

Федеральное агентство по образованию

ГОУ ВПО Тульский государственный университет

Кафедра «Инструментальные и метрологические системы»

**МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И
СЕРТИФИКАЦИЯ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению контрольно-курсовой работы**

Тула 2010

1 Общие положения

Контрольно-курсовая работа представляет собой самостоятельную учебно-исследовательскую работу, обеспечивает закрепление знаний, полученных студентами на занятиях по курсу.

Настоящие методические указания разработаны в соответствии с программой курса. Они определяют цели, основную тематику, объем, структуру и содержание контрольно-курсовой работы, требования к ней, порядок выполнения, оформления и защиты курсовой работы, а также список рекомендуемой литературы.

Основные цели и задачи курсовой работы состоят в следующем:

- углубить и закрепить знания по курсу;
- развить навыки самостоятельной работы с научной и справочной литературой, нормативными документами, материалами, опубликованными в периодической печати и др.;
- приобрести опыт их творческого использования;
- развить умение связывать теоретические положения с условиями современной практики;

Работа должна быть выполнена студентом самостоятельно на основании глубокого изучения научной литературы по проблемам изучаемой дисциплины.

Контрольно-курсовая работа должна показать умение студента работать с литературой, делать самостоятельные выводы, анализировать и обобщать статистический и другие материалы, обосновывать собственную точку зрения по изучаемой проблеме, находить пути ее разрешения.

В процессе работы студент должен применять методологию системного и комплексного подходов, широко использовать арсенал современных методов анализа.

Раскрывая тему, необходимо соблюдать логическую последовательность изложения материала.

Текст работы должен сопровождаться схемами, графиками, диаграммами, таблицами, рисунками и другим иллюстративным материалом, который придает тексту ясность, конкретность и наглядность. Количество иллюстраций определяется содержанием работы.

2 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ МНОГОКРАТНЫХ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Для 100 независимых числовых значений результата измерения некоторой физической величины необходимо:

- проверить гипотезу о нормальности распределения вероятности результатов измерения;
- записать результат в принятой форме, исходя из уровня доверительной вероятности 0,95;
- представить два варианта доверительного интервала – для нормального и для неизвестного закона распределения вероятности среднего арифметического значения измеряемого напряжения

Порядок обработки результатов прямых многократных равноточных измерений

Равноточными называются измерения, у которых все значения отсчетов « X_i » имеют одинаковую дисперсию (точность).

Обработка результатов многократных равноточных измерений производится в следующем порядке:

1. Определение оценок числовых характеристик \hat{Q} и S_Q закона распределения вероятности результата измерения (\hat{Q} и S_Q – среднее арифметическое и оценка среднего квадратического отклонения измеряемой величины соответственно);
5. Исключение «грубых промахов», если таковые имеются, из результатов измерений и пересчет оценок числовых характеристик закона распределения вероятности результата измерения;
6. Проверка гипотезы о виде закона распределения вероятности результата измерения (чаще всего проверяется гипотеза о его нормальности);
7. Представление результата измерения в виде доверительного интервала, соответствующего определенному уровню доверительной вероятности.

Определение оценок числовых характеристик закона распределения вероятности результата измерений

Числовые характеристики \hat{Q} и S_Q определяются по формулам:

$$\hat{Q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i \quad (2.1)$$

$$S_Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Q} - Q_i)^2}{n-1}} \quad (2.2)$$

где Q_i – результат i -того параллельного наблюдения (измерения);
 n – число параллельных наблюдений (измерений).

При проведении расчетов числовых характеристик и других параметров всегда встает вопрос о точности их вычисления, т.е. о том с каким числом

значащих цифр записывать полученные значения. При обработке результатов измерений следует руководствоваться следующими правилами:

1. Значение оценок средних квадратических отклонений S_Q и $S_{\bar{Q}}$ может быть определено максимум с двумя значащими цифрами, причем вторую значащую цифру следует округлять до 0 или 5. Под значащими цифрами понимается всякая отличная от нуля цифра десятичной записи числа и нуль, если он находится между значащими цифрами или является представителем сохраненного десятичного разряда. Например, у приближенного числа 0,002080 подчеркнутые нули не являются значащими цифрами, т. к. они указывают только порядок числа (10^{-3}). Остальные два нуля являются значащими цифрами, т. к. первый из них находится между значащими цифрами 2 и 8, а второй указывает, что округленное число отличается от неокругленного менее чем на ± 5 единиц седьмого разряда;

2. Для предотвращения накопления погрешности промежуточных расчетов среднее квадратическое отклонение S_Q следует определять как минимум с одной запасной значащей цифрой, т.е. с 3-мя значащими цифрами, округляя его при окончательной записи до двух значащих цифр, как было указано в п. 1. Таким же образом следует поступать с любыми промежуточными данными;

3. Среднее арифметическое \hat{Q} следует рассчитывать с таким количеством знаков после запятой, которое соответствует последней значащей цифре среднего квадратического отклонения среднего арифметического $S_{\bar{Q}}$ после его округления (окончательной записи). Например: если по расчетам среднее квадратическое отклонение среднего арифметического получилось $S_{\bar{Q}}=0,0273$, то его следует округлить до значения $S_{\bar{Q}}=0,025$, а среднее арифметическое \hat{Q} необходимо определять до третьего знака после запятой.

В дальнейшем для построения доверительного интервала понадобится еще оценка среднего квадратического отклонения $S_{\bar{Q}}$ среднего арифметического значения \hat{Q} :

$$S_{\bar{Q}} = \frac{S_Q}{\sqrt{n}} \quad (2.3)$$

Окончательное определение среднего арифметического \hat{Q} и оценок средних квадратических отклонений самой измеряемой величины S_Q и ее среднего арифметического значения $S_{\bar{Q}}$ осуществляется только после исключения грубых промахов.

Исключение грубых промахов

Существует несколько способов проверки гипотезы о наличии грубых промахов в результате измерений. Наиболее распространенными являются: проверка наличия грубых промахов с помощью ν -критерия и с помощью правила «трех сигм».

Проверка гипотезы о наличии грубых промахов в результате

измерений с помощью v -критерия.

Этот способ применяется при малом числе измерений $n \leq 25 \dots 30$, если их вероятность распределена по нормальному закону. Из всех полученных значений измеряемой величины на наличие грубых промахов проверяют, как правило, минимальный Q_{\min} и максимальный Q_{\max} результаты. Если они не содержат грубых погрешностей, то промежуточные результаты тем более. При проверке сначала рассчитывают значения v -критерия, соответствующие максимальному и минимальному результатам измерений:

$$v_{\max} = \frac{Q_{\max} - \hat{Q}}{S_Q} \quad (2.4)$$

$$v_{\min} = \frac{\hat{Q} - Q_{\min}}{S_Q} \quad (2.5)$$

Если значение v_{\max} или v_{\min} больше критического v_T , выбираемого из таблицы значений v при различных числах измерений n , то один или оба проверяемых результата измерений являются грубыми промахами, т.е. содержат грубые погрешности. Критическое значение v_T выбирается, исходя из уровня доверительной вероятности P (уровня значимости, равного $1 - P$) и числа результатов измерений n .

Грубые промахи исключаются из экспериментальных данных (отбрасываются), значения параметров \hat{Q} и S_Q пересчитываются заново, после чего опять проводится аналогичная проверка и так до тех пор, пока все грубые промахи не будут отброшены. После исключения грубых промахов окончательно определяются значения \hat{Q} и S_Q .

Примечание:

- Индексы «min» и «max» в обозначении v -критерия говорят не о его величине, а о соответствии минимальному или максимальному значению измеряемой величины. Вполне может оказаться, что $v_{\min} > v_{\max}$;
- Не обязательно рассчитывать оба критерия v_{\max} или v_{\min} и сравнивать их с табличным значением v_T . Грубым промахом, скорее всего, будет то значение Q_{\max} или Q_{\min} , которое в наибольшей степени удалено от среднего значения \hat{Q} ;

Проверка гипотезы о наличии грубых промахов в результате измерений с помощью правила «трех сигм»

Данный способ проверки наличия грубых промахов менее надежен, чем предыдущий и применяется, как правило, при соблюдении следующих условий:

- Закон распределения вероятности результатов измерений соответствует нормальному;
- Число измерений больше $25 \dots 30$, т.е. $n \geq 25 \dots 30$
- Числовые характеристики закона распределения вероятности известны достаточно точно.

Для проведения данной проверки сначала вычисляют значения \hat{Q} и S_Q . Далее определяют допустимые значения $Q_{\max}^{\text{доп.}}$ и $Q_{\min}^{\text{доп.}}$ измеряемой величины, которые с доверительной вероятностью $P = 0,9973$ еще не являются грубыми промахами:

$$Q_{\max}^{\text{доп.}} = \hat{Q} + 3S_Q \quad (2.6)$$

$$Q_{\min}^{\text{доп.}} = \hat{Q} - 3S_Q \quad (2.7)$$

Все значения измеряемой величины, выходящие за пределы интервала $[Q_{\min}^{\text{доп.}}; Q_{\max}^{\text{доп.}}]$ признаются грубыми промахами с вероятностью $P = 0,9973$.

После отбрасывания грубых промахов необходимо пересчитать значения \hat{Q} и S_Q и повторять проверку до тех пор, пока все грубые промахи не будут исключены из результата измерений. В дальнейших расчетах используются числовые характеристики \hat{Q} и S_Q закона распределения вероятности, рассчитанные для результата измерений, не содержащего грубых промахов.

Выявление вида закона распределения вероятности результата измерения

При большом числе измерений $n \geq 50$ для выявления вида закона распределения вероятности чаще используют универсальные критерии, с помощью которых можно проверять гипотезу о соответствии любому виду распределения. Поскольку заранее не известно, какой из возможных законов лучше описывает эмпирическое распределение вероятности результата измерения, необходимо предварительно исследовать полученный закон и уже на основании этого исследования выдвинуть гипотезу о виде распределения вероятности.

Такое предварительное исследование производят чаще всего с помощью гистограммы. По ее виду можно предположить, какой теоретический закон распределения вероятности лучше соответствует данной гистограмме, т.е. эмпирическому распределению, полученному при измерении.

Гистограмма строится следующим образом:

- 1 Результаты отдельных измерений Q_i располагают в вариационный ряд по возрастанию их численных значений;
- 2 Участок оси абсцисс, на котором располагается вариационный ряд значений Q_i , разбивают на k желательного одинаковых интервалов ΔQ . При этом по возможности следует придерживаться следующих рекомендаций по выбору числа « k »:

Число измерений	Число интервалов
« n »	« k »
40...100	7...9
100...500	8...12
500...1000	10...16
1000...10000	12...22

- 3 Ширину интервала ΔQ желательного выбирать так, чтобы с ее

значением было удобно работать, т.е. округлять до возможно меньшего числа значащих цифр и так, чтобы последняя цифра равнялась бы «0» или «5».

$$\Delta Q \approx \frac{Q_{\max} - Q_{\min}}{k} \quad (2.8)$$

При этом целесообразно определять такое количество значащих цифр в значении длины интервала ΔQ , которое не совпадает с количеством значащих цифр в результатах параллельных наблюдений. Это позволит исключить совпадение значений каких-либо результатов с границами интервалов гистограммы;

4 Начало первого интервала располагают на оси абсцисс перед минимальным значением Q_{\min} , а конец последнего – после максимального значения Q_{\max} ;

5 Масштаб гистограммы выбирают так, чтобы ее высота относилась бы к основанию примерно как 5 к 8;

6 Подсчитывают количество результатов m_j , попавших в каждый интервал, и определяют высоту ρ_j каждого столбца гистограммы по формуле:

$$\rho_j = \frac{m_j}{n\Delta Q}; \quad (2.9)$$

7 Строят саму гистограмму.

После выдвижения гипотезы о виде закона распределения вероятности результата измерений осуществляют проверку ее непротиворечивости (правдивости или правильности) с помощью какого-либо критерия согласия. Наиболее распространенным критерием является критерий χ^2 Пирсона. При использовании этого критерия за меру расхождения экспериментальных данных с теоретическим законом распределения вероятности результата измерений принимается сумма квадратов отклонений частостей $m_j/n = P_j^*$ от теоретической вероятности P_j попадания отдельного результата измерений в j -ый интервал, причем, каждое слагаемое берется с весовым коэффициентом n/P_j :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{n}{P_j} (P_j^* - P_j)^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(m_j - nP_j)^2}{nP_j}, \quad (2.10)$$

где χ^2 критерий Пирсона;

P_j^* – частость или экспериментальное значение вероятности попадания результата измерений в j -ый интервал:

$$P_j^* = \frac{m_j}{n}; \quad (2.11)$$

P_j – теоретическая вероятность попадания результата измерений в i -ый интервал (рассчитывается или определяется по таблице с принятой гипотезой о виде закона распределения вероятности результата измерений).

Проверка нормальности закона распределения вероятности результата измерений согласно критерию χ^2 сводится к следующему:

1 Данные наблюдений группируют по интервалам, как при построении гистограммы, и подсчитывают частоты m_j . Если в некоторые интервалы попадает менее пяти наблюдений, то такие интервалы объединяются с соседними. При этом соответственно уменьшается число степеней свободы:

$$r = k - 3, \quad (2.12)$$

где k – число интервалов гистограммы после объединения.

2 Принимают величины \hat{Q} и S_Q , рассчитанные по формулам (2.1) и (2.2) в качестве параметров теоретического закона распределения вероятности результата измерений.

3 Для каждого интервала находят вероятности попадания в них результатов наблюдений по таблице нормированного нормального распределения вероятности:

$$P(Q_{j-1} \leq Q \leq Q_j) = \Phi(z_j) - \Phi(z_{j-1}), \quad (2.13)$$

где: $\Phi(z_{j-1})$ и $\Phi(z_j)$ – значения интегральной функции нормированного нормального распределения (выбирается по таблице интегральной функции нормированного нормального распределения) в начале и конце i -го интервала соответственно;

z_{j-1} и z_j – значения аргумента интегральной функции распределения вероятности, соответствующие границам i -го интервала:

$$z_{j-1} = \frac{Q_{j-1} - \hat{Q}}{S_Q}; \quad z_j = \frac{Q_j - \hat{Q}}{S_Q}, \quad (2.14)$$

где Q_{j-1} , Q_j – начало и конец i -го интервала.

4 Для каждого интервала вычисляют значение χ_j^2 критерия Пирсона:

$$\chi_j^2 = \frac{n}{P_j} \left(\frac{m_j}{n} - P_j \right)^2 = \frac{(m_j - nP_j)^2}{nP_j} \quad (2.15)$$

и суммируют эти значения для всех k интервалов, т.е.:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \chi_j^2.$$

5 Исходя из числа степеней свободы (см. формулу (2.16)) и уровня значимости $q = 1 - P$ (P – вероятность, с которой принимается или отвергается выдвинутая гипотеза) определяют по таблице интегральной функции χ^2 -распределения Пирсона допустимое (критическое) значение χ_T^2 .

Если $\sum_{i=1}^k \chi_j^2 \leq \chi_T^2$, то гипотеза о нормальности закона распределения вероятности результата измерений принимается с доверительной вероятностью P . В противном случае гипотеза с той же вероятностью отвергается.

Примечание:

1 При определении числа степеней свободы r (формула 2.16) следует иметь в

виду, что k – это число интервалов, оставшихся после их объединения, если таковое было (см. п.п. 1 и 5).

2 Доверительную вероятность P принимают обычно на уровне $0,9 \dots 0,95$, т.е. $P = 0,9 \dots 0,95$

Представление результата в принятой форме

Обычно принято результат любого измерения представлять в виде доверительного интервала с доверительной вероятностью попаданий в него результата измерений Q :

$$\hat{Q} - tS_Q \leq Q \leq \hat{Q} + tS_Q, \quad (2.16)$$

где t – относительная ширина доверительного интервала, зависящая от вероятности P и вида закона распределения вероятности результата измерений;
 Q – истинное значение измеряемой величины.

При многократном измерении в качестве меры рассеяния результата используют оценку среднего квадратического отклонения среднего арифметического значения $S_{\bar{Q}}$ (см. формулу (2.3)). Поэтому доверительный интервал примет вид:

$$\hat{Q} - tS_{\bar{Q}} \leq Q \leq \hat{Q} + tS_{\bar{Q}} \quad (2.17)$$

Относительная ширина доверительного интервала t выбирается по-разному в зависимости от числа измерений n . Если измерений мало, т.е. $n \leq 25 \dots 30$, то параметр t выбирается по таблицам распределения Стьюдента, а если достаточно много, т.е. $n \geq 25 \dots 30$ то по таблицам нормированного нормального распределения.

Следует иметь в виду, что законы распределения вероятности величин Q и \bar{Q} могут не совпадать между собой. Поэтому в общем случае, если неизвестен закон распределения вероятности величины \bar{Q} , относительную ширину интервала t определяют из неравенства Чебышева:

$$P(\hat{Q} - tS_{\bar{Q}} \leq Q \leq \hat{Q} + tS_{\bar{Q}}) \geq 1 - \frac{1}{t^2} \quad (2.18)$$

или

$$P(\hat{Q} - tS_{\bar{Q}} \leq Q \leq \hat{Q} + tS_{\bar{Q}}) \geq 1 - \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{t^2}, \quad (2.19)$$

если известно, что этот закон симметричен.

Если же известно, что вероятность величины \bar{Q} подчиняется нормальному закону, что обычно и бывает при нормальном распределении вероятности результатов Q_i , то пользуются таблицей нормированного нормального распределения вероятности.

Примечание:

1 Не рекомендуется записывать результат измерений в виде симметричного интервала $\hat{Q} \pm tS_{\bar{Q}}$, т.к. при такой записи создается ложное впечатление, что значение \hat{Q} является единственным наиболее вероятным результатом измерений;

2 При нормальном законе распределения вероятности часто используют

i	Интервалы		m _j	z _j	Φ(z _j)	P _j	m _j - nP _j	χ _i ²
	U _{j-1}	U _j						
1	-∞	8,425	7	-1,614	0,5333	0,0533	+1,67	0,523
2	8,425	8,475	5	-1,220	0,1112	0,0579	-0,79	0,523
3	8,475	8,525	8	-0,827	0,2053	0,0941	-1,41	0,211
4	8,525	8,575	10	-0,433	0,3347	0,1294	-2,94	0,539
5	8,575	8,625	18	-0,039	0,4844	0,1497	+3,07	0,630
6	8,625	8,675	17	+0,354	0,6364	0,1520	+1,80	0,213
7	8,675	8,725	12	+0,748	0,7728	0,1364	-1,64	0,197
8	8,725	8,775	9	+1,142	0,8733	0,1005	+1,05	0,101
9	8,775	8,825	7	+1,536	0,9377	0,0644	+0,56	0,049
10	8,825	+∞	7	+∞	1	0,0623	+0,77	0,095

а. Поскольку конец предыдущего интервала является одновременно началом следующего, то теоретическая вероятность попадания результата определится по формуле (2.13). Началом первого интервала следует считать «-∞», а функции $\Phi(z_0) = \Phi(-\infty) = 0$.

б. По последнему столбцу рассчитаем значение χ^2 -критерия:

$$\chi^2 = 2,666.$$

с. Определим табличное (критическое) значение χ^2_{T} -критерия Пирсона, задавшись доверительной вероятностью, равной 0,95 и вычислив по формуле (2.12) число степеней свободы:

$$r = 10 - 3 = 7$$

$$\chi^2_{\text{T}} = 14,067; \chi^2_{\text{T}} > \chi^2.$$

Таким образом, с вероятностью 0,95 гипотеза о нормальности закона распределения вероятности результата измерений напряжения принимается.

5 Представим результаты в виде доверительного интервала с доверительной вероятностью $P = 0,95$.

а. Для этого определим среднее квадратическое отклонение среднего арифметического \hat{U} значения напряжения по формуле (2.3):

$$S_{\hat{U}}^2 = 0,127 / \sqrt{100} = 0,0127 \approx 0,015 \text{ В}$$

б. Исходя из того, что закон распределения вероятности результата измерения с вероятностью 0,95 соответствует нормальному, считаем, что, и закон распределения вероятности среднего арифметического тоже соответствует нормальному. Поэтому выбираем параметр t по таблице нормированного нормального распределения вероятности. Для доверительной вероятности $P=0,95$ параметр $t=1,96$.

Тогда результат измерения запишется следующим образом:

$$8,630 - 1,96 \cdot 0,015 \leq U \leq 8,630 + 1,96 \cdot 0,015$$

или с вероятностью $P = 0,95$.

$$8,6006 \text{ В} \leq U \leq 8,6594 \text{ В}$$

Учитывая то обстоятельство, что среднее квадратическое отклонение $S_{\hat{U}}$

может быть оценено экспериментально с точностью до двух значащих цифр, округлим границы доверительного интервала до тысячных долей вольт. В итоге получим:

$$8,601 \text{ В} \leq U \leq 8,655 \text{ В}$$

Если же есть основания полагать, что среднее арифметическое \hat{U} имеет неизвестное, отличное от нормального распределение вероятности, то относительную ширину доверительного интервала рассчитаем по формуле (2.18):

$$0,95 \geq 1 - \frac{1}{t^2}, \quad t \leq 4,472.$$

Окончательно результат измерения примет вид (см. формулу (2.17)):

$$8,630 - 4,472 \cdot 0,015 \leq U \leq 8,630 + 4,472 \cdot 0,015$$

или с вероятностью $P \geq 0,95$

$$8,56292 \text{ В} \leq U \leq 8,69708 \text{ В}$$

или после округления

$$8,563 \text{ В} \leq U \leq 8,697 \text{ В}$$

6 Строим саму гистограмму (рис.2.1).

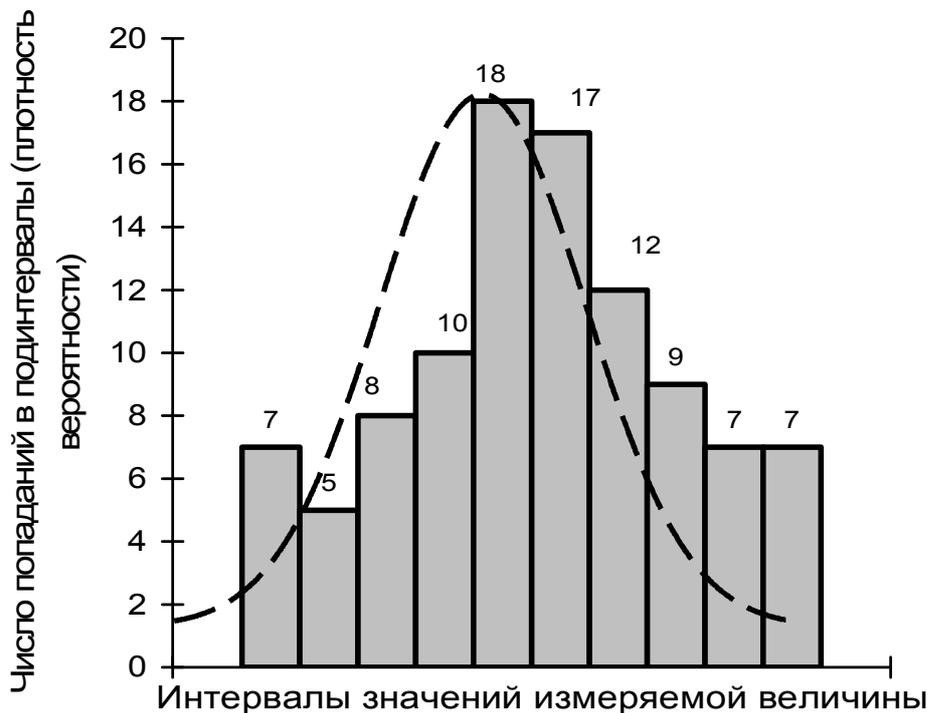


Рисунок 2.1. Гистограмма и выравнивающая нормальная кривая, иллюстрирующая гипотезу о виде ЗРВ

Приложение Б

1. Нормированное нормальное распределение. Интегральная функция

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

z	-0,09	-0,08	-0,07	-0,06	-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	-0,00
3,5	0,00017	0,00017	0,00018	0,00019	0,00019	0,0002	0,00021	0,00022	0,00022	0,00023
3,4	0,00024	0,00025	0,00026	0,00027	0,00028	0,00029	0,00030	0,00031	0,00032	0,00034
3,3	0,00035	0,00036	0,00038	0,00039	0,0004	0,00042	0,00043	0,00045	0,00047	0,00048
3,2	0,00050	0,00052	0,00054	0,00056	0,00058	0,0006	0,00062	0,00064	0,00066	0,00069
3,1	0,00071	0,00074	0,00076	0,00079	0,00082	0,00084	0,00087	0,00090	0,00094	0,00097
3,0	0,00100	0,00104	0,00107	0,00111	0,00114	0,00118	0,00122	0,00126	0,00131	0,00135
2,9	0,00139	0,00144	0,00149	0,00154	0,00159	0,00164	0,00169	0,00175	0,00181	0,00187
2,8	0,00193	0,00199	0,00205	0,00212	0,00219	0,00226	0,00233	0,00240	0,00248	0,00256
2,7	0,00264	0,00272	0,0028	0,00289	0,00298	0,00307	0,00317	0,00326	0,00336	0,00347
2,6	0,00357	0,00368	0,00379	0,00391	0,00402	0,00415	0,00427	0,00440	0,00453	0,00466
2,5	0,00480	0,00494	0,00508	0,00523	0,00539	0,00554	0,00570	0,00587	0,00604	0,00621
2,4	0,00639	0,00657	0,00676	0,00695	0,00714	0,00734	0,00755	0,00776	0,00798	0,00820
2,3	0,00842	0,00866	0,00889	0,00914	0,00939	0,00964	0,00990	0,01017	0,01044	0,01072
2,2	0,01101	0,01130	0,01160	0,01191	0,01222	0,01255	0,01287	0,01321	0,01355	0,01390
2,1	0,01426	0,01463	0,01500	0,01539	0,01578	0,01618	0,01659	0,01700	0,01743	0,01786
2,0	0,01831	0,01876	0,01923	0,01970	0,02018	0,02068	0,02118	0,02169	0,02222	0,02275
1,9	0,02330	0,02385	0,02442	0,02500	0,02559	0,02619	0,02680	0,02743	0,02807	0,02872
1,8	0,02938	0,03005	0,03074	0,03144	0,03216	0,03288	0,03362	0,03438	0,03515	0,03593
1,7	0,03673	0,03754	0,03836	0,03920	0,04006	0,04093	0,04182	0,04272	0,04363	0,04457
1,6	0,04551	0,04648	0,04746	0,04846	0,04947	0,0505	0,05155	0,05262	0,05370	0,05480
1,5	0,05592	0,05705	0,05821	0,05938	0,06057	0,06178	0,06301	0,06426	0,06552	0,06681
1,4	0,06811	0,06944	0,07078	0,07215	0,07353	0,07493	0,07636	0,07780	0,07927	0,08076
—	0,08226	0,08379	0,08534	0,08691	0,08851	0,09012	0,09176	0,09342	0,09510	0,09680

z	-0,09	-0,08	-0,07	-0,06	-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	-0,00
1,3										
- 1,2	0,09853	0,10027	0,10204	0,10383	0,10565	0,10749	0,10935	0,11123	0,11314	0,11507
- 1,1	0,11702	0,11900	0,12100	0,12302	0,12507	0,12714	0,12924	0,13136	0,13350	0,13567
- 1,0	0,13786	0,14007	0,14231	0,14457	0,14686	0,14917	0,15151	0,15386	0,15625	0,15866
- 0,9	0,16109	0,16354	0,16602	0,16853	0,17106	0,17361	0,17619	0,17879	0,18141	0,18406
- 0,8	0,18673	0,18943	0,19215	0,19489	0,19766	0,20045	0,20327	0,20611	0,20897	0,21186
- 0,7	0,21476	0,21770	0,22065	0,22363	0,22663	0,22965	0,23270	0,23576	0,23885	0,24196
- 0,6	0,24510	0,24825	0,25143	0,25463	0,25785	0,26109	0,26435	0,26763	0,27093	0,27425
- 0,5	0,27760	0,28096	0,28434	0,28774	0,29116	0,2946	0,29806	0,30153	0,30503	0,30854
- 0,4	0,31207	0,31561	0,31918	0,32276	0,32636	0,32997	0,33360	0,33724	0,34090	0,34458
- 0,3	0,34827	0,35197	0,35569	0,35942	0,36317	0,36693	0,37070	0,37448	0,37828	0,38209
- 0,2	0,38591	0,38974	0,39358	0,39743	0,40129	0,40517	0,40905	0,41294	0,41683	0,42074
- 0,1	0,42465	0,42858	0,43251	0,43644	0,44038	0,44433	0,44828	0,45224	0,45620	0,46017
- 0,0	0,46414	0,46812	0,47210	0,47608	0,48006	0,48405	0,48803	0,49202	0,49601	0,50000

z	+0,00	+0,01	+0,02	+0,03	+0,04	+0,05	+0,06	+0,07	+0,08	+0,09
+0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
+0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
+0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
+0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
+0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
+0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
+0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
+0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
+0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
+0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
+1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
+1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
+1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
+1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
+1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
+1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
+1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
+1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
+1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
+1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
+2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
+2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857

z	+0,00	+0,01	+0,02	+0,03	+0,04	+0,05	+0,06	+0,07	+0,08	+0,09
+2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
+2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
+2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
+2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
+2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
+2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
+2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
+2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
+3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
+3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
+3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
+3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
+3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
+3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

2. Распределение Стьюдента. Значение аргумента t для различных значений доверительной вероятности P и чисел степеней свободы k = n - 1

k	P											
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99
1	0,1584	0,3249	0,5095	0,7265	1,0000	1,3764	1,9626	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567
2	0,1421	0,2887	0,4447	0,6172	0,8165	1,0607	1,3862	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248
3	0,1366	0,2767	0,4242	0,5844	0,7649	0,9785	1,2498	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409
4	0,1338	0,2707	0,4142	0,5686	0,7407	0,9410	1,1896	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041
5	0,1322	0,2672	0,4082	0,5594	0,7267	0,9195	1,1558	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321
6	0,1311	0,2648	0,4043	0,5534	0,7176	0,9057	1,1342	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074
7	0,1303	0,2632	0,4015	0,5491	0,7111	0,8960	1,1192	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995
8	0,1297	0,2619	0,3995	0,5459	0,7064	0,8889	1,1081	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554
9	0,1293	0,2610	0,3979	0,5435	0,7027	0,8834	1,0997	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498
10	0,1289	0,2602	0,3966	0,5415	0,6998	0,8791	1,0931	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693
11	0,1286	0,2596	0,3956	0,5399	0,6974	0,8755	1,0877	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058
12	0,1283	0,2590	0,3947	0,5386	0,6955	0,8726	1,0832	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545
13	0,1281	0,2586	0,3940	0,5375	0,6938	0,8702	1,0795	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123
14	0,1280	0,2582	0,3933	0,5366	0,6924	0,8681	1,0763	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768
15	0,1278	0,2579	0,3928	0,5357	0,6912	0,8662	1,0735	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467
16	0,1277	0,2576	0,3923	0,5350	0,6901	0,8647	1,0711	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208
17	0,1276	0,2573	0,3919	0,5344	0,6892	0,8633	1,0690	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982
18	0,1274	0,2571	0,3915	0,5338	0,6884	0,8620	1,0672	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784
19	0,1274	0,2569	0,3912	0,5333	0,6876	0,8610	1,0655	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609
20	0,1273	0,2567	0,3909	0,5329	0,6870	0,8600	1,0640	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453
21	0,1272	0,2566	0,3906	0,5325	0,6864	0,8591	1,0627	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314
22	0,1271	0,2564	0,3904	0,5321	0,6858	0,8583	1,0614	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188
23	0,1271	0,2563	0,3902	0,5317	0,6853	0,8575	1,0603	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073
24	0,1270	0,2562	0,3900	0,5314	0,6848	0,8569	1,0593	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969
25	0,1269	0,2561	0,3898	0,5312	0,6844	0,8562	1,0584	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874
26	0,1269	0,2560	0,3896	0,5309	0,6840	0,8557	1,0575	1,3150	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787
27	0,1268	0,2559	0,3894	0,5306	0,6837	0,8551	1,0567	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707
28	0,1268	0,2558	0,3893	0,5304	0,6834	0,8546	1,0560	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633
29	0,1268	0,2557	0,3892	0,5302	0,6830	0,8542	1,0553	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564
30	0,1267	0,2556	0,3890	0,5300	0,6828	0,8538	1,0547	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500
31	0,1267	0,2555	0,3889	0,5298	0,6825	0,8534	1,0541	1,3095	1,6955	2,0395	2,4528	2,7440
32	0,1267	0,2555	0,3888	0,5297	0,6822	0,8530	1,0535	1,3086	1,6939	2,0369	2,4487	2,7385
33	0,1266	0,2554	0,3887	0,5295	0,6820	0,8526	1,0530	1,3077	1,6924	2,0345	2,4448	2,7333
34	0,1266	0,2553	0,3886	0,5294	0,6818	0,8523	1,0525	1,3070	1,6909	2,0322	2,4411	2,7284

k	P											
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99
35	0,1266	0,2553	0,3885	0,5292	0,6816	0,8520	1,0520	1,3062	1,6896	2,0301	2,4377	2,7238

3. Значения критерия v_{α} при различных числах измерения n и уровнях значимости q

n	q = 1 - α				n	q = 1 - α			
	0,10	0,05	0,025	0,01		0,10	0,05	0,025	0,01
3	1,406	1,412	1,414	1,414	14	2,297	2,461	2,602	2,759
4	1,645	1,685	1,710	1,723	15	2,326	2,493	2,638	2,808
5	1,731	1,869	1,917	1,955	16	2,354	2,523	2,670	2,837
6	1,894	1,996	2,067	2,130	17	2,380	2,551	2,701	2,871
7	1,474	2,093	2,182	2,265	18	2,404	2,577	2,728	2,903
8	2,041	2,172	2,273	2,374	19	2,426	2,600	2,754	2,932
9	2,097	2,237	2,349	2,464	20	2,447	2,623	2,778	2,959
10	2,146	2,294	2,414	2,540	21	2,467	2,644	2,801	2,984
11	2,190	2,383	2,470	2,606	22	2,486	2,664	2,823	3,008
12	2,229	2,387	2,519	2,663	23	2,504	2,683	2,843	3,030
13	2,264	2,426	2,562	2,714	24	2,520	2,701	2,862	3,051
					25	2,537	2,717	2,880	3,071

4. Распределение χ^2 Пирсона. Значение χ^2 для различных чисел степеней свободы k и доверительной вероятности P

k	P														
	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99
1	0,0002	0,0006	0,0039	0,0158	0,0642	0,1485	0,2750	0,4549	0,7083	1,0742	1,6424	2,7055	3,8415	5,4119	6,6349
2	0,0201	0,0404	0,1026	0,2107	0,4463	0,7133	1,0217	1,3863	1,8326	2,4079	3,2189	4,6052	5,9915	7,8240	9,2103
3	0,1148	0,1848	0,3518	0,5844	1,0052	1,4237	1,8692	2,3660	2,9462	3,6649	4,6416	6,2514	7,8147	9,8374	11,3449
4	0,2971	0,4294	0,7107	1,0636	1,6488	2,1947	2,7528	3,3567	4,0446	4,8784	5,9886	7,7794	9,4877	11,6678	13,2767
5	0,5543	0,7519	1,1455	1,6103	2,3425	2,9999	3,6555	4,3515	5,1319	6,0644	7,2893	9,2364	11,0705	13,3882	15,0863
6	0,8721	1,1344	1,6354	2,2041	3,0701	3,8276	4,5702	5,3481	6,2108	7,2311	8,5581	10,6446	12,5916	15,0332	16,8119
7	1,2390	1,5643	2,1673	2,8331	3,8223	4,6713	5,4932	6,3458	7,2832	8,3834	9,8032	12,0170	14,0671	16,6224	18,4753
8	1,6465	2,0325	2,7326	3,4895	4,5936	5,5274	6,4226	7,3441	8,3505	9,5245	11,0301	13,3616	15,5073	18,1682	20,0902
9	2,0879	2,5324	3,3251	4,1682	5,3801	6,3933	7,3570	8,3428	9,4136	10,6564	12,2421	14,6837	16,9190	19,6790	21,6660
10	2,5582	3,0591	3,9403	4,8652	6,1791	7,2672	8,2955	9,3418	10,4733	11,7807	13,4422	15,9872	18,3070	21,1608	23,2093
11	3,0535	3,6087	4,5748	5,5778	6,9887	8,1479	9,2373	10,3411	11,5300	12,8987	14,6314	17,2750	19,6751	22,6179	24,7250
12	3,5706	4,1783	5,2260	6,3038	7,8073	9,0343	10,1822	11,3400	12,5844	14,0111	15,8120	18,5493	21,0261	24,0540	26,2170
13	4,1069	4,7654	5,8919	7,0415	8,6339	9,9257	11,1299	12,3400	13,6366	15,1187	16,9848	19,8119	22,3620	25,4715	27,6882
14	4,6604	5,3682	6,5706	7,7895	9,4673	10,8222	12,0799	13,3399	14,6855	16,2221	18,1508	21,0641	23,6848	26,8728	29,1412
15	5,2293	5,9849	7,2609	8,5468	10,3077	11,7211	13,0300	14,3399	15,7333	17,3217	19,3107	22,3071	24,9958	28,2595	30,5779

k	P														
	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99
16	5,8122	6,6142	7,9616	9,312 2	11,15 2	12,62 4	13,98 3	15,33 9	16,78 0	18,417 9	20,465 1	23,541 8	26,296 2	29,633 2	31,999 9
17	6,4078	7,2550	8,6718	10,08 5	12,00 2	13,53 1	14,93 7	16,33 8	17,82 4	19,511 0	21,614 6	24,769 0	27,587 1	30,995 0	33,408 7
18	7,0149	7,9062	9,3905	10,86 5	12,85 7	14,44 0	15,89 3	17,33 8	18,86 8	20,601 4	22,759 5	25,989 4	28,869 3	32,346 2	34,805 3
19	7,6327	8,5670	10,117	11,65 1	13,71 6	15,35 2	16,85 0	18,33 8	19,91 0	21,689 1	23,900 4	27,203 6	30,143 5	33,687 4	36,190 9
20	8,2604	9,2367	10,851	12,44 3	14,57 8	16,26 6	17,80 9	19,33 7	20,95 1	22,774 5	25,037 5	28,412 0	31,410 4	35,019 6	37,566 2
21	8,8972	9,9146	11,591	13,24 0	15,44 5	17,18 2	18,76 8	20,33 7	21,99 2	23,857 8	26,171 1	29,615 1	32,670 6	36,343 4	38,932 2
22	9,5425	10,600	12,338	14,04 2	16,31 4	18,10 1	19,72 9	21,33 7	23,03 1	24,939 0	27,301 5	30,813 3	33,924 4	37,659 5	40,289 4
23	10,196	11,293	13,091	14,84 8	17,18 7	19,02 1	20,69 0	22,33 7	24,06 9	26,018 4	28,428 8	32,006 9	35,172 5	38,968 3	41,638 4
24	10,856	11,992	13,848	15,65 9	18,06 2	19,94 3	21,65 3	23,33 7	25,10 6	27,096 0	29,553 3	33,196 2	36,415 0	40,270 4	42,979 8
25	11,524	12,697	14,611	16,47 3	18,94 0	20,86 7	22,61 6	24,33 7	26,14 3	28,171 9	30,675 2	34,381 6	37,652 5	41,566 1	44,314 1
26	12,198	13,409	15,379	17,29 2	19,82 0	21,79 2	23,57 9	25,33 7	27,17 9	29,246 3	31,794 6	35,563 2	38,885 1	42,855 8	45,641 7
27	12,879	14,125	16,151	18,11 4	20,70 3	22,71 9	24,54 4	26,33 6	28,21 4	30,319 3	32,911 7	36,741 2	40,113 3	44,140 0	46,962 9
28	13,565	14,848	16,928	18,93 9	21,58 8	23,64 8	25,50 9	27,33 6	29,24 9	31,390 9	34,026 6	37,915 9	41,337 1	45,418 8	48,278 2
29	14,257	15,575	17,708	19,76 8	22,47 5	24,57 7	26,47 5	28,33 6	30,28 3	32,461 2	35,139 4	39,087 5	42,557	46,692 7	49,587 9
30	14,954	16,306	18,493	20,59 9	23,36 4	25,50 8	27,44 2	29,33 6	31,31 6	33,530 2	36,250 2	40,256 0	43,773	47,961 8	50,892 2

5. Составной критерий

5.1. Квантили распределения статистики d в зависимости от числа измерения n и уровня значимости q

n	$d_{0,01}$	$d_{0,05}$	$d_{0,10}$	$d_{0,90}$	$d_{0,95}$	$d_{0,99}$
11	0,9359	0,9073	0,8899	0,7409	0,7153	0,6675
16	0,9137	0,8884	0,8733	0,7452	0,7236	0,6829
21	0,9001	0,8768	0,8631	0,7495	0,7304	0,6950
26	0,8901	0,8686	0,8570	0,7530	0,7360	0,7040
31	0,8827	0,8625	0,8511	0,7559	0,7404	0,7110
36	0,8769	0,8578	0,8468	0,7583	0,7440	0,7167
41	0,8722	0,8540	0,8436	0,7604	0,7470	0,7216
46	0,8682	0,8508	0,8409	0,7621	0,7496	0,7256
51	0,8648	0,8481	0,8385	0,7636	0,7518	0,7291

5.2. Значения параметров m и α в зависимости от числа измерения n и уровня значимости q

n	m	α при уровне значимости q, равном		
		0,01	0,02	0,05
10	1	0,98	0,98	0,96
11-14	1	0,99	0,98	0,97
15-20	1	0,99	0,99	0,98
21-22	9	0,98	0,97	0,96
23	2	0,98	0,98	0,96
23-27	2	0,98	0,98	0,97
28-32	2	0,99	0,98	0,97
33-35	2	0,99	0,98	0,98
36-49	2	0,99	0,99	0,98

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Метрология, стандартизация и сертификация: учебное пособие/В.М.Бастраков.- Йошкар-Ола: Марийский государственный технический университет, 2007.-300с.
2. Димов Ю.В. Метрология, стандартизация и сертификация: Учебник для Вузов-2-е изд.-СПб.:Питер, 2004.-432 с.; ил.
3. Крылова Г.Д. Основы стандартизации, сертификации, метрологии: Учебник для Вузов.-М.: Аудит, ЮНИТИ, 2001.-711 с.
4. Радкевич Я.М. Метрология, стандартизации и сертификация: Учебник для вузов/ Я.М.радкевич, А.Г.Схиртладзе, Б.И.Лактионов.- М.: Высш.шк., 2004.-767 с.
5. Сергеев А.Г., Латышев М.В., Терегеря В.В. Метрология, стандартизация, сертификация. Учебное пособие. М., 2001-536 с.
6. Шишкин И.Ф. Основы метрологии, стандартизации и контроля качества: Учебн. пособие. - М.: Изд-во стандартов, 1988.
7. Допуски и посадки: Справочник. В 2-х ч. / В.Д. Мягков, М.А. Палей, А.Б. Романов, В.А. Брагинский. 6-е изд., перераб. и доп. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1982.