Министерство образования Российской Федерации

Томский государственный
архитектурно-строительный университет

ФИЗИКА

Часть 2

Методические указания и задания для контрольной работы № 3

Под редакцией Л.А. Тепляковой

Томск 2011

Физика. Часть 2: методические указания и задания для контрольной работы № 3 / Сост. Ю.А. Грибов, В.Б. Каширин, В.П. Пашко, Н.Р. Сизоненко, Н.О. Солоницина, Л.А. Теплякова; под ред. Л.А. Тепляковой. – Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2010. – с.

Рецензент профессор В.Б. Каширин
Редактор Е.Ю. Глотова

Методические указания и задачи к контрольной работе № 3 по дисциплине ЕН. Ф.3 «Физика» для студентов всех специальностей заочной формы обучения.

Печатаются по решению методического семинара кафедры физики №

с 11
до 11

Подписано в печать 2011.
Формат 60×84. Бумага офсет. Гарнитура Таймс.
Уч.-изд. л. 2,15. Тираж 1000 экз. Заказ №

Изд-во ТГАСУ, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2.
Отпечатано с оригинал-макета в ООП ТГАСУ.
634003, г. Томск, ул. Партизанская, 15.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант	Номера задач				
1	311	321	331	341	351
2	312	322	332	342	352
3	313	323	333	343	353
4	314	324	334	344	354
5	315	325	335	345	325
6	316	326	336	346	356
7	317	327	337	347	357
8	318	328	338	348	358
9	319	329	339	349	359
0	320	330	340	350	360

1. ПОЛЕ ПРЯМОГО И КРУГОВОГО ТОКА

Основные формулы

1.Закон Био–Савара–Лапласа

$$d\vec{B}=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{\left[Id\vec{l}\cdot\vec{r}\right]}{r^3},$$

где μ_0 – магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м); μ – магнитная проницаемость среды; $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемого элементом длины проводника $d\vec{l}$ с током I; $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от начала элемента проводника $d\vec{l}$ к точке, в которой определяется магнитная индукция.

2. Модуль вектора $\left|d\vec{B}\right|$ выражается формулой

$$dB=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2},$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

3. Связь вектора магнитной индукции $\vec{B}$ и напряженности магнитного поля $\vec{H}$

$$\vec{B}=\mu\mu_0\vec{H}.$$

4. Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током, на расстоянии R от него

$$B=\frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R}$$

5. Магнитная индукция поля, создаваемая отрезком проводника с током I в

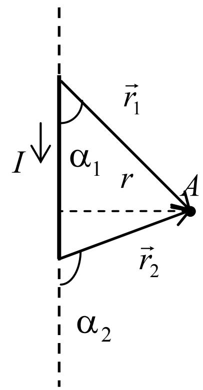


Рис. 1..1

точке A на расстоянии r от него

$$B_A = \frac{\mu\mu_0 I(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)}{4\pi r}.$$

6. Магнитная индукция в центре кругового витка с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

где R – радиус витка.

7. Магнитная индукция на оси кругового витка с током на расстоянии a от его плоскости

$$\text{B} = \frac{\mu\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + a^2\right)^{3/2}}.$$

8. Магнитная индукция поля, создаваемого длинным соленоидом в средней его части

$$B = \mu\mu_0 n I = \frac{\mu\mu_0 N I}{\ell},$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида; I – сила тока в соленоиде; N – число витков соленоида; ℓ – длина соленоида.

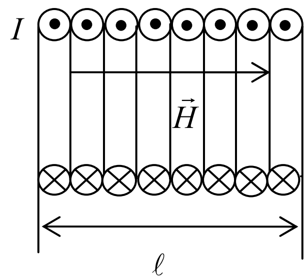
9. Магнитная индукция поля на оси соленоида конечной длины

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} I \cdot n \cdot \left(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right),$$

где α_1, α_2 – углы между осью соленоида и радиусом-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концам соленоида.

Пример. Катушка длиной $\ell = 30$ см имеет $N = 1000$ витков. Найти напряженность H магнитного поля внутри

катушки, если по катушке проходит ток $I = 2$ А. Диаметр катушки считать малым по сравнению с её длиной.

Дано:	Решение:
$\ell = 30$ см $N = 1000$ витков $I = 2$ А H – ?	 Рис. 1.2. Направление магнитного поля в соленоиде (в разрезе)

По условию задачи диаметр катушки намного меньше ее длины, тогда катушку можно считать бесконечно длинным соленоидом, для которого

$$H = n \cdot I = \frac{N \cdot I}{\ell},$$

так как $n = \frac{N}{\ell}$, где n – число витков, приходящих на единицу длины соленоида; I – сила тока в соленоиде; ℓ – длина соленоида.

Подставим числовые значения и получим величину напряженности внутри катушки:

$$H = \frac{N \cdot I}{\ell} = \frac{1000 \cdot 2}{0{,}3} = 6666{,}6 \left(\frac{A}{\text{м}}\right) = 6{,}67 \left(\frac{\text{к}A}{\text{м}}\right).$$

Ответ $H = 6{,}67\ \frac{\text{к}A}{\text{м}}$.

ЗАДАЧИ

311. Найти напряженность H магнитного поля в точке, отстоящей на расстоянии $R = 2$ м от бесконечного длинного проводника, по которому течет ток I = 5А. [H = 398 А/м]

312. Определите магнитную индукцию в центре кругового проволочного витка радиусом R = 10 см, по которому течет ток I = 1А. [B = 6,28 мкТл]

313. Определите магнитную индукцию на оси тонкого проволочного кольца радиусом R = 5 см, по которому течет ток I = 10А, в точке A, расположенной на расстоянии a = 10 см от центра кольца. [B = 11,2 мкТл]

314. Определите магнитную индукцию на оси тонкого проволочного кольца радиусом R = 10 см, в точке A, расположенной на расстоянии a = 20 см от центра кольца, если в центре кольца магнитная индукция B = 50 мкТл. [B_A = 4,47 мкТл]

315. Напряженность магнитного поля в центре кругового витка H_0 = 64 А/м. Радиус витка R = 11 см. Найти напряженность H магнитного поля на оси витка на расстоянии d = 10 см от его плоскости. [H = 25,7 А/м]

316. Найти напряженность H магнитного поля, создаваемого отрезком AB прямолинейного проводника с током, в точке C, расположенной на перпендикуляре к середине этого отрезка на расстоянии 5 см от него, если по проводнику течет ток $I=20$ А. Отрезок AB проводника виден из точки C под углом 60º. [$H=31{,}8\ \frac{А}{м}$]

317. Обмотка катушки сделана из проволоки диаметром $d = 0{,}8$ мм. Витки плотно прилегают друг к другу. Считая катушку достаточно длинной, найти напряженность H магнитного поля внутри катушки при силе токе $I=1$ А. [$H=1{,}25\ \frac{кА}{м}$]

318. Кольцо из тонкого провода содержит 80 витков. Радиус кольца 20 см. Определить напряженность H магнитного поля в центре кольца, если по проводу течет ток 0,6 А. [$H=120\ \frac{А}{м}$]

319. Найти магнитную индукцию в центре тонкого кольца, по которому течет ток $I=10$ А. Радиус кольца равен 5 см. [$B=1{,}3\cdot10^{-5}$ Тл]

320. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток $I=50$ А. Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной на расстоянии $a=5$ см от проводника. [$B=2\cdot10^{-4}$ Тл]

2. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Основные формулы

1.Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ поля, созданного несколькими проводниками с током равен:

$$\vec{B}=\sum_{i=1}^{n}\vec{B}_i,$$

где n – число проводников с током; $\vec{B}_i$ – вектор магнитной индукции поля i-того проводника.

Пример. На рис. 2.1 изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояние между проводниками AB = 10 см, токи I_1 =20 А,

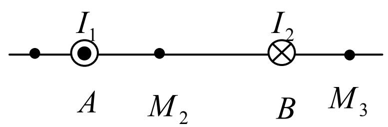
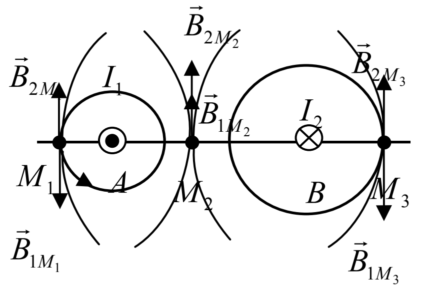


Рис. 2.1

$I_2 = 30$ А. Найти магнитные индукции поля, созданного этими токами в точках M_1, M_2, M_3. Расстояния $M_1A = 2$ см, $AM_2 = 4$ см и $BM_3 = 3$ см. Проводники находятся в вакууме.

Дано:	Си:	Решение:
$AB = 10$ см $I_1 = 20$ А $I_2 = 30$ А $M_1A = 2$ см $AM_2 = 4$ см $BM_3 = 3$ см	$AB = 0{,}1$ м $M_1A = 0{,}2$ м $AM_2 = 0{,}4$ м $BM_3 = 0{,}3$ м	
$B_{M1} - ?$ $B_{M2} - ?$ $B_{M3} - ?$		Рис.2.2

В каждой из точек M_1, M_2, и M_3 существуют два магнитных поля. Они созданы токами I_1 и I_2. Согласно принципу суперпозиции вектор $\vec{B}$ суммарного поля в каждой из точек M_1 и M_3 равен $\vec{B}_i = \vec{B}_{1M_i} + \vec{B}_{2M_i}$, где $\vec{B}_{1M_i}$ и $\vec{B}_{2M_i}$ векторы магнитной индукции полей, созданных рассматриваемыми токами в i-той точке (i = 1, 2 и 3). Построим линии магнитной индукции этих полей в точках M_1, M_2, и M_3. (см. рис. 2.2).

Как видно из этого рисунка, в точке M_1 векторы $\vec{B}_{1M_1}$ и $\vec{B}_{2M_1}$ направлены в противоположные стороны. Следовательно, величина магнитной индукции в точке M_1 будет равна разности модулей векторов $\vec{B}_{1M_1}$ и $\vec{B}_{2M_1}$. Модули этих векторов найдем по формуле для поля бесконечно длинного прямолинейного проводника с током (см. п. 1)

$$B_{1M_1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi M_1 A}, \quad B_{2M_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi AB}.$$

Тогда получим

$$B_{M_1} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{M_1A} - \frac{I_2}{AB}\right).$$

Проверим единицы измерения:

$$\left[B_{M_1}\right] = \left[\mu_0\right]\cdot\left(\frac{[I_1]}{[M_1]} - \frac{[I_2]}{[AB]}\right) = \frac{\text{Гн}}{\text{м}}\cdot\left(\frac{\text{А}}{\text{м}} - \frac{\text{А}}{\text{м}}\right) = \frac{\text{Гн}\cdot\text{А}}{\text{м}^2} = \text{Тл}.$$

Произведем вычисления:

$$B_{M_1} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{20}{0{,}02} - \frac{30}{0{,}01}\right) = 2\cdot 10^{-7}\cdot 700 = 1{,}4\cdot 10^{-4}\,(\text{Тл}).$$

В точке M_2 векторы $\vec{B}_{1M_2}$ и $\vec{B}_{2M_2}$ направлены в одну сторону и, следовательно, величина вектора $\vec{B}_{M_2}$ равна

$$B_{M_2} = B_{1M_2} + B_{2M_2}.$$

Учтем, что

$$B_{1M_2} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\cdot AM_2}; \quad B_{2M_2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi\cdot(AB - AM_2)}.$$

Тогда

$$B_{M_2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{AM_2} + \frac{I_2}{AB - AM_2}\right).$$

Произведем вычисления:

$$B_{M_2}=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{20}{0{,}04}+\frac{30}{0{,}06}\right)=2\cdot 10^{-7}\cdot 10^{3}=2\cdot 10^{-4}\,(\text{Тл}).$$

В точке M_3 векторы $\vec{B}_{1M_3}$ и $\vec{B}_{2M_3}$ направлены противоположно друг другу, следовательно

$$B_{M_3}=\left|B_{1M_3}-B_{2M_3}\right|;$$

$$B_{1M_3}=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\left(AB+BM_3\right)};$$

$$B_{2M_3}=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi BM_3}.$$

Величина вектора $\vec{B}_{M_3}$ равна:

$$B_{M_3}=\frac{\mu_0}{2\pi}\left|\frac{I_1}{AB+BM_3}-\frac{I_2}{BM_3}\right|.$$

Произведем вычисления

$$B_{M_3}=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{20}{0{,}13}-\frac{30}{0{,}03}\right)=2\cdot 10^{-7}\left|153{,}8-1000\right|\approx 1{,}7\cdot 10^{-7}\,(\text{Тл}).$$

Ответ: $B_{M_1}=1{,}4\cdot 10^{-4}\,(\text{Тл})$; $B_{M_2}=2\cdot 10^{-4}\,(\text{Тл})$; $B_{M_3}=1{,}7\cdot 10^{-7}\,(\text{Тл})$.

ЗАДАЧИ

321. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно и находятся во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 2.3). Найти магнитные индукции B_1 и B_2 полей, созданных точками $I_1=4$ А, $I_2=5$ А.

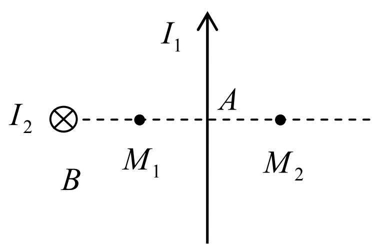


Рис. 2.3

Расстояние $AM_1=AM_2=2$ см, $AB=5$ см. Проводники находятся в вакууме. $\left[B_{M_1}=5{,}2\cdot 10^{-7}\text{ Тл},\ B_{M_2}=4{,}2\cdot 10^{-7}\text{ Тл}\right]$

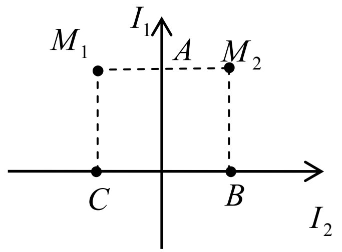


Рис. 2.4

322. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг другу и находятся в одной плоскости (рис.2.4). Найти величину магнитной индукции в точках M_1 и M_2, если токи $I_1=2$ А, $I_2=3$ А. Расстояния $AM_1=AM_2=1$ см и $BM_1=CM_2=2$ см. Проводники находятся в вакууме. $\left[B_{M_1}=1\cdot 10^{-5}\text{ Тл},\ B_{M_2}=7\cdot 10^{-7}\text{ Тл}\right]$

323. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг другу и находятся во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 2.5). Найти магнитные индукции B_1 и B_2 полей, созданных токами $I_1=2$ А, $I_2=3$ А. Расстояния $AM_1=AM_2=1$ см и $AB=5$ см. Проводники находятся в вакууме. $\left[B_{M_1}=7{,}4\cdot 10^{-5}\text{ Тл},\ B_{M_2}=1{,}9\cdot 10^{-4}\text{ Тл}\right]$

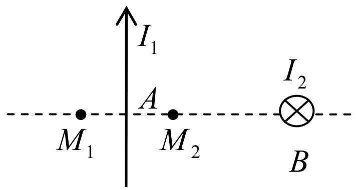


Рис. 2.5

324. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены параллельно на расстоянии d = 10 см друг от друга (рис. 2.6). По проводникам текут то-

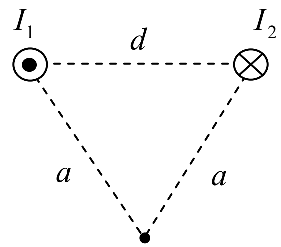


Рис. 2.6

ки $I_1=I_2=5$ А в противоположных направлениях. Найти модуль и направление вектора магнитной индукции в точке, находящейся на расстоянии a = 10 см от каждого проводника. Проводники находятся в вакууме. $\left[B=2{\cdot}10^{-6}\ \text{Тл}\right]$

325. Прямолинейный бесконечно длинный проводник с током $I_1=2$ А и круговой проводник с током $I_2=4$ А расположены так, как показано на рис. 2.7. Расстояния $AB=BC=5$ см. Найти модуль и направление вектора магнитной индукции в точке C. Проводники находятся в вакууме. $\left[B_C=4{,}2{\cdot}10^{-7}\ \text{Тл}\right]$

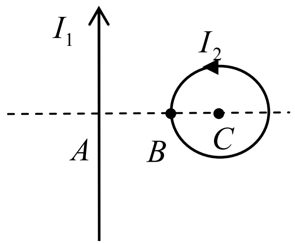


Рис. 2.7

326. Прямолинейный бесконечно длинный проводник с током $I_1=4$ А и круговой проводник с током $I_2=3$ А расположены так, как показано на рис. 2.8. Расстояния $AB=BC=4$ см. Найти модуль и направление вектора магнитной индукции в точке C. Проводники находятся в вакууме. $\left[B_C=5{,}8{\cdot}10^{-7}\ \text{Тл}\right]$

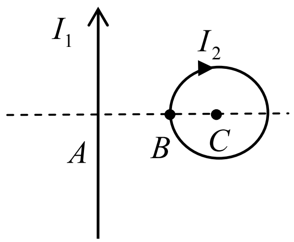


Рис. 2.8

327. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг другу и находятся в одной плоскости (рис. 2.9). Найти величину магнитной индукции в точках M_1 и M_2, если

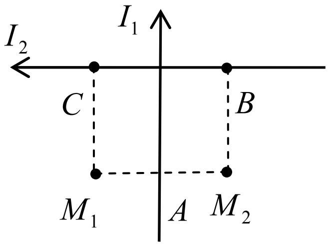


Рис. 2.9

токи $I_1=4$ А, $I_2=5$ А. Расстояния $AM_1=AM_2=2$ см и $BM_1=CM_2=3$ см. Проводники находятся в вакууме. $\left[B_{M_1}=7{,}3{\cdot}10^{-7}\ \text{Тл},\ B_{M_2}=4{,}6{\cdot}10^{-7}\ \text{Тл}\right]$

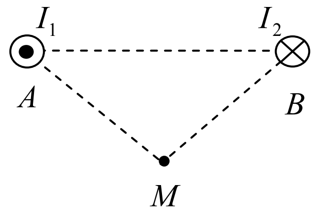


Рис. 2.10

328. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены параллельно на расстоянии AB = 10 см друг от друга (рис. 2.10). По проводникам текут токи $I_1=I_2=2$ А в одном направлении. Найти модуль и направление вектора магнитной индукции в точке, находящейся на расстоянии 10 см от каждого проводника (AM = BM = 10 см). Проводники находятся в вакууме. $\left[B=2{\cdot}10^{-6}\ \text{Тл}\right]$

329. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг другу и находятся в одной плоскости (рис. 2.11). Найти величину магнитной индукции в точках M_1 и M_2, если токи $I_1=4$ А, $I_2=2$ А. Расстояния $AM_1=BM_2=1$ см и $DM_1=CM_2=2$ см. Проводники находятся в вакууме. $\left[B_{M_1}=6{\cdot}10^{-7}\ \text{Тл},\ B_{M_2}=6{\cdot}10^{-7}\ \text{Тл}\right]$

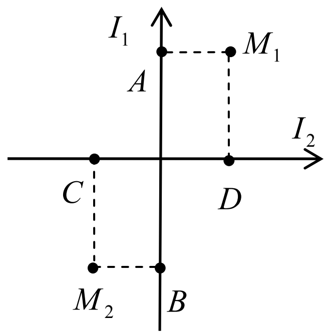


Рис. 2.11

330. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг другу и находятся во взаим-

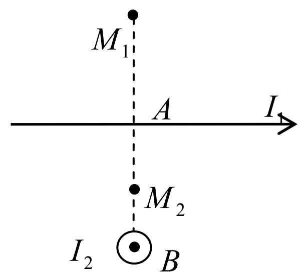


Рис. 2.12

но перпендикулярных плоскостях (рис. 2.12). Найти магнитные индукции B_1 и B_2 полей, созданных токами $I_1 = 2$ А, $I_2 = 3$ А в точках M_1 и M_2. Расстояния $AM_1 = AM_2 = 3$ см и $AB = 6$ см. Проводники находятся в вакууме.

$\left[B_{M_1} = 2\cdot10^{-7}\ \text{Тл},\ B_{M_2} = 2{,}4\cdot10^{-7}\ \text{Тл}\right]$

3. СИЛА АМПЕРА

Основные формулы

1. Закон Ампера

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{\ell}\cdot\vec{B}\right],$$

где $d\vec{F}$ – сила, действующая на элемент $d\vec{\ell}$ проводника с током I, помещенного в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$.

2. Модуль силы Ампера

$$dF = I\cdot B\cdot d\ell\cdot\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $d\vec{\ell}$ и $\vec{B}$.

Если в однородном магнитном поле находится прямолинейный проводник длиной ℓ, то на него действует сила F, равная

$$F = I\cdot\ell\cdot B\cdot\sin\alpha,$$

где α – угол между вектором B и направлением тока.

3. Сила взаимодействия двух прямолинейных бесконечно длинных параллельных проводников с токами I_1 и I_2, рассчитанная на единицу длины проводников

$$F = \frac{\mu_0\mu\cdot I_1 I_2}{4\pi d},$$

где d – расстояние между проводниками.

Пример. По горизонтальному проводу течет ток I_1 = 10 А. Под ним на расстоянии d = 1,5 см находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому проходит ток I_2 = 1,5 А. Какова должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным. Плотность алюминия ρ = 2,7 г/см^3. [7,55·10^{-9}м^2]

Дано:	Решение:
I_1 = 10 А I_2 = 1,5 А d = 1,5·10^2 м ρ = 2,7·10^3 кг/м^3 m = 1	Так как алюминиевый провод не закреплен и находится в равновесии, это означает, что сумма всех сил, действующих на провод равна нулю. На провод действует сила тяжести, направленная вниз $F_g = mg$, где m – масса тела; g – ускорение силы тяжести. Ее уравновешивает сила Ампера, направленная вверх. Сила притяжения двух проводников, как указано выше, равна:
S – ?	

$$F = \frac{\mu_0\mu I_1 I_2 l}{2\pi d}.$$

Масса алюминиевого провода может быть выражена как $m = \rho g V$, где ρ – плотность алюминия, V – объём провода. Проводник представляет собой цилиндр и его объём равен $V = lS$. Таким образом сила тяжести может быть записана как $F_g = \rho l S g$. Приравнивая силы F_g и F получаем следующее выражение для площади поперечного сечения провода:

$$S = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d\rho g}.$$

Произведем вычисления:

$$S=\frac{4\cdot\pi\cdot10^{-7}\cdot10\cdot1{,}5}{2\pi\cdot1{,}5\cdot10^{-2}\cdot2{,}7\cdot10^{3}\cdot9{,}8}=7{,}4\cdot10^{-9}\ (\text{м}^2).$$

Ответ: $S=7{,}4\cdot10^{-9}\ (\text{м}^2)$.

ЗАДАЧИ

331. В магнитном поле с индукцией B = 0,2 Тл находится проводник длиной l = 15 см, по которому течет ток I = 5 А. На проводник действует сила F = 0,13 Н. Определите угол между направлениями тока и вектором магнитной индукции. [60°]

332. Прямой провод, по которому течет ток I = 1 кА расположен в магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. С какой силой F действует поле на единицу длины провода (l = 1 м), если магнитная индукция B = 1 Тл? [$F_A = 10^3$ Н]

333. Два бесконечных прямолинейных параллельных проводника с одинаковыми токами, текущими в одном направлении, находятся на расстоянии d. Чтобы их раздвинуть до расстояния $2d$, на каждый сантиметр длины проводника затрачивается работа A = 138 нДж. Определите силу тока в проводниках. [10 А]

334. Два параллельных бесконечно длинных проводника находятся на расстоянии d_1 = 10 см друг от друга. По проводникам в одном направлении текут токи I_1 = 20 А, I_2 = 30 А. Какую работу на единицу длины проводника A_l нужно совершить, чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния d_2 = 20 см? [$83\cdot10^{-6}$Дж/м]

335. По проводу длиной l = 70 см, помещенному перпендикулярно направлению магнитного поля с индукцией B = 0,1 Тл, течет ток I = 70 А. Найти силу F действующую на провод. [4,9 Н]

336. Два параллельных проводника находятся на некотором расстоянии друг от друга. По проводникам в одном направлении текут одинаковые токи. Найти токи в каждом проводнике, если при разведении их на вдвое большее расстояние совершается работа (на единицу длины проводника) A_l = 55 мкДж/м. [20 А]

337. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми d = 20 см, текут токи I_1 = 40 А, и I_2 = 80 А, в одном направлении. Определите магнитную индукцию B в точке A, удаленной от первого проводника на r_1 = 12 см и от второго – на r_2 = 16 см. [120 мкТл]

338. По двум параллельным проводникам длиной l = 2,5 м каждый текут одинаковые токи $I = 10^3$ А. Расстояние между проводами d = 20 см. Вычислить силу взаимодействия токов. [2,6 Н]

339. По двум параллельным проводникам длиной l = 1 м каждый текут одинаковые токи. Расстояние между проводами d = 1 см. Сила взаимодействия токов F = 1 кН. Какова сила тока в проводах? [7,1 А]

340. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми d = 15 см, текут токи I_1 = 70 А, и I_2 = 50 А в противоположных направлениях. Определите магнитную индукцию B в точке, удаленной от первого проводника на r_1 = 20 см и от второго – на r_2 = 30 см. [142,8 мкТл]

4. СИЛА ЛОРЕНЦА

Основные формулы

На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, со стороны этого поля действует сила Лоренца:

$$\vec{F}_Л = q\left[\vec{v}\vec{B}\right], \qquad (4.1)$$

где q – величина электрического заряда частицы; $\vec{v}$ – скорость его движения; $\vec{B}$ – вектор магнитной индукции.

Величина силы Лоренца, соответственно (4.1),

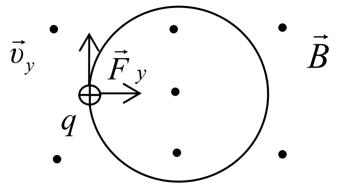


Рис. 4.1, (б)

определяется по формуле:

$$F_Л = qv \cdot B \sin\alpha,$$

где α – угол между вектором скорости $\vec{v}$ и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

Пример. Протон, обладая скоростью $v = 10^6$ м/с, влетает в однородное магнитное поле под углом $a = 60°$ к направлению поля и начинает двигаться по спирали. Напряженность магнитного поля $H = 1{,}5$ кА/м. Определить шаг спирали и радиус витка спирали.

Дано:	Решение:
$q = e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг $v = 10^{-6}$ м/с $\alpha = 60°$ $H = 1{,}5 \cdot 10^3\ \frac{A}{м}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м	На протон, движущийся со скоростью $\vec{v}$ в магнитном поле, действует сила Лоренца $\vec{F}_Л = q[\vec{v}\vec{B}]$ (4.1) Величина силы Лоренца равна $F_Л = qv \cdot B \sin\alpha,$
$h - ?$ $R - ?$	где α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$. Спроецируем вектор $\vec{v}$ на оси x и y (рис. 4.1, а). Тогда: $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$.

Согласно правилу векторного произведения $\vec{F}_Л$ направлен перпендикулярно векторам $\vec{v}_x$ и $\vec{B}$. Следовательно в направлении оси протон движется равномерно и прямолинейно (по I закону Ньютона). Поскольку сила Лоренца перпендикулярна $\vec{v}_y$ (рис. 4.1, б), то она не меняет величину $\vec{v}$, а изменяет её на-

правление и является центростремительной силой. В результате этого протон вращается в плоскости, перпендикулярной $\vec{B}$ (или оси x). Таким образом, протон одновременно участвует в двух движениях: вращение и прямолинейное равномерное движение по оси x и, как следствие, траектория движения протона представляет собой спираль с постоянным шагом.

Согласно второму закону Ньютона

$$a_ц = \frac{F_Л}{m}, \tag{4.2}$$

где $a_ц$ - центростремительное ускорение протона.

$$a_ц = \frac{v_y^2}{R} \tag{4.3}$$

$$F_Л = qv_yB. \tag{4.4}$$

Подставим (4.3) и (4.4) в уравнение (4.2):

$$\frac{mv_y^2}{R} = qv_yB.$$

Отсюда

$$R = \frac{mv_y}{qB}, \tag{4.5}$$

где $v_y = v\sin\alpha$.

Используя уравнение кинематики для равномерного вращения материальной точки (здесь протона) получим формулу, позволяющую найти период вращения T:

$$2\pi R = v_yT. \tag{4.6}$$

Отсюда

$$T = \frac{2\pi R}{v_y}. \tag{4.7}$$

После подстановки (5) в (7) получим:

$$T = \frac{2\pi m}{qB}. \tag{4.8}$$

Далее найдем шаг h спирали, используя уравнение кинематики равномерного прямолинейного движения:

$$h = \upsilon_y T, \qquad (4.9)$$

где $\upsilon_x = \upsilon\cos\alpha$; T – период вращения протона.

Подставим (4.8) в (4.9):

$$h = \frac{2\pi m\upsilon_x}{qB} = \frac{2\pi m\upsilon\cos\alpha}{qB}.$$

Произведем вычисления:

$$R = \frac{m\upsilon\sin\alpha}{qB} = \frac{1{,}67\cdot10^{-27}\cdot10^{6}\sqrt{3}}{2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot4\pi\cdot10^{-7}\cdot1{,}5\cdot10^{3}} = 4{,}8\ \text{(м)},$$

где $B = \mu_0 H$; $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

$$h = \frac{2\pi m\upsilon\cos\alpha}{eB} = \frac{2\cdot3{,}14\cdot1{,}67\cdot10^{-27}\cdot10^{6}\cdot0{,}5}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot4\pi\cdot10^{-7}\cdot1{,}5\cdot10^{3}} = 17{,}4\ \text{(м)}.$$

Ответ: $R = 4{,}8$ м, $h = 17{,}4$ м.

ЗАДАЧИ

341. В однородном магнитном поле с индукцией B = 10 Тл движется электрон по окружности. Определите угловую скорость вращения электрона. $\left[\omega = 1{,}76\cdot10^{12}\ \text{рад/с}\right]$

342. Электрон движется в однородном магнитном поле с магнитной индукцией B = 4 мТл по винтовой линии. Определить скорость электрона, если шаг винтовой линии h =10см, а радиус R = 5см. $\left[\upsilon = 37\ \text{мм/с}\right]$

343. Пучок заряженных частиц двигается перпендикулярно однородным электрическому (E = 50 кВ/м) и магнитному (B = 0,1 Тл) полям, скрещенных под прямым углом. Определить, при какой скорости пучок заряженных частиц не отклоняется. [υ = 0,5 Мм/с]

344. Поток, ускоренный разностью потенциалов U = 500В, движется по окружности в однородном магнитном поле с магнитной индукции B = 2 мТл. Определите радиус окружности. [R = 1,61 м]

345. Электрон, ускоренный разностью потенциалов U = 400 В, движется по окружности в однородном магнитном поле с магнитной индукцией B = 1,5 мТл. Определить частоту n вращения электрона и радиус R окружности. [R = 45 мм; $n = 4{,}2\cdot10^{7}$ 1/c]

346. Электрон, движущийся со скоростью υ, вылетел в однородное магнитное поле под углом 30° к направлению линий индукции магнитного поля. Определите радиус витка спирали, по которой будет двигаться электрон, если шаг спирали 1,1 см. [R = 10-3 м]

347. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл перпендикулярно линиям индукции. Определить силу F, действующую на электрон со стороны поля, если радиус R кривизны траектории равен 0,5 см. [$F_л$ = 1,4 πH].

348. Заряженная частица с энергией E = 1 кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом R = 1 мм. Найти силу F, действующую на частицу со стороны поля.[$F_л$ = 0,32 πH].

349 Заряженная частица обладающая скоростью $2\cdot10^{6}$ м/с, влетела в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,52 Тл. Найти отношение q/m заряда частицы к её массе, если частица в поле описала дугу окружности радиусом R = 4 см. [q/m = 96,15 Мкл/кг]

350. Электрон движется в магнитном поле с индукцией B = 0,02 Тл по окружности радиуса R = 1 см. Определите кинетическую энергию электрона. [E = 0,563 фДж]

5. ПОТОК ВЕКТОРА МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Основные формулы

1. В случае однородного магнитного поля и плоской поверхности магнитный поток Φ равен

$$\Phi=\left(\vec{B}\cdot\vec{S}\right),$$

или $\Phi=B\cdot S\cos\alpha$, где S – площадь контура; $\vec{B}$ – вектор магнитной индукции; α – угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции.

2. В случае неоднородного поля и произвольной поверхности

$$\Phi=\int_S\left(\vec{B}d\vec{S}\right),$$

(интегрирование ведётся по всей поверхности).

3. Потокосцепление (полный поток)

$$\psi=N\cdot\Phi.$$

Эта формула верна для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу N витков.

4. Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле

$$A=I\cdot\Delta\Phi.$$

5. ЭДС индукции

$$\varepsilon_i=-\frac{d\psi}{dt}.$$

6. Индуктивность контура

$$L=\frac{\Phi}{I}.$$

7. ЭДС самоиндукции $\varepsilon_S=-L\dfrac{dI}{dt}$.

8. Индуктивность соленоида:

$$L=\mu\mu_0 n^2 V,$$

где n – отношение витков соленоида к его длине; V – объем соленоида; μ_0 – магнитная постоянная $\mu_0=4\pi 10^{-7}$ Гн/м; μ – магнитная проницаемость вещества.

Пример 1. Магнитный поток, пронизывающий соленоид, равен $\Phi=80$ мкВб. Сила тока I, протекающего по обмотке, равна 6 А. Индуктивность соленоида $L=8$ мГн. Сколько витков N содержит соленоид?

Дано:	Решение:
$\Phi=80\cdot10^{-6}$ *Вб* $I=6$ *А* $L=8\cdot10^{-3}$ *Гн*	Между магнитным потоком и силой тока существует связь $\psi=L\cdot I$, где $\psi=N\cdot\Phi$ – потокосцепление (полный поток): $N\cdot\Phi=L\cdot I,\ N=\dfrac{L\cdot I}{\Phi},$
$N-?$	

$$[N]=\frac{\text{В}\cdot\text{с}}{\text{А}}\cdot\frac{\text{А}}{\text{Вб}}=\frac{\text{В}\cdot\text{с}}{\text{Тл}\cdot\text{м}^2}=\frac{\text{В}\cdot\text{с}\cdot\text{А}\cdot\text{м}}{\text{Н}\cdot\text{м}^2}=\frac{\text{Дж}}{\text{Н}\cdot\text{м}}=\frac{\text{Дж}}{\text{Дж}}=1,$$

$$N=600.$$

Ответ: $N=600$.

Пример 2. Магнитный поток $\Phi=40$ мВб пронизывает замкнутый контур. Определить среднее значение ЭДС индукции $\langle\varepsilon_i\rangle$, возникающей в контуре, если магнитный поток изменится до нуля за время $\Delta t=2$ мс.

Дано:	Решение:
$\Phi_1=40$ мВб$=40\cdot10^{-3}$ Вб $\Phi_2=0$ $\Delta t=2$ мс$=2\cdot10^{-3}$ с $\langle\varepsilon_i\rangle$–?	При выключении тока изменится магнитный поток, пронизывающий замкнутый контур от Φ_1 до Φ_2. Согласно закону Фарадея для электромагнитной индукции, в контуре наводится ЭДС индукции:

$$\langle\varepsilon_i\rangle=-\frac{d\Phi}{dt}.$$

Произведем вычисления

$$\langle\varepsilon_i\rangle=\frac{40\cdot10^{-3}}{2\cdot10^{-3}}20\ (\text{В}).$$

Проверим единицы измерения

$$[\varepsilon_i]=\frac{\text{Вб}}{\text{с}}=\frac{\text{Тл}\cdot\text{м}^2}{\text{с}}=\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{с}}=\frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{\text{Кл}\cdot\text{с}}=\text{В}.$$

Ответ: $\langle\varepsilon_i\rangle=20$ В.

ЗАДАЧИ

351. Найти магнитный поток Φ, создаваемый соленоидом сечением $S=10$ см^2, если он имеет $n=10$ витков на каждый сантиметр его длины при силе тока $I=20$ А. $\lfloor 25{,}2$ мкВб$\rfloor$

352. Плоский контур, площадь S которого 25 см^2, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B=0{,}04$ Тл. Определить магнитный поток Φ, пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\beta=30^\circ$ с линиями индукции. $\lfloor 50$ мкВб$\rfloor$

353. Прямой провод длиной $\ell=40$ см движется в однородном магнитном поле со скоростью $\upsilon=5$ м/с перпендикулярно линиям индукции. Разность потенциалов U между концами провода равна 0,6 В. Вычислить индукцию B магнитного поля. $\lfloor 0{,}3$ Тл$\rfloor$

354. В однородном магнитном поле с индукцией $B=1$ Тл находится прямой провод длиной $\ell=20$ см, концы которого замкнуты вне поля. Сопротивление R всей цепи равно 0,1 Ом. Найти силу F, которую нужно приложить к проводу, чтобы перемещать его перпендикулярно линиям индукции со скоростью $\upsilon=2{,}5$ м/с. $\lfloor 1$ Н$\rfloor$

355. По катушке индуктивностью $L=0{,}03$ мГн течет ток $I=0{,}6$ А. При размыкании цепи сила тока изменяется практически до нуля за время $\Delta t=120$ мкс. Определить среднюю ЭДС самоиндукции $\langle\varepsilon_i\rangle$, возникающую в контуре. $\lfloor 0{,}15$ В$\rfloor$

356. С помощью реостата равномерно увеличивают силу тока в катушке на $\Delta I=0{,}1$ А за $\Delta t=1$ с. Индуктивность L катушки равна 0,01 Гн. Найти среднее значение ЭДС самоиндукции $\langle\varepsilon_i\rangle$. $\lfloor 1$ мВ$\rfloor$

357. Индуктивность L соленоида длиной $\ell=1$ м, намотанного в один слой на немагнитный каркас, равна 1,6 мГн. Площадь S сечения соленоида равна 20 см^2. Определить число n витков на каждом сантиметре длины соленоида. [8 витков на 1 см]

358. Соленоид индуктивностью $L=4$ мГн содержит $N=600$ витков. Определить магнитный поток Φ, если сила тока I, протекающего по обмотке, равна 12 А. $\lfloor 80$ мкВб$\rfloor$

359. Соленоид, площадь S сечения которого равна 5 см^2, содержит $N=1200$ витков. Индукция B магнитного поля внутри соленоида при силе тока $I=2$ А равна 0,01 Тл. Определить индуктивность L соленоида. $\lfloor 3\ \text{мГн} \rfloor$

360. Соленоид содержит $N=1000$ витков. Площадь S сечения сердечника равна 10 см^2. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B=1{,}5$ Тл. Найти среднюю ЭДС индукции $\langle \varepsilon_i \rangle$, возникающей в соленоиде, если ток уменьшится до нуля за время $t=500$ мкс. $\lfloor 3\ \text{кВ} \rfloor$

6. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Основные формулы

1. Электромагнитные колебания в колебательном контуре без активного сопротивления, являются незатухающими и уравнение колебаний имеет вид:

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\omega_0^2 q=0, \qquad (6.1)$$

где q – электрический заряд; ω_0 – собственная частота контура:

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{L\cdot C}}, \qquad (6.2)$$

где L – индуктивность контура; C – электроемкость контура.

2. Период незатухающих колебаний, возникающих в колебательном контуре выражается формулой Томсона:

$$T=2\pi\sqrt{LC}. \qquad (6.3)$$

3. Решением уравнения (6.1) является функция:

$$q=q_0\cos(\omega t+\varphi_0), \qquad (6.4)$$

где q_0 – амплитуда колебаний заряда на конденсаторе; φ_0 – начальная фаза колебаний.

4. Уравнение затухающих колебаний имеет вид:

$$\frac{d^2q}{dt^2}+2\beta\frac{dq}{dt}+\omega_0^2 q=0, \qquad (6.5)$$

где β - коэффициент затухания:

$$\beta=\frac{R}{2L}, \qquad (6.6)$$

где R – активное сопротивление колебательного контура.

При условии $\beta^2<\omega_0^2$, т. е. $\frac{R^2}{4L^2}<\frac{1}{L\cdot C}$ решение уравнения (6.5) имеет вид:

$$\frac{d^2q}{dt^2}+2\beta\frac{dq}{dt}+\omega_0^2 q=0, \qquad (6.7)$$

где β – коэффициент затухания $\beta=\frac{R}{2L}$.

При условии $\beta^2<\omega_0^2$, т. е. $\frac{R^2}{4L^2}<\frac{1}{L\cdot C}$ решение уравнения (6.7) имеет вид:

$$q=q_0\ell^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi),$$

где $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}.$

5. Логарифмический декремент затухания:

$$K = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T,$$

где $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующие моментам времени, отличающимися на период.

6. Фазовая скорость распространения электромагнитных волн в среде:

$$V = \frac{C}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

где C – скорость света в вакууме; ε – диэлектрическая проницаемость среды; μ – магнитная проницаемость среды.

7. Связь между мгновенными значениями E и H имеет вид:

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H,$$

где E и H – модули напряженности электрического и магнитного полей в электромагнитной волне.

8. Уравнение плоской электромагнитной волны:

$$E = E_0\cos(\omega t - Kx + \varphi),$$

где E_0 – амплитуда напряженности электрического поля волны; ω – циклическая частота; $K = \frac{\omega}{V}$ – волновое число; φ – начальная фаза колебаний; V – фазовая скорость распространения волны.

9. Объёмная плотность энергии электромагнитного поля:

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

10. Вектор Умова – Пойтинга:

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}],$$

где $\vec{S}$ – плотность потока электромагнитной энергии.

Пример. Разность потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону $U = 25\cos 10^4\pi t$. Индуктивность катушки $L = 10{,}13$ *мГн*. Найдите период T колебаний, емкость C конденсатора, закон изменения со временем тока I в цепи и длину волны λ, соответствующую этому контуру.

Дано:	**Решение:**
$U = 25\cos 10^4\pi t$ $L = 10{,}13$ *мГн*	В общем виде уравнение изменения напряжения на пластинах конденсатора запишется $U = U_0\cos\omega t.$ Сравнивая его с уравнением, данным
T – ? C – ? $I(t)$ – ? λ – ?	

в условии $U = 25\cos 10^4\pi t$, находим собственную частоту колебаний в контуре $\omega = 10^4\pi$. Так как $\omega = \frac{2\pi}{T}$, находим период $T = 0{,}2$ *мс*. Из формулы Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$ вычисляем емкость конденсатора $C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}$; $C = \frac{4\cdot 10^{-8}}{4\cdot 10\cdot 10{,}13\cdot 10^{-3}} = 0{,}1$ (мкф).

Запишем закон изменения тока в цепи со временем

$$I=\frac{dq}{dt}=-q_0\omega\sin\omega t=-CU_0\omega\sin\omega t.$$

Подставим числовые значения $C=0{,}1$ *мкф*, амплитуды напряжения $U_0=25\ B$ и собственной частоты колебаний $\omega=10^4\pi\left(C^{-1}\right)$, получим

$$I(t)=-78{,}5\cdot10^{-3}\sin{}^4\pi t(A).$$

Длина волны, соответствующая контуру, $\lambda=cT$, где I – скорость света $\left(C=3\cdot10^8\ м/с\right)$.

$$\lambda=3\cdot10^8\cdot0{,}2\cdot10^{-3}=6\cdot10^4\ м,\ \lambda=60\ км.$$

Ответ: $T=0{,}2\ с$; $C=0{,}1\ мкф$; $I(t)=78\cdot10^{-3}\sin{}^4\pi t(A)$; $\lambda=60\ км$.

Задачи

361. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами площадью $S=100\ см^2$ каждая, и катушки с индуктивностью $L=1$ *МкГн*, резонирует на волну длинной $\lambda=10\ м$. Определить расстояние d между пластинами конденсатора. $\lfloor 3{,}14\ мм \rfloor$

362. Колебательный контур имеет индуктивность $L=1{,}6$ *мГн*, электроемкость $C=0{,}04$ *мкф* и максимальное напряжение $U_{\max}$ на зажимах, равно 200 B. Определить максимальную силу тока $J_{\max}$ в контуре. Сопротивление контура ничтожно мало. $\lfloor 1\ A \rfloor$

363. Катушка (без сердечника) длиной $\ell=50\ см$

и площадью сечения $S_1=3\ см^2$ имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Конденсатор состоит из двух пластин площадью $S_2=75\ см^2$ каждая. Расстояние d между пластинами равно 5 *мм*. Диэлектрик – воздух. Определить период T колебаний контура. $\lfloor 628\ нс \rfloor$

364. В идеальном колебательном контуре амплитуда колебаний силы тока в катушке индуктивностью 5 *мА*, а амплитуда колебаний заряда конденсатора 2,5 НКл. В момент времени t сила тока в катушке равна 3 *мА*. Найдите заряд контура в этот момент. $\lfloor 2\ нКл \rfloor$

365. В идеальном колебательном контуре в некоторый момент времени напряжение на конденсаторе равно 1,2 B, а сила тока в катушке равна 5 *мА*. Найдите амплитуду колебаний напряжения на конденсаторе. $\lfloor 2\ B \rfloor$

366. Колебательный контур радиоприемника настроен на частоту 9 *МГц*. Во сколько раз следует увеличить емкость конденсатора колебательного контура, чтобы приемник был настроен на длину волны 50 *м*? $\lfloor 2{,}25 \rfloor$

367. Зависимость силы тока от времени в колебательном контуре описывается уравнением $J=0{,}15\sin300\pi t$, где J – в амперах, t – в секундах. Определить индуктивность контура, если максимальная энергия электрического поля конденсатора равна 5 *мДж*. $\lfloor 0{,}06\ Гн \rfloor$

368. Колебательный контур с конденсатором емкостью 1 мкф настроен на частоту 400 *Гц*. Если параллельно этому конденсатору включить другой конденсатор, то частота колебаний в контуре станет 200 *Гц*. Определить в микрофарадах емкость второго конденсатора. $\lfloor 4\ мкф \rfloor$

369. Определите логарифмический декремент, при котором энергия колебательного контура за $N = 5$ полных колебаний уменьшилось в 8 раз. $[0{,}21]$.

370. Амплитуда затухающих колебаний маятника за $t = 2$ *мин* уменьшилось в 2 раза. Определить коэффициент затухания. $[5{,}78 \cdot 10^{-3} c^{-1}]$.

ОГЛАВЛЕНИЕ