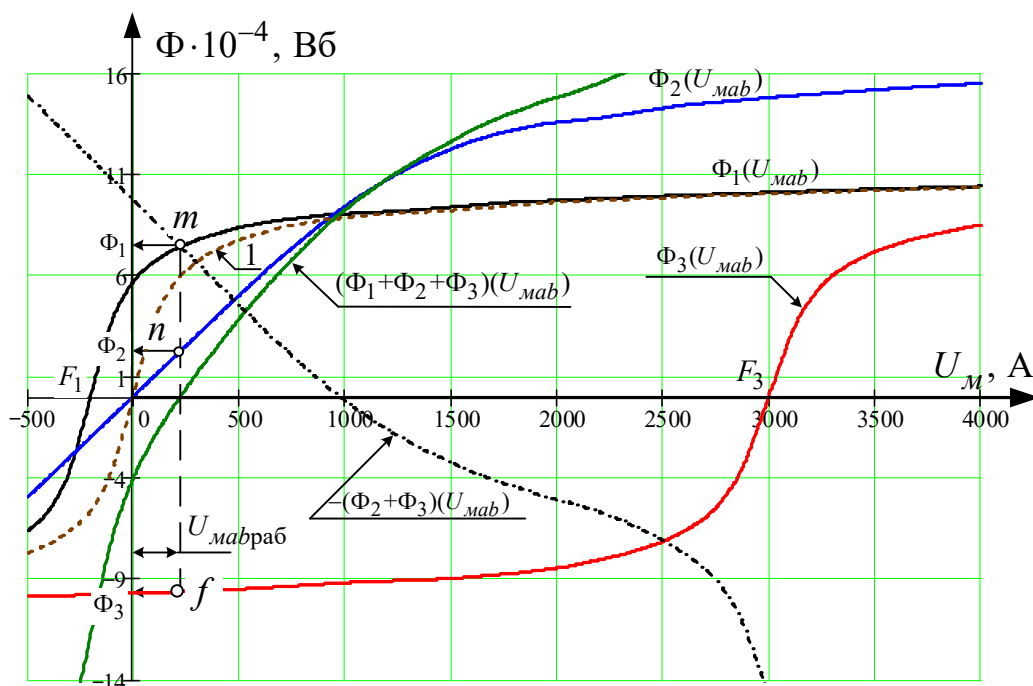


Рис. 2.3

4. Составляем функциональное уравнение по первому закону Кирхгофа $\Phi_1(U_{Mab}) + \Phi_2(U_{Mab}) + \Phi_3(U_{Mab}) = 0$, и, решив его графически, определяем рабочее значение магнитного напряжения $U_{Mab,раб}$ точка e пересечения суммарной характеристики $(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3)(U_{Mab})$ с осью магнитных напряжений U_M и определяет режим работы цепи (рис. 2.3), $U_{Mab,раб} = 188$ А.

5. Определяем рабочие точки на характеристиках ветвей и получаем соответствующие им значения потоков Φ_1, Φ_2, Φ_3 . Для определения

рабочих точек m, n, f достаточно спроектировать точку e на характеристики $\Phi_1(U_{mab}), \Phi_2(U_{mab}), \Phi_3(U_{mab})$ соответственно.

$$\Phi_1 = 8,05 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}, \Phi_2 = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}, \Phi_3 = -9,67 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}.$$

Примечание.

Так как все три потока Φ_1, Φ_2, Φ_3 направлены к одному узлу «b», что физически невозможно, то следует ожидать отрицательных значений одного или двух потоков. Значит, для построения суммарной кривой могут понадобиться отрицательные ветви кривых $\Phi_k(U_{mab})$. Они строятся без дополнительных расчетов, поскольку все ВБАХ магнитных сопротивлений $\Phi_k(U_{mk})$ симметричны и удовлетворяют условию $\Phi_k(U_{mk}) = -\Phi_k(-U_{mk})$.

Пример 7

Задан поток $\Phi_1 = 8,05 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$.

Требуется определить Φ_2, Φ_3 и F_1 при всех прочих исходных данных примера 6.

Решение

Первые три пункта являются общими, кроме построения кривой $\Phi_1(U_{mab})$, которую построить невозможно, т.к. неизвестна МДС F_1 .

4. Функциональное уравнение первого закона Кирхгофа в этом случае следует записать в двухсторонней форме:

$$\Phi_1(U_{mab}) = -\Phi_2(U_{mab}) - \Phi_3(U_{mab}) = -(\Phi_2 + \Phi_3)(U_{mab}). \quad (2.6)$$

Характеристика $-(\Phi_2 + \Phi_3)(U_{mab})$ строится путем графического сложения характеристик ветвей $\Phi_2(U_{mab})$ и $\Phi_3(U_{mab})$ в направлении оси потоков с последующим зеркальным отображением суммарной характеристики относительно оси абсцисс (пунктирная кривая на рис. 2.3).

Согласно уравнению 2.6, режим работы магнитной цепи определяется точкой «m» пересечения характеристик $\Phi_1(U_{mab})$ и $-(\Phi_2 + \Phi_3)(U_{mab})$, но кривой $\Phi_1(U_{mab})$ у нас нет, но известна рабочая величина потока Φ_1 .

5. На оси потоков находим точку $\Phi_1 = 8,05 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ и проводим из нее прямую, параллельную оси абсцисс, до пересечения с кривой $-(\Phi_2 + \Phi_3)(U_{mab})$ в рабочей точке «m», из которой опускаем перпендикуляр до пересечения с характеристиками $\Phi_2(U_{mab})$ и $\Phi_3(U_{mab})$

в рабочих точках «*n*» и «*f*» и записываем ответы: $\Phi_2 = 1.6 \cdot 10^{-4}$ Вб, $\Phi_3 = -9.67 \cdot 10^{-4}$ Вб, $U_{\text{мab.раб.}} = 188$ А.

6. Определим F_1 . Т.к. $U_{\text{мab.раб.}}$ известно, то F_1 можно рассчитать из уравнения 2.3: $F_1 = U_{\text{м1}}(8,05 \cdot 10^{-4}) - U_{\text{мab.раб.}}$.

Неизвестную величину магнитного напряжения $U_{\text{м1}}$, соответствующую рабочему значению потока Φ_1 , определим следующим образом:

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{8,05 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}} = 1,342 \text{ Тл.}$$

Поскольку в табл. 2.1 нет значения $B = 1,342$ Тл, то строим график основной кривой намагничивания для стали Э31 и по нему определяем напряженность магнитного поля в первом стержне $H_1 = 8,3$ А/см (рис. 2.4).

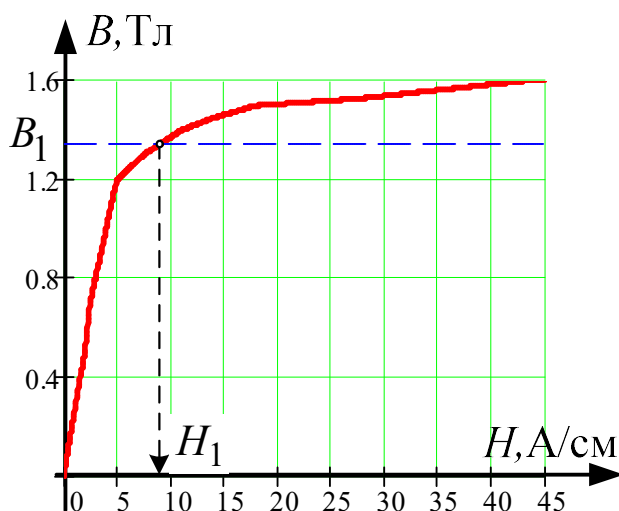


Рис. 2.4

Далее определяем:

$$U_{\text{м1}}(8,05 \times 10^{-4}) = H_1 \cdot l_1 = 8,3 \cdot 45 = 374 \text{ А, ; } F_1 = 374 - 188 = 186 \text{ А.}$$

7. Энергия поля в воздушном зазоре находится через объемную плотность энергии $W_o = \frac{B_\delta \cdot H_\delta}{2}$: $W_\delta = W_o \cdot V_\delta = \frac{B_\delta \cdot H_\delta}{2} \cdot \delta \cdot S_\delta$; причем

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_o}; \text{ и } B_\delta = \frac{\Phi_\delta}{S_\delta}, \text{ следовательно,}$$

$$W_{\delta} = \frac{\Phi_{\delta}^2 \cdot \delta}{2\mu_0 \cdot S_{\delta}} = \frac{1,6^2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,5 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = 0,01132 \text{ Дж},$$

где V – объем воздушного зазора.

В нашем случае $\Phi_{\delta} = \Phi_2$; $S_{\delta} = S_2 = 1,5 \cdot S$; $\delta = \delta_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

8. Сила, стягивающая воздушный зазор, рассчитывается как производная от энергии по координате, которой в данном случае является δ :

$$f = \frac{W_{\delta}}{\delta} = \frac{0,01132}{1 \cdot 10^{-3}} = 11,32 \text{ Н}.$$