

Негосударственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Центросоюза Российской Федерации

**СИБИРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПОТРЕБИТЕЛЬСКОЙ КООПЕРАЦИИ**

## **Эконометрика**

Методические указания и задания к лабораторным занятиям,  
контрольной и внеаудиторной работе студентов  
направления 38.03.01 Экономика,

Новосибирск 2018

Кафедра статистики и математики

**Автор:** Н.В. Шаланов, д-р экон. наук, профессор

**Рецензент** Л.Г. Гузевский, д-р физ.-мат. наук, профессор

Рекомендовано к изданию кафедрой статистики и математики,  
протокол от 12 марта 2018 г., № 8.

Заведующий кафедрой

Н.В. Шаланов

# 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Программа, методические указания и задания контрольной и внеаудиторной работы по дисциплине «Эконометрика» предназначена для студентов заочной формы обучения направления 38.03.01 Экономика для изучения предлагаемых тем и выполнения заданий контрольной работы.

Основная *цель* изучения дисциплины – дать студентам знания об основах эконометрики как науки, о моделях и методах эконометрического анализа и их практическом использовании.

*Задачи* дисциплины:

- дать студентам теоретические знания и практические навыки построения и анализа эконометрических моделей;
- обучить их умению выявления зависимостей и закономерностей в развитии явлений;
- научить студентов пользоваться статистическими пакетами для построения эконометрических моделей;
- овладеть навыками интерпретации полученных результатов.

В результате изучения дисциплины «Эконометрика» студент должен:

- *знать*: основные понятия, категории и инструменты эконометрики; методы построения эконометрических моделей; основные технические средства и информационные технологии, используемые для построения и расчета аналитической информации;
- *уметь*: анализировать во взаимосвязи экономические явления и процессы; строить на основе описания ситуаций стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты; использовать технические средства и информационные технологии для решения аналитических, исследовательских и коммуникативных задач;
- *владеть*: методами и приемами анализа эконометрических явлений и процессов с помощью стандартных теоретических и эконометрических моделей.

Издание включает: объем дисциплины и виды учебной работы для студентов заочной формы обучения; содержание дисциплины; методические указания к выполнению и оформлению контрольной работы; задания контрольных работ; задания внеаудиторной работы студентов.

Контрольная работа студентов заочной формы обучения предназначена для закрепления теоретических знаний и приобретения практических навыков статистического анализа.

Задания контрольной и внеаудиторной работы студентов заочной формы обучения составлены в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Эконометрика» направления 38.03.01 (080100.62) *Экономика*.

## **2. ТЕМЫ И ИХ КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ**

### *Тема 1. Теоретические основы эконометрики*

Эконометрика как наука. История возникновения. Понятие эконометрики. Цели, задачи эконометрики. Этапы эконометрического анализа. Методы и модели эконометрического анализа. Классификация переменных.

### *Тема 2. Корреляция и регрессия*

Корреляция: понятие и свойства. Регрессия: понятие и виды. Типы взаимосвязей. Понятие о функциональной, статистической и корреляционной связях. Исследование взаимосвязей.

### *Тема 3. Информационные технологии эконометрических исследований*

Использование статистических пакетов прикладных программ для эконометрического анализа.

### *Тема 4. Парная регрессионная модель*

Спецификация модели. Линейная регрессионная модель: смысл и оценка параметров. Метод наименьших квадратов (МНК). Свойства оценок МНК. Доверительный интервал. Нелинейные модели регрессии и их линеаризация. Оценка качества парной регрессионной модели: коэффициент детерминации, средняя ошибка аппроксимации, F-критерий Фишера.

### *Тема 5. Множественная регрессионная модель*

Спецификация множественной регрессионной модели. Интерпретация параметров множественной регрессии. Фиктивные переменные. Выбор формы уравнения множественной регрессионной модели. Регрессионные модели с переменной структурой. Множественная и част-

ная корреляция. Мультиколлинеарность и ее устранение. Отбор главных факторов. Гомо- и гетероскедастичность. Обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК).

#### *Тема 6. Модели временных рядов*

Спецификация временного ряда. Понятие модели временного ряда. Основные компоненты временного ряда. Стационарные и нестационарные временные ряды, их идентификация. Методы исключения тенденции. Ряд Фурье. Автокорреляция уровней ряда. Автокорреляция в остатках. Критерий Дарбина-Уотсона. Анализ взаимосвязей временных рядов.

#### *Тема 7. Модели с распределенным лагом*

Спецификация модели. Понятие и виды моделей с распределенным лагом. Авторегрессионные модели с распределенным лагом. Мультипликаторы: виды и особенности расчета. Средний лаг.

#### *Тема 8. Цепи Маркова*

Марковские процессы. Цепи Маркова. Свойство матрицы переходных вероятностей.

#### *Тема 9. Система эконометрических уравнений*

Общее понятие о системе уравнений, используемых в эконометрике. Структурная и приведенная форма модели. Система линейных одновременных уравнений. Методы оценки систем одновременных уравнений: косвенный, двухшаговый и трехшаговый метод наименьших квадратов. Применение систем эконометрических уравнений.

### **3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

Задания контрольной работы для студентов заочной формы обучения составлены в соответствии с учебной программой дисциплины «Эконометрика».

Чтобы достигнуть высокого качества выполнения контрольной работы, студентам рекомендуется сначала приступить к изучению теоретического материала, а потом написанию работы. Сдать работу на проверку необходимо до начала экзаменационной сессии.

Контрольная работа, выполненная по неправильно выбранному варианту, не рецензируется, и студент не допускается к собеседованию.

Контрольная работа состоит из 9 заданий. Все сведения, необходимые для выполнения практической части контрольной работы, приведены в этом же методическом пособии. Ответы на теоретические вопросы предусматривают самостоятельную работу студента по поиску ответов в учебной литературе по дисциплине. Для получения конкретных задач каждому студенту, в зависимости от двух последних цифр номера зачетной книжки, нужно из таблицы случайных чисел выбрать число  $\alpha$  и подставить его в арифметические выражения, содержащиеся в задачах. Для вашего удобства предлагается в расчетах округлять полученные значения до двух цифр после запятой.

Из таблицы видно, что номеру зачетной книжки 87-25, например, соответствует число  $\alpha=156$ .

Таблица определения значения  $\alpha$

Таблица 1

		Последняя цифра номера зачетной книжки									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Предпоследняя цифра номера зачетной книжки	0	140	102	200	188	222	154	220	184	218	122
	1	164	198	104	224	254	186	240	266	124	182
	2	142	226	190	106	280	156	268	126	216	238
	3	196	166	202	252	108	298	128	242	270	180
	4	144	248	258	278	282	110	152	288	300	150
	5	192	228	168	294	130	158	112	264	214	272
	6	146	250	204	132	246	296	244	114	292	178
	7	194	230	134	170	260	160	286	212	116	236
	8	148	136	276	284	172	208	262	290	274	118
	9	138	232	206	234	256	162	174	210	120	176

### Методические указания к решению задач:

- Предлагаемые в заданиях задачи относятся к следующим темам:
- задание 1** – теоретические основы эконометрики;
  - задание 2** – корреляция и регрессия;
  - задание 3** – информационные технологии эконометрических исследований;
  - задание 4** – парная регрессионная модель;
  - задание 5** – множественная регрессионная модель;
  - задание 6** – модели временных рядов;
  - задание 7** – модели с распределенным лагом;
  - задание 8** – цепи Маркова;
  - задание 9** – система эконометрических уравнений.

Ниже приведены методические указания по решению каждого типа модели (задания).

## Тема 1. Теоретические основы эконометрики

### 1.1. Методические указания к внеаудиторной работе студентов

**Эконометрика** – это наука, изучающая количественные взаимосвязи экономических объектов с помощью математических и статистических методов и моделей.

**Объектом** эконометрики являются экономические и социально-экономические процессы.

**Предметом** эконометрики являются факторы, формирующие развитие экономических явлений и процессов.

**Цель** эконометрики – дать количественные меры экономическим процессам и явлениям.

Наиболее общими **задачами эконометрики являются:**

- 1) обнаружение и анализ статистических закономерностей в экономике;
- 2) построение на базе выявленных эмпирических экономических зависимостей эконометрических моделей.

**Переменная** – показатель экономической системы, численные значения которого изменяются.

Переменные можно классифицировать по различным признакам.

1) По признаку **принадлежности к причине или следствию** в причинно – следственных отношениях переменные подразделяются на:

а) *фактор (объясняющая переменная)* – причина, которая влияет на зависимую переменную (обозначается как « $X$ »);

б) *зависимая (результатирующая) переменная* – следствие, которое испытывает влияние со стороны факторов (обозначается как « $Y$ »). Как правило, зависимыми переменными являются результаты деятельности процессов.

2) По признаку **значений переменные** подразделяются на:

а) *числовая (количественная) переменная* – переменная, которая имеет дискретные или непрерывные числовые значения;

б) *качественная переменная* – переменная, значения которой принадлежат к определенному классу. Например, предприятие может быть приватизированным или неприватизированным, убыточным или прибыльным, расположенным далеко или близко от источников сырья.

В эконометрических моделях в основном используются данные двух типов:

1) *пространственные данные* (cross-sectional data) – совокупность экономической информации, которая характеризует различные объекты, однако полученной за один и тот же период или момент времени. *Примеры пространственных данных* – набор сведений по разным предприятиям, фирмам (объем производства, количество работников, площадь арендуемого помещения) в один и тот же момент времени, жирность молока и т.д.

2) *временные ряды* (time-series data) - совокупность экономической информации, которая характеризует один и тот же объект, но за разные периоды времени. *Примеры временных данных* – изменение курса доллара, цен на какую-нибудь продукцию, показатели смертности/рождаемости за определенный период времени и т.д.

### ***Образцы решения задач контрольной работы:***

#### *Задача 1.*

Определите, какие из перечисленных показателей относятся к временным данным, а какие к пространственным:

- а) площадь 10 магазинов;
- б) изменение курса доллара в течение недели;
- в) товароборот 10 магазинов;
- г) показатель смертности Томской области за первое полугодие.

#### *Решение*

Показатели *площадь и товароборот 10 магазинов* являются примером *пространственных данных*, так как представлен набор сведений о разных предприятиях на конкретный момент времени.

Показатели *изменения курса доллара в течение недели и показатель смертности Томской области за первое полугодие* является примером *временных данных*, так как данные представлены за последовательный период времени.



### *Задача 2.*

Определите, какие из перечисленных показателей относятся к качественным, а какие к количественным:

- а) средний возраст безработного – 34 года;
- б) доля денежных доходов, направленных на прирост сбережений во вкладах – 8,1%;
- в) состояние производственного аппарата – критическое.

### *Решение*

Первых два примера являются примерами количественных показателей, т.к. они заданы с помощью числовых значений (34 года и 8,1%). Последний пример – это качественный показатель, мы просто говорим, что состояние критическое, не приводя никаких числовых значений.

### *Задача 3.*

Определите в приведенных ниже парах показателей результирующую и объясняющую переменные:

- а) товарооборот магазина и численность его работников;
- б) стоимость квартиры и ее общая площадь.

### *Решение*

В первой паре показателей результирующей переменной является товарооборот магазина, так как он является результатом его деятельности, а объясняющей переменной является численность работников, от которой зависит товарооборот магазина.

Во второй паре показателей результирующей переменной является стоимость квартиры, так как полностью зависит от фактора – общая площадь квартиры. В соответствие с этим, общая площадь квартиры является объясняющей переменной.

## **Тема 2. Корреляция и регрессия**

*Корреляция* – связь между объективно существующими явлениями.

Тесноту связи между переменными  $X$  и  $Y$  в линейной форме количественно можно измерить с помощью *линейного коэффициента корреляции* ( $R_{xy}$  или  $r_{xy}$ ):

$$R_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

где  $\sigma_x$  – среднее квадратическое отклонение по признаку  $X$ , рассчитывается по формуле:

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}, \text{ где } \overline{x^2} = \frac{\sum x^2}{n}; \quad (\bar{x})^2 = \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2;$$

$\sigma_y$  – среднее квадратическое отклонение по признаку  $Y$ , рассчитывается по формуле:

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}, \text{ где } \overline{y^2} = \frac{\sum y^2}{n}; \quad (\bar{y})^2 = \left(\frac{\sum y}{n}\right)^2;$$

$n$  – объем исследуемой совокупности;

$b$  – коэффициент при переменной  $X$  в уравнении регрессии (коэффициент регрессии).

Значение линейного коэффициента корреляции находится в границах:

$$-1 \leq R_{xy} \leq 1.$$

Если  $R_{xy}=0$ , можно говорить о неправильно выбранной форме связи или об отсутствии связи между переменными  $X$  и  $Y$ .

Если  $R_{xy}=1$ , все точки  $X_i$  и  $Y_i$  расположены на прямой, связь между ними самая сильная – функциональная.

Если  $R_{xy}>0$ , связь между переменными  $X$  и  $Y$  прямая.

Если  $R_{xy}<0$ , связь между переменными  $X$  и  $Y$  обратная.

Оценить тесноту связи между переменной  $X$  и переменной  $Y$  можно с помощью **шкалы Чеддока** (табл. 2.1):

Таблица 2.1

Показания тесноты связи	0,1 – 0,3	0,3 – 0,5	0,5 – 0,7	0,7 – 0,9	0,9 – 0,99
Характеристика тесноты связи	Слабая	Умеренная	Заметная	Высокая	Весьма высокая

Оценить тесноту связи между переменными  $X$  и  $Y$  в *нелинейной форме* можно с помощью **индекса корреляции**:

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}},$$

Значение индекса корреляции находится в пределах:

$$0 \leq \rho_{xy} \leq 1.$$

*Регрессия* – односторонняя вероятностная зависимость между случайными величинами.

Различают следующие виды регрессии (табл. 2.2):

1. *Однофакторная (парная, простая) регрессия* – это регрессия между двумя переменными  $Y$  и  $X$ .

2. *Многофакторная (множественная) регрессия* – это регрессия между зависимой переменной  $Y$  и несколькими объясняющими переменными  $X_1, X_2, \dots, X_n$ .

Таблица 2.2

Однофакторные регрессии	Линейная: $\hat{y} = a + b * x + e$ .
	Нелинейные: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ гиперболическая: <math>\hat{y} = a + \frac{b}{x} + e</math>,</li> <li>▪ показательная: <math>\hat{y} = ab^x e</math>,</li> <li>▪ степенная: <math>\hat{y} = ax^b e</math>,</li> <li>▪ экспоненциальная: <math>\hat{y} = e^{a+bx+e}</math>.</li> </ul>
Многофакторные регрессии	Линейная: $\hat{y} = a + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_6x_6 + \dots + b_nx_n + e$ .
	Нелинейные: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ гиперболическая: <math>\hat{y} = \frac{1}{a_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \dots + b_nx_n} + e</math>,</li> <li>▪ показательная: <math>\hat{y} = a_0 b_1^{x_1} b_2^{x_2} b_3^{x_3} \dots b_n^{x_n} e</math>,</li> <li>▪ степенная: <math>\hat{y} = a_0 x_1^{b_1} x_2^{b_2} x_3^{b_3} \dots x_n^{b_n} e</math>,</li> <li>▪ экспоненциальная: <math>\hat{y} = e^{a_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \dots + b_nx_n + e}</math>.</li> </ul>

**Образцы решения задач контрольной работы:**

**Задача 1.**

Торговое предприятие имеет сеть, состоящую из 12 магазинов (табл.2.3). Определите форму и направление связи между годовым товарооборотом и торговой площадью, средним временем обслуживания, используя графический метод и метод сопоставления параллельных рядов.

Таблица 2.3

Номер магазина	Годовой товарооборот, млн. руб.	Торговая площадь, тыс. кв.м	Среднее время обслуживания покупателей, мин
1	20,01	0,25	0,96

2	37,1	0,42	3,22
3	41,11	0,53	1,89
4	41,21	0,5	5,22
5	56,5	0,82	2,8
6	68,22	1,02	8,23
7	74,94	1,1	2,33
8	88,9	1,4	5,4
9	91,2	1,4	6,32
10	91,16	1,4	3,1
11	100	1,61	2,54
12	107,98	1,7	10,3

### *Решение*

Рассматривается зависимость годового товарооборота в зависимости от торговой площади и среднего времени обслуживания, значит в качестве результирующей переменной  $y$  берется товароборот, а два других фактора – объясняющие переменные, обозначим их как  $x_1$  и  $x_2$ . Построим диаграммы зависимости  $y(x_1)$  и  $y(x_2)$  (рис.2.1. и 2.2.).

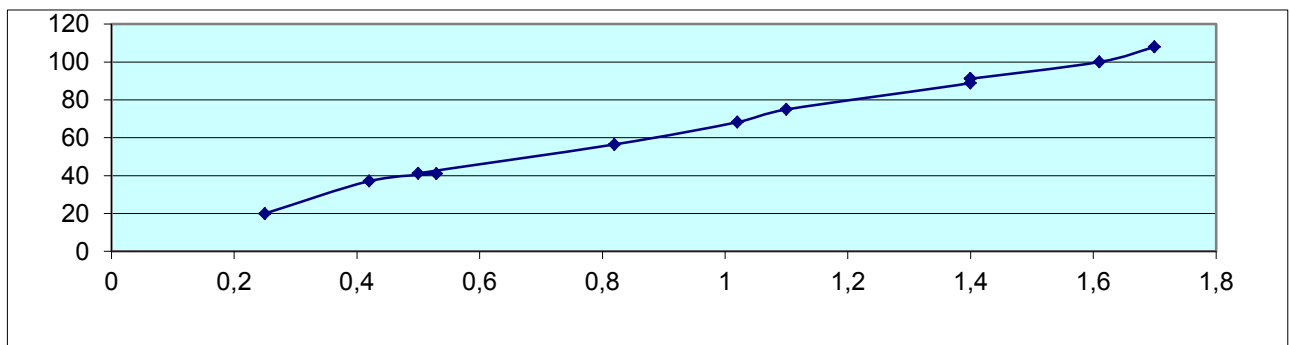


Рис. 2.1. Диаграмма зависимости  $y(x_1)$

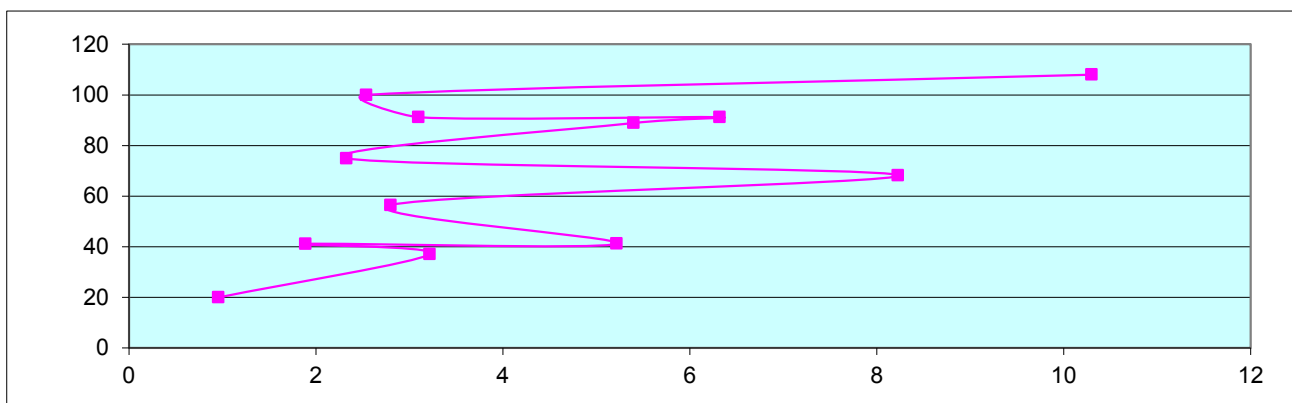


Рис. 2.2. Диаграмма зависимости  $y(x_2)$

Анализируя эти диаграммы, можно прийти к выводу, что на первом рисунке прослеживается линейная закономерность, а на втором — закономерности нет.

Значит форма связи между годовым товарооборотом и торговой площадью линейная, а между годовым товарооборотом и средним временем обслуживания связи нет.

Для определения направления связи между показателя применим метод сопоставления параллельных рядов. Для этого необходимо объясняющую переменную расположить в порядке возрастания (убывания) и соответственно ей расположить результирующую переменную  $y$ . Рассмотрим данную процедуру (табл. 2.4 и табл. 2.5).

Таблица 2.4

Номер магазина	Годовой товарооборот, млн. руб.	Торговая площадь, тыс. кв.м
1	20,01	0,25
2	37,1	0,42
4	41,21	0,5
3	41,11	0,53
5	56,5	0,82
6	68,22	1,02
7	74,94	1,1
8	88,9	1,4
9	91,2	1,4
10	91,16	1,4
11	100	1,61
12	107,98	1,7

Таблица 2.5

Номер магазина	Годовой товарооборот, млн. руб.	Среднее время обслуживания покупателей, мин
1	20,01	0,96
3	41,11	1,89
7	74,94	2,33
5	56,5	2,8
11	100	2,54
10	91,16	3,1
2	37,1	3,22
4	41,21	5,22
8	88,9	5,4
9	91,2	6,32
6	68,22	8,23
12	107,98	10,3

Анализируя данные таблиц, можно прийти к выводу, что между торговой площадью и годовым товарооборотом связь прямая, т.е. с ростом торговой площади растет годовой товарооборот, а по данным второй таблицы нельзя прийти к определенному выводу, т.к. не прослеживается никакой взаимосвязи между средним временем обслуживания покупателей и годовым товарооборотом.

*Задача 2.*

Определите вид регрессии:

а)  $\hat{y} = 123,5 - 1,74x_1 + 51x_2 - 2,7x_3 + e$ ,

б)  $\hat{y} = e^{42,04 + 10,05x + e}$ .

Покажите, где здесь результирующая и объясняющие переменные. Что обозначает «e» в уравнениях регрессии?

*Решение*

$\hat{y} = 123,5 - 1,74x_1 + 51x_2 - 2,7x_3 + e$  – это множественная линейная регрессия, т.к. здесь прямая зависимость между  $y$  – результирующей переменной и объясняющими переменными  $x_1, x_2, x_3$ ,  $e$  – дополнительный остаточный член.

$\hat{y} = e^{42,04 + 10,05x + e}$  – это простая экспоненциальная регрессия, т.к. здесь экспоненциальная зависимость между  $y$  – результирующей переменной и объясняющей переменной  $x$ , в основании  $e$  – экспонента, а в степени – дополнительный остаточный член.

### Задача 3.

Определите направление и тесноту связи между результирующей переменной «Y» и объясняющей переменной «X» с помощью линейного коэффициента корреляции, если известны следующие данные:  $\hat{y} = 5,23 + 10x$  и  $\sigma_x=134$ ,  $\sigma_y=4950$ ,  $b=10$ .

### Решение

Линейный коэффициент корреляции можно вычислить по формуле:

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}.$$
$$r_{xy} = 10 \frac{134}{4950} = 0,27.$$

Связь между результирующей переменной «Y» и объясняющей переменной «X» прямая (т.к. линейный коэффициент корреляции положительный), слабая (т.к. значение линейного коэффициента корреляции попадает в интервал от 0,1 до 0,3 по шкале Чеддока).

## Тема 3. Информационные технологии эконометрических исследований

Современный бизнес невозможен без информационной поддержки, применения информационных систем и информационных технологий. Любой фирме требуется своевременный и тщательный анализ имеющейся информации и получение из нее надежных и обоснованных выводов и прогнозов. Поэтому потребность в средствах статистического и эконометрического анализа данных очень велика, что и послужило причиной развития рынка статистических и эконометрических программ, на котором предлагается большое количество информационных статистических систем.

В эконометрике для проведения расчетов часто используют табличный процессор Microsoft Excel.

С помощью функций Microsoft Excel можно рассчитать коэффициент корреляции с помощью статистической функции «КОРРЕЛ».

С помощью функций Microsoft Excel можно определить параметры однофакторных и многофакторных линейных и нелинейных функций. Однако нелинейные функции сначала необходимо привести к линейно-

му виду. Существует несколько способов определения параметров уравнений регрессий:

1. С помощью статистических функций **«ОТРЕЗОК»** и **«НАКЛОН»**. Функция **«Наклон»** служит для определения параметра  $b$  уравнения регрессии, а функция **«Отрезок»** – для определения свободного члена уравнения –  $a$ .

2. С помощью статистической функции **«Линейн»**. Практически все эконометрические модели можно идентифицировать с помощью этой функции. Результаты использования этой функции получаем в виде следующей таблицы:

### Результаты регрессионного анализа

Значение коэффициента $b$	Значение коэффициента $a$
Среднеквадратическое отклонение $b$	Среднеквадратическое отклонение $a$
Коэффициент детерминации $R^2$	Среднеквадратическое отклонение $u$
F - статистика	Число степеней свободы
Регрессионная сумма квадратов	Остаточная сумма квадратов

3. Для нахождения параметров показательной парной регрессии (не приводя ее к линейному виду) можно использовать статистическую функцию **«ЛГРФПРИБЛ»**. Основные этапы и результаты ее построения аналогичны функции **«Линейн»**.

4. С помощью статистического пакета «Анализ данных» - «Регрессия», который позволяет определить коэффициенты корреляции и детерминации, фактическое значение критерия Фишера, параметры уравнения регрессии и другие показатели.

Для приведения нелинейных уравнений к линейному виду могут использоваться Математические функции, такие как **«LN»** и **«EXP»**.

При построении множественной регрессии для построения матрицы парных и частных коэффициентов корреляции используют статистический пакет **«Анализ данных»**  $\Rightarrow$  **«Корреляция»**.

В настоящее время разработано много специализированных эконометрических пакетов для построения и анализа эконометрических моделей. Назовем некоторые из них: Stata; EViews; Gauss; SPSS; PcGive; STATISTICA; Minitab; STADIA; Mathcad; STATGRAPHICS; S-plus; ForecastExpert; ЭВРИСТА; МИЗОЗАВР; ОЛИМП: Стат-Эксперти другие.

## Тема 4. Парная регрессионная модель



**Парная (простая, однофакторная) регрессия** – регрессия, в которой рассматривается зависимость показателя  $Y$  от одного фактора  $X$ .

В общем виде эту зависимость можно задать функцией:

$$y = \hat{f}(x)$$

где  $y$  – зависимая переменная (результативная переменная)

$x$  – независимая или объясняющая переменная (фактор-признак)

На практике наиболее широко используется линейная парная регрессия  $\hat{y} = a + b * x + e$ .

**Коэффициент  $a$**  – отрезок; формально – это значение результативной переменной при  $x=0$ . Если фактор-признак не имеет и не может иметь нулевого значения, то интерпретация  $a$  не имеет смысла.

Интерпретировать можно лишь знак при параметре  $a$ . Если  $a > 0$ , то относительное изменение результата происходит медленнее, чем изменение фактора. Другими словами, вариация результата меньше вариации фактора-признака. При  $a < 0$  – интерпретация вообще смысла не имеет.

**Коэффициент  $b$**  – наклон, показывает среднее изменение результата при изменении фактора на единицу.

*Например*, зависимость стоимости квартиры (тыс.руб.) от общей площади квартиры (кв.м.) задается уравнением регрессии  $\hat{y} = 145 + 13,3x$ , тогда можно сделать вывод, что при увеличении общей площади квартиры на 1 кв.м. ее стоимость возрастает на 13,3 тыс.руб.

Регрессионное уравнение  $\hat{y} = a + bx$  указывает, что при увеличении фактора  $x$  на единицу  $Y$  увеличивается на  $b$  единиц, при  $b > 0$ .

Регрессионное уравнение  $\hat{y} = a - bx$  указывает, что при увеличении фактора  $x$  на единицу  $Y$  уменьшается на  $b$  единиц, при  $b < 0$ .

После того, как найдено уравнение однофакторной регрессии необходимо оценить его качество.

**Для оценки качества** подбора линейной функции используют следующие показатели:

1. **Коэффициент детерминации**. Он рассчитывается возведением в квадрат линейного коэффициента корреляции ( $r^2_{xy}$ ). Он показывает, на сколько процентов вариация фактора  $x$  объясняет вариацию результативного показателя  $y$ .

2. **Средняя ошибка аппроксимации** – это среднее отклонение расчетных значений  $\hat{y}$  от фактических  $y$ .

Она вычисляется по формуле:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}}{y} \right| \cdot 100\%.$$

Допустимый предел значений средней ошибки аппроксимации не более 8-10%.

Если  $A < 8\%$ , то ошибка аппроксимации небольшая, и регрессионная модель хорошо описывает изучаемую закономерность.

Если  $8\% \leq A \leq 10\%$ , ошибка аппроксимации высокая, но регрессионная модель хорошо описывает изучаемую закономерность.

Если  $A > 10\%$ , ошибка аппроксимации высокая, но регрессионная модель плохо описывает изучаемую закономерность.

### 3. F- критерий Фишера.

F – тест состоит в проверке гипотезы  $H_0$  о статистической незначимости уравнения регрессии и показателя тесноты связи. Сравниваются фактическое  $F_{\text{факт}}$  и критическое (табличное)  $F_{\text{табл}}$  значения F- критерий Фишера.

$F_{\text{факт}}$  можно рассчитать по формуле:

$$F_{\text{факт}} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} * (n - m - 1),$$

где  $n$  – число единиц совокупности;

$m$  – число факторов, включаемых в модель.

$F_{\text{табл}}$  – это максимально возможное значение критерия под влиянием случайных факторов при данных степенях свободы и уровне значимости  $\alpha$ .

Уровень значимости  $\alpha$  – вероятность отвергнуть правильную гипотезу при условии, что она верна. Обычно  $\alpha$  принимается равной 0,05 или 0,01. (Будем при решении задач принимать  $\alpha = 0,05$ .)

При нахождении  $F_{\text{табл}}$  в таблице значений F-критерия Фишера будем принимать:  $k_1 = m$  и  $k_2 = n - 2$ ,

где  $n$  – объем выборки,

$m$  – количество объясняющих переменных.

Гипотеза  $H_0$  – природа оцениваемых характеристик случайна.

Гипотеза  $H_1$  – природа оцениваемых характеристик не случайна.

Если  $F_{\text{табл}} < F_{\text{факт}}$ , то гипотеза  $H_0$  – о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность с вероятностью  $1-\alpha$ .

Если  $F_{\text{табл}} > F_{\text{факт}}$ , то  $H_0$  – гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик не отклоняется и признается их статистическая незначимость и ненадежность с вероятностью  $1-\alpha$ .

**Таким образом**, качество модели считается высоким, если выполняются все три условия:

1. коэффициент детерминации  $r^2_{xy} \geq 0,5$ ;
2. средняя ошибка аппроксимации  $\bar{A} \leq 10\%$ ;
3.  $F_{\text{табл}} < F_{\text{факт}}$ .

Если хоть одно из условий не выполняется, качество модели низкое. Выбор наилучшего варианта эконометрической модели осуществляется сравнением их качественных характеристик. Соответственно лучшему варианту модели должны соответствовать лучшие характеристики.

### **Образец решения задачи контрольной работы:**

По Российской Федерации за 2009 год известны значения двух признаков (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Месяцы	Расходы на покупку продовольственных товаров в общих расходах, %«Y»	Средний денежный доход на душу населения, руб. «X»
Январь	69	1964,7
Февраль	65,6	2292,0
Март	60,7	2545,8
Апрель	...	...
Май	...	...
Июнь	...	...
Июль	...	...
Август	...	...
Сентябрь	...	...
Октябрь	53,3	3042,8
Ноябрь	50,9	3107,2
Декабрь	47,5	4024,7

Для оценки зависимости  $Y$  от  $X$  построена парная линейная регрессионная модель с помощью метода наименьших квадратов  $\hat{y} = a + bx + e$ , где  $a = \frac{\alpha}{4}$ ,  $b = -\frac{1}{\alpha}$ . Парный коэффициент корреляции  $r_{xy} = \frac{1}{-\alpha} * 78$ . Средняя ошибка аппроксимации  $\bar{A} = \frac{\alpha}{46} + 4,6$ . Известно, что  $F_{табл} = 4,96$ , а  $F_{факт} = \frac{\alpha}{2} + 5$ . Определите коэффициент детерминации. Оцените линейную модель через среднюю ошибку аппроксимации и F-критерий Фишера.

*Решение.*

Пусть, например, число  $\alpha = 302$ . Тогда найдем коэффициенты парной линейной регрессионной модели  $a = 75,5$  и  $b = -0,003$ . Получили уравнение регрессии:

$$\hat{y} = 75,5 - 0,003x + e.$$

Значит, с увеличением среднего денежного дохода на 1 руб. доля расходов на покупку продовольственных товаров снижается в среднем на 0,003 процентных пункта.

Линейный коэффициент парной корреляции  $r_{xy} = -0,26$  (связь слабая, обратная).

Найдем коэффициент детерминации  $r_{xy}^2 = (-0,26)^2 = 0,07$ . Вариация результата  $Y$  на 7% объясняется вариацией фактора  $X$ .

Средняя ошибка аппроксимации  $\bar{A} = 11,17$ , что говорит о высокой ошибке аппроксимации (недопустимые пределы). В среднем расчетные значения отклоняются от фактических на 11,17%.

Проверяем F-критерий Фишера, для этого сравним  $F_{табл}$  и  $F_{факт}$ .  $F_{табл} < F_{факт}$  ( $4,96 < 156$ ), значит  $H_0$  – гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность с вероятностью 0,95.

Общий вывод: Линейная парная модель плохо описывает изучаемую закономерность, т.к. не выполняются условия по коэффициенту детерминации и средней ошибке аппроксимации.

## Тема 5. Множественная регрессионная модель

**Множественная** (многофакторная) **регрессия** – это регрессия между результирующей переменной  $Y$  и несколькими объясняющими переменными  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . В общем виде уравнение множественной регрессии выглядит следующим образом:

$$Y = \hat{f}(\vec{x}), \vec{x} = x_1, \dots, x_n.$$

Для построения многофакторной регрессионной модели необходимо знать минимальный объем выборки, который зависит от числа факторов, включаемых в модель с учетом свободного члена. Для получения статистически значимой модели на один фактор требуется объем наблюдений, равный 5-8 наблюдениям.

Определить **минимальный объем выборки** для получения статистически значимой модели можно по формуле:

$$N_{min} = 5 \cdot (m + n),$$

где  $m$  – число факторов, включаемых в модель,

$n$  – число свободных членов в уравнении.

На практике наиболее широко используется линейная множественная регрессия  $\hat{y} = a + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + \dots + b_nx_n$ . Параметры при « $x$ » называются коэффициентами «чистой» регрессии. Параметры  $b_1, b_2, \dots, b_n$  показывают, на какую величину в среднем изменится результирующий признак  $y$ , если переменную  $x$  увеличить на единицу измерения при фиксированном (постоянном) значении других факторов, входящих в уравнение регрессии.

В большинстве случаев рассматриваются регрессионные модели, в которых в качестве объясняющих переменных выступают количественные переменные (производительность труда, доход и т.д.). Однако на практике достаточно часто возникает необходимость исследовать влияние качественных признаков, имеющих два или несколько уровней (градаций). К числу таких признаков можно отнести пол (мужской, женский), образование (начальное, общее, среднее и т.д.), фактор сезонности (зима, весна, лето, осень) и т.п. В связи с этим в модель вводят так называемые фиктивные переменные.

**Фиктивные переменные** – это искусственно созданные переменные, для перевода качественных переменных в количественные.

Обычно фиктивным переменным присваивают значения 0 и 1, но это не обязательно. *Например:*

$$\text{Тип строения} = \begin{cases} 0, & \text{если кирпичный,} \\ 1, & \text{если панельный.} \end{cases}$$

$$\text{Тип строения} = \begin{cases} 1, & \text{если кирпичный,} \\ 2, & \text{если панельный.} \end{cases}$$

Коэффициент регрессии при фиктивной переменной интерпретируется как среднее изменение результирующей переменной при переходе от одной категории к другой при неизменных значениях остальных параметров.

Если в модель включаются два или более тесно взаимосвязанных фактора, то наряду с уравнением регрессии появляется и другая линейная зависимость. Подобное явление, называется *мультиколлинеарностью*.

*Мультиколлинеарность* – попарная корреляционная зависимость между факторами. Мультиколлинеарная зависимость присутствует, если коэффициент парной корреляции  $|r_{ij}| \geq 0,7$ .

Для устранения мультиколлинеарности используют метод исключения переменных. Он заключается в том, что высоко коррелированные объясняющие переменные устраняются из регрессии, и она заново оценивается. Если

$$|r_{yx_j}| \geq 0,7,$$

то одну из переменных можно исключить, но какую именно, решают исходя из управляемости факторов.

Если возникает такая ситуация, когда оба фактора одновременно управляемы или нет, то решить вопрос об исключении того или иного фактора можно с помощью процедуры отбора главных факторов.

Процедура отбора главных факторов включает обязательно следующие этапы:

1. Производится анализ значения коэффициентов парной корреляции  $r_{ij}$  между факторами  $x_i$  и  $x_j$ .
2. Анализ тесноты взаимосвязи объясняющих факторов с результирующей переменной.

***Образец решения задачи контрольной работы:***

В табл. 4.1 приведены данные, формирующие цену на строящиеся квартиры в двух различных районах.

Таблица 4.1

Наименование района, а/б	Общая площадь	Жилая площадь	Площадь кухни	Срок сдачи, ч/з_мес.	Стоимость квартиры, тыс. \$
$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$Y$
1	39,8	19	7	7	20,5
1	53,2	19,4	9	3	23,6
2	46	18	9	1	14,2
...	...	...	...	...	...
1	370	180	35	2	190
2	231,2	149	30	2	139,2

По имеющимся данным, представленным в таблице 4.1., получена матрица парных коэффициентов корреляции (табл. 4.2).

Таблица 4.2

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$Y$
$X_1$	1					
$X_2$	0,368	1				
$X_3$	0,051	0,917	1			
$X_4$	0,320	0,832	0,811	1		
$X_5$	-0,444	-0,156	-0,421	-0,062	1	
$Y$	-0,328	0,857	0,845	0,838	-0,134	1

*Задание:*

1. Запишите уравнение многофакторной регрессии и определите для нее минимальный объем выборки. Дайте экономическую интерпретацию полученной модели. Если известно, что  $a = \frac{-\alpha}{11,5}$ ,  $b_1 = \frac{-\alpha}{8} - 10$ ,  $b_2 =$

$$\frac{1}{\alpha} + 0,79, b_3 = 0,1 - \frac{1}{\alpha}, b_4 = \frac{1}{\alpha} + 0,5, b_5 = \frac{1}{\alpha} - 0,4$$

2. Укажите, какие фиктивные переменные использованы в модели.
3. Проверьте факторы на мультиколлинеарность и устраните её.
4. Запишите новое уравнение многофакторной регрессии, после устранения мультиколлинеарности.

## Решение.

Пусть  $\alpha = 302$ .

1. уравнение многофакторной регрессии будет выглядеть следующим образом:  $\hat{y} = -26,26 - 27,75x_1 + 0,79x_2 + 0,1x_3 + 0,5x_4 - 0,4x_5$ .

Экономическая интерпретация полученной модели:

Квартиры в районе А стоят на 27,75% дешевле, чем в районе В. При увеличении общей площади на  $1\text{ м}^2$  стоимость квартиры возрастает на 0,79 тыс. \$. При увеличении жилой площади на  $1\text{ м}^2$  стоимость квартиры увеличивается на 0,1 тыс. \$. При увеличении площади кухни на  $1\text{ м}^2$  стоимость квартиры увеличивается на 0,5 тыс. \$. При увеличении срока сдачи дома на 1 мес. стоимость квартиры уменьшается на 0,4 тыс. \$.

Минимальный объем выборки определяем по формуле:

$$N_{\min} = 5 * (m + n).$$

В нашем случае  $m = 5$  (т.к. в модель включены 5 факторов),  $n = 1$  (т.к. в модели 1 свободный член – «а»).

Следовательно,  $N_{\min} = 5 * (5 + 1) = 30$ , т.е. для получения статистически значимой модели необходимо отобрать 30 квартир и собрать по ним необходимые данные.

2. В модели использована 1 фиктивная переменная – наименование района, т.к. в построении модели участвуют 2 района – «а» и «б», которым присвоены количественные значения «1» и «2» соответственно.

3. Проверим факторы на мультиколлинеарность. Мультиколлинеарная зависимость присутствует, если

$$\left| r_{yx_j} \right| \geq 0,7$$

Это условие выполняется для следующих пар факторов  $x_3$  и  $x_2$ ,  $x_4$  и  $x_2$ ,  $x_4$  и  $x_3$ :  $r_{x_3x_2} = 0,917$ ;  $r_{x_4x_2} = 0,832$ ;  $r_{x_4x_3} = 0,811$ .

Найдены мультиколлинеарные факторы.

Для устранения мультиколлинеарности используется метод исключения переменных.

Будем исключать факторы, имеющие наименьшее значение  $r_{yx_i}$ .

Рассмотрим первую пару мультиколлинеарных факторов  $r_{x_3x_2} = 0,917$ . Для исключения переменных необходимо знать, как каждый из факторных признаков связан с результативным признаком «Y». Эта зависимость отражается в последней строке матрицы парной корреляции.



Итак,  $r_{yx_3} = 0,845$ ,  $r_{yx_2} = 0,857$ . Далее необходимо сравнить эти значения:  $r_{yx_3} < r_{yx_2}$ . Следовательно, факторный признак « $x_3$ » из модели можно исключить, т.к. его связь с результативным признаком меньше, чем у « $x_2$ ». Аналогично, рассматриваются оставшиеся пары.

Вторая пара  $r_{x_4x_2} = 0,832$ ;  $r_{yx_4} = 0,838$ ,  $r_{yx_2} = 0,857$ .  $r_{yx_4} < r_{yx_2}$ . Следовательно, факторный признак « $x_4$ » из модели можно исключить, т.к. его связь с результативным признаком меньше, чем у « $x_2$ ».

Третью пару  $r_{x_4x_3} = 0,811$  можно не рассматривать, т.к. и « $x_3$ » и « $x_4$ » из модели уже исключены.

4. После устранения мультиколлинеарности уравнение многофакторной регрессии будет выглядеть следующим образом:

$$\hat{y} = a + b_1x_1 + b_2x_2 + b_5x_5.$$

Минимальный объем выборки определим по формуле:

$$N_{min} = 5 * (m + n).$$

В нашем случае  $m = 3$  (т.к. в модель включены 3 факторов),  $n = 1$  (т.к. в модели 1 свободный член – « $a$ »).

Следовательно,  $N_{min} = 5 * (3 + 1) = 20$ , т.е. для получения статистически значимой модели необходимо отобрать 20 квартир и собрать по ним необходимые данные.

## Тема 6. Временные ряды

*Временной ряд* – это совокупность значений какого-либо показателя за несколько последовательных моментов или периодов.

Любой временной ряд включает два обязательных элемента:

- 1) показатель времени  $t$ ,
- 2) значение показателя, или уровень ряда  $y_i$ .

Каждый уровень временного ряда формируется под воздействием большого числа факторов, которые можно разделить на три группы

1. Факторы, формирующие тенденцию ряда (трендовая компонента  $T$ ),
2. Факторы, формирующие циклические или сезонные колебания ряда (циклическая или сезонная компонента  $S$ ),
3. Случайные факторы (случайная компонента  $E$ ).

Временной ряд может иметь различное сочетание этих компонент.

В экономике часто приходится иметь дело с сезонными колебаниями, т.е. когда показатель то повышается, то снижается на протяжении изучаемого периода с одинаковой частотой. Циклические (сезонные)

колебания необходимо изучать и измерять для проведения определенных мероприятий, необходимых для их увеличения или уменьшения.

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^m (a_i \cos it + b_i \sin it) + e.$$

Циклическая компонента  $S$  может быть разложена в ряд Фурье:

А первая гармоника ряда Фурье будет выглядеть следующим образом:

$$y_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t.$$

Где параметры уравнения могут быть найдены по формулам:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}, \quad a_1 = \frac{2}{n} \sum y \cos t, \quad b_1 = \frac{2}{n} \sum y \sin t,$$

Если мы рассматриваем год как цикл, то  $n=12$ . Месячные периоды можно представить как части окружности, ряд внутригодовой динамики будет иметь следующий вид:

Таблица 5.1

Месяцы	Периоды, t	Периоды, t
Январь	0	0
Февраль	$\pi/6$	0,523598776
Март	$\pi/3$	1,047197551
Апрель	$\pi/2$	1,570796327
Май	$2\pi/3$	2,094395102
Июнь	$5\pi/6$	2,617993878
Июль	$\pi$	3,141592654
Август	$7\pi/6$	3,665191429
Сентябрь	$4\pi/3$	4,188790205
Октябрь	$3\pi/2$	4,71238898
Ноябрь	$5\pi/3$	5,235987756
Декабрь	$11\pi/6$	5,759586532

**Образец решения задачи контрольной работы:**

Известно значение торгового предприятия за 12 месяцев (табл. 5.2).

Таблица 5.2

Месяц	Периоды, t	Доход, млн. руб.
Январь	0	111,01
Февраль	0,5236	120,2
Март	1,0471	125,21
Апрель	1,5707	113,45
Май	2,0943	98,35
Июнь	2,618	81,12
Июль	3,1416	65,87
Август	3,6652	57,87
Сентябрь	4,1888	55
Октябрь	4,7124	67,8
Ноябрь	5,236	79,01
Декабрь	5,7596	98,2

Для построения модели сезонных колебаний дохода торгового предприятия:

$$y_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t,$$

Необходимо вычислить коэффициенты по формулам:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}, \quad a_1 = \frac{2}{n} \sum y \cos t, \quad b_1 = \frac{2}{n} \sum y \sin t.$$

Расчеты удобно проводить в табл. 5.3:

Таблица 5.3

Месяцы	t	y	cost	sint	y*cost	y*sint
Январь	0,00	111,01	1,0000	0,0000	111,01	0,00
Февраль	0,52	120,20	0,8678	0,4969	104,31	59,72
Март	1,05	125,21	0,5002	0,8659	62,63	108,42
Апрель	1,57	113,45	0,0008	1,0000	0,09	113,45
Май	2,09	98,35	-0,4997	0,8662	-49,14	85,19
Июнь	2,62	81,12	-0,8670	0,4983	-70,33	40,42
Июль	3,14	65,87	-1,0000	0,0016	-65,87	0,10
Август	3,67	57,87	-0,8636	-0,5042	-49,98	-29,18

Сентябрь	4,19	55,00	-0,4990	-0,8666	-27,44	-47,66
Октябрь	4,71	67,80	-0,0004	-1,0000	-0,03	-67,80
Ноябрь	5,24	79,01	0,5035	-0,8640	39,78	-68,27
Декабрь	5,76	98,20	0,8662	-0,4996	85,06	-49,06
Сумма	-	1073,09	-	-	140,09	145,34

Получаем значения коэффициентов:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{1079,09}{12} = 89,42.$$

$$a_1 = \frac{2}{n} \sum y * cost = \frac{2}{12} * 140,09 = 23,35.$$

$$b_1 = \frac{2}{n} \sum y * sint = \frac{2}{12} * 145,34 = 24,22.$$

Модель сезонных колебаний дохода торгового предприятия:

$$y_t = 89,42 + 23,35 \cos t + 24,22 \sin t,$$

Далее необходимо рассчитать модель сезонных колебаний, последовательно подставляя в нее значения  $\cos t$  и  $\sin t$  (табл. 5.4).

Таблица 5.4

Месяцы	$t$	$y$	$\cos t$	$\sin t$	$y * \cos t$	$y * \sin t$	$y_t$
Январь	0,00	111,01	1,0000	0,0000	111,01	0,00	112,77
Февраль	0,52	120,20	0,8678	0,4969	104,31	59,72	121,72
Март	1,05	125,21	0,5002	0,8659	62,63	108,42	122,08
Апрель	1,57	113,45	0,0008	1,0000	0,09	113,45	113,67
Май	2,09	98,35	-0,4997	0,8662	-49,14	85,19	98,74
Июнь	2,62	81,12	-0,8670	0,4983	-70,33	40,42	81,25
Июль	3,14	65,87	-1,0000	0,0016	-65,87	0,10	66,11
Август	3,67	57,87	-0,8636	-0,5042	-49,98	-29,18	57,05
Сентябрь	4,19	55,00	-0,4990	-0,8666	-27,44	-47,66	56,78
Октябрь	4,71	67,80	-0,0004	-1,0000	-0,03	-67,80	65,19
Ноябрь	5,24	79,01	0,5035	-0,8640	39,78	-68,27	80,25
Декабрь	5,76	98,20	0,8662	-0,4996	85,06	-49,06	97,55

Сумма	-	1073,09	-	-	140,09	145,34	1073,16
-------	---	---------	---	---	--------	--------	---------

По фактическим и теоретическим значениям строим график ряда Фурье (рис. 5.1).

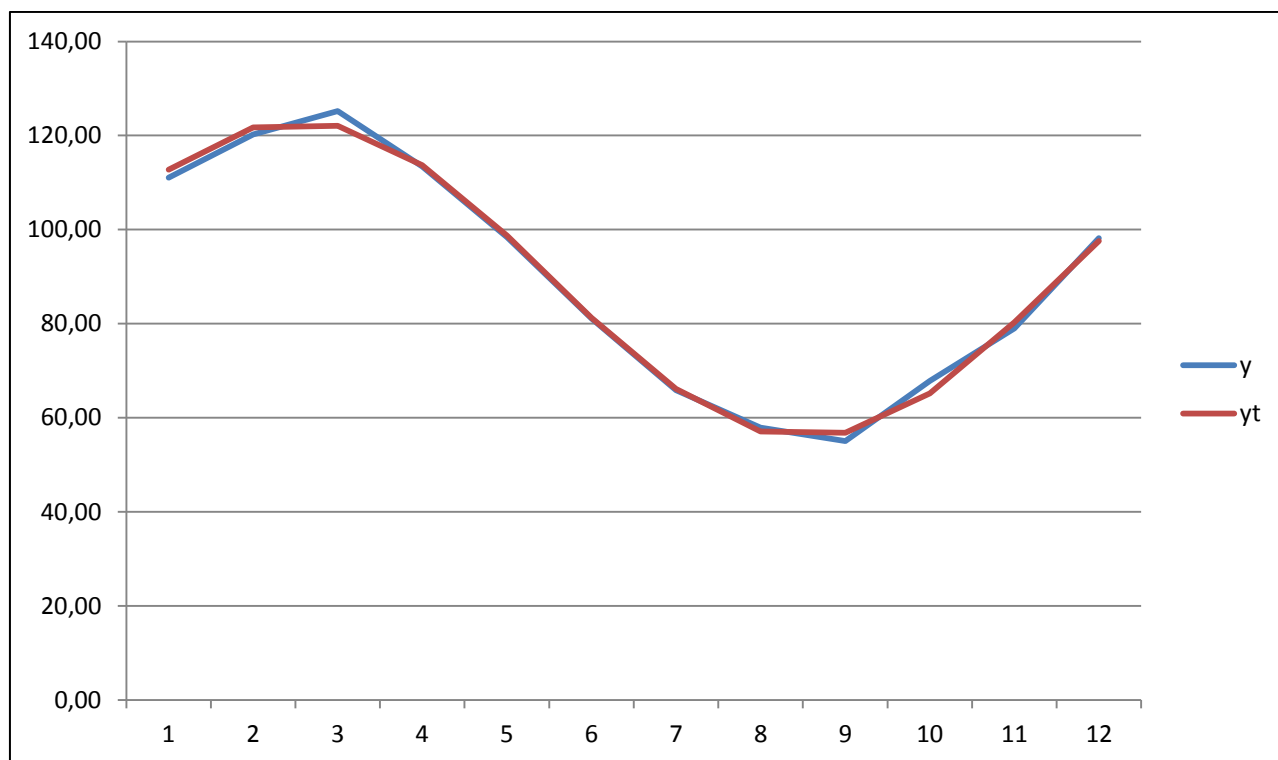


Рис. 5.1. График ряда Фурье по фактическим данным

## Тема 7. Модели с распределенным лагом

Термин «динамический» характеризует каждый момент времени  $t$  в отдельности, а не весь период, для которого строится модель.

**Модель** является динамической, если в данный момент времени  $t$  она учитывает значение входящих в нее переменных, относящихся как к текущему, так и к предыдущим моментам времени, то есть если эта модель отражает динамику исследуемых переменных в каждый момент времени. Например, на размер выручки от реализации или прибыль предприятия в текущем периоде могут оказывать влияние расходы на рекламу или проведение маркетинговых исследований, сделанные предприятием в предшествующие моменты времени.

**ЛАГ** – величина  $\ell$ , характеризующая запаздывание в воздействии фактора на результат.

**Временной лаг** - это показатель, отражающий отставание или опережение во времени одного явления по сравнению с другим (например, время от момента вложения средств до получения отдачи).

**Модели с распределенным лагом** – модели, содержащие не только текущие, но и лаговые значения факторных (объясняющих, экзогенных) переменных.

Предположим, что максимальная величина лага конечна, тогда модель примет вид:

$$y_t = a + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + \dots + b_l x_{t-l} + e_t$$

Модель говорит о том, что если в некоторый момент времени  $t$  происходит изменение независимой переменной  $x$ , то это изменение будет влиять на значение переменной  $y$  в течение  $l$  следующих моментов времени.

**Коэффициент регрессии  $b_0$**  при переменной  $x_t$  характеризует среднее абсолютное изменение  $y_t$  при изменении  $x_t$  на 1 единицу своего измерения в некоторый фиксированный момент времени  $t$ , без учета воздействия лаговых значений фактора  $x$ . Этот коэффициент называют **краткосрочным мультипликатором**.

В момент  $(t + 1)$  совокупное воздействие факторной переменной  $x_t$  на результат  $y_t$  составит  $(b_0 + b_1)$  усл.ед.; в момент  $(t + 2)$  это воздействие можно охарактеризовать суммой  $(b_0 + b_1 + b_2)$  и т.д. Полученные таким образом суммы называют **промежуточными мультипликаторами**.

С учетом конечной величины лага (для максимального лага) можно сказать, что изменение переменной  $x_t$  в момент времени  $t$  на 1 условную единицу приведет к общему изменению результата через  $l$  моментов времени на  $(b_0 + b_1 + \dots + b_l)$  абсолютных единиц.

Если ввести обозначение:  $b_0 + b_1 + \dots + b_l = b$ , то величина  $b$  – **долгосрочный мультипликатор**. Он показывает абсолютное изменение в долгосрочном периоде  $(t + l)$  результата  $y$  под влиянием изменения на 1 единицу фактора  $x$ .

**Вклад отдельного лага** или *относительные коэффициенты* модели с распределенным лагом определяется по формуле:

$$w_j = \frac{b_j}{b},$$

где  $b_j$  – коэффициенты при переменных;  
 $b$  – долгосрочный мультипликатор.

При этом всегда выполняется свойство:  $\sum_{j=0}^l w_j = 1$ .

Кроме того,  $w_j$  являются весами соответствующих коэффициентов  $b_j$ . Каждый из них измеряет долю общего изменения результивного признака в момент времени  $(t + j)$ .

Зная величины  $w_j$ , с помощью стандартных формул можно определить еще одну важную характеристику модели с распределенным лагом – величину среднего лага.

**Средний лаг модели** представляет собой средний период, в течение которого будет происходить изменение результата под воздействием фактора в момент времени  $t$ :

$$\bar{l} = \sum_{j=0}^l j \cdot w_j$$

То есть он позволяет измерить скорость реакции  $y$  на изменение  $x$ .

Малые значения среднего лага соответствуют относительно быстрой реакции результата  $y$  на изменение фактора  $x$ . Высокие значения говорят о том, что воздействие фактора  $x$  на результат  $y$  замедленно, т.е. будет сказываться в течение длительного периода времени.

### ***Образец решения задачи контрольной работы:***

Для модели  $Y_t = 15 + 2x_t + 4x_{t-1} + 5x_{t-2}$  определите краткосрочный, промежуточный и долгосрочный мультипликаторы, вклад каждого лага, средний лаг модели.

*Решение.*

Краткосрочный мультипликатор – это коэффициент при  $x_t$ , он равен 2. Следовательно, увеличение факторного показателя на одну единицу своего измерения приведет к среднему росту результивного показателя на 2 единицы своего измерения в том же периоде.

В модели один промежуточный мультипликатор, его можно найти как  $2 + 4 = 6$ . Следовательно, увеличение факторного показателя на одну единицу своего измерения приведет к среднему росту результивного показателя на 6 единиц своего измерения в момент времени  $t+1$ .

Долгосрочный мультипликатор равен  $2 + 4 + 5 = 11$ . В долгосрочной перспективе увеличение факторного показателя на одну единицу своего измерения приведет к среднему росту результивного показателя на 11 единиц своего измерения.

Вклад каждого лага в модель равен:

$$W_1 = 2/11 = 0,18;$$

$$W_2 = 4/11 = 0,36;$$

$$W_3 = 5/11 = 0,45.$$

Следовательно, 18% общего увеличения результативного показателя происходит в текущем моменте времени; 36% - в момент времени  $(t+1)$ ; 45% - в момент времени  $(t+2)$ .

Проверим свойство  $\sum_{j=0}^l w_j = 1$

$$W_1 + W_2 + W_3 = 0,18 + 0,36 + 0,45 \approx 1.$$

Средний лаг модели равен:

$$\bar{l} = \sum_{j=0}^l j \cdot w_j = 0 * 0,18 + 1 * 0,36 + 2 * 0,45 = 1,26.$$

Большая величина лага (более 1 мес.) подтверждает, что большая часть эффекта роста результативного признака проявляется в течение длительного периода времени.

## Тема 8. Цепи Маркова

Граф— это диаграмма состояний, узлы (обозначенные кружочками) которого представляют состояния, а направленные стрелочки, помеченные именами соответствующих событий, — переходы. Часто на графе состояний против каждой стрелки проставляют соответствующие вероятности перехода. Диаграмма состояний позволяет получить последовательность состояний по заданной последовательности событий.

Начальным распределением вероятностей марковской цепи называется распределение вероятностей состояний в начале процесса:

$$P_1(0), P_2(0), \dots, P_i(0), \dots, P_n(0).$$

Предположим, что они равны 1.

Полным описанием однородной марковской цепи служит матрица переходных вероятностей:

$$\|P_{ij}\| = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{bmatrix},$$



где  $P_{ij}$  – вероятность перехода за один шаг из состояния  $A_i$  в состояние  $A_j$ ,  $P_{ii}$  – вероятность задержки системы в состоянии  $A_i$ .

Вероятности состояния системы  $P_i(k)$  ( $i=\overline{1,n}$ ;  $j=\overline{1,n}$ ) будут определяться по рекуррентной формуле:

$$P_i(k) = \sum_{j=1}^n P_j(k-1) \cdot P_{ji} \quad (i=\overline{1,n}; j=\overline{1,n})$$

Для примера распишем эту формулу, предположив, что у нас три состояния  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ . Определим вероятности состояния  $P_i(k)$  после первого шага (после первого года):

$$\begin{aligned} P_1(1) &= P_1(0) \cdot P_{11} + P_2(0) \cdot P_{21} + P_3(0) \cdot P_{31}; \\ P_2(1) &= P_1(0) \cdot P_{12} + P_2(0) \cdot P_{22} + P_3(0) \cdot P_{32}; \\ P_3(1) &= P_1(0) \cdot P_{13} + P_2(0) \cdot P_{23} + P_3(0) \cdot P_{33}. \end{aligned}$$

И определим вероятности состояний после второго шага (после второго года):

$$\begin{aligned} P_1(2) &= P_1(1) \cdot P_{11} + P_2(1) \cdot P_{21} + P_3(1) \cdot P_{31}; \\ P_2(2) &= P_1(1) \cdot P_{12} + P_2(1) \cdot P_{22} + P_3(1) \cdot P_{32}; \\ P_3(2) &= P_1(1) \cdot P_{13} + P_2(1) \cdot P_{23} + P_3(1) \cdot P_{33}. \end{aligned}$$

И т.д. до  $n$ -го шага.

### ***Образец решения задачи контрольной работы:***

В торгово-розничную сеть поступило 3 вида взаимозаменяемой продукции разных производителей  $A1$ ,  $A2$ ,  $A3$ . Предположим, что покупатели приобретают только один из них. Пусть в среднем они стремятся поменять его не более одного раза в год, и вероятности таких изменений постоянны. Результаты маркетинговых исследований покупательского спроса на продукцию дали следующее процентное соотношение:

$X1$  % покупателей продукции  $A1$  переходят на  $A2$ ,  
 $X2$  % покупателей продукции  $A2$  переходят на  $A3$ ,  
 $X3$  % покупателей продукции  $A3$  переходят на  $A1$ , (где  $X1 = 70,7$ ,  $X2 = 2,6$ ,  $X3 = 53$ ).

Требуется:

1. Построить граф состояний.

2. Составить матрицу переходных вероятностей для средних годовых изменений.
3. Предположить, что общее число покупателей постоянно, и определить, какая доля из их числа будет покупать продукцию  $A1$ ,  $A2$  и  $A3$  через 2 года.
4. Определить какая продукция будет пользоваться наибольшим спросом.

### Решение

Построим граф состояний (рис. 8.1). Для этого значения  $X1$ ,  $X2$ ,  $X3$  необходимо перевести в доли. Стрелками обозначим переходы из одного состояния в другое.

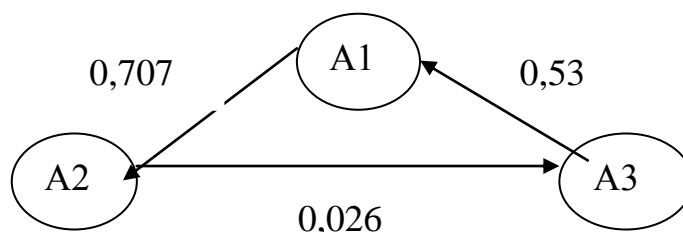


Рис. 8.1. Граф состояний системы  $A$  с заданными вероятностями перехода

Составим матрицу переходных вероятностей:

$$\|P_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1-0,707 & 0,707 & 0 \\ 0 & 1-0,026 & 0,026 \\ 0,53 & 0 & 1-0,53 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,293 & 0,707 & 0 \\ 0 & 0,974 & 0,026 \\ 0,53 & 0 & 0,47 \end{vmatrix}.$$

Зададим вектор начальных вероятностей:

$$P(0) = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix},$$

т.е.  $P_1(0)=1$ ,  $P_2(0)=1$  и  $P_3(0)=1$ .

Определим вероятности состояния  $P_i(k)$  после первого шага (после первого года):

$$P_1(1) = P_1(0) \cdot P_{11} + P_2(0) \cdot P_{21} + P_3(0) \cdot P_{31} = 1 \cdot 0,293 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0,53 = 0,823;$$

$$P_2(1) = P_1(0) \cdot P_{12} + P_2(0) \cdot P_{22} + P_3(0) \cdot P_{32} = 1 \cdot 0,707 + 1 \cdot 0,974 + 1 \cdot 0 = 1,681;$$

$$P_3(1) = P_1(0) \cdot P_{13} + P_2(0) \cdot P_{23} + P_3(0) \cdot P_{33} = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0,026 + 1 \cdot 0,47 = 0,496.$$

Определим вероятности состояний после второго шага (после второго года):

$$P_1(2) = P_1(1) \cdot P_{11} + P_2(1) \cdot P_{21} + P_3(1) \cdot P_{31} = 0,823 \cdot 0,293 + 1,681 \cdot 0 + 0,496 \cdot 0,53 = 0,241 + 0 + 0,263 = 0,504;$$

$$P_2(2) = P_1(1) \cdot P_{12} + P_2(1) \cdot P_{22} + P_3(1) \cdot P_{32} = 0,823 \cdot 0,707 + 1,681 \cdot 0,974 + 0,496 \cdot 0 = 0,582 + 1,637 + 0 = 2,219;$$

$$P_3(2) = P_1(1) \cdot P_{13} + P_2(1) \cdot P_{23} + P_3(1) \cdot P_{33} = 0,823 \cdot 0 + 1,681 \cdot 0,026 + 0,496 \cdot 0,47 = 0 + 0,044 + 0,233 = 0,277.$$

Можно сделать вывод, что через 2 года только 50% покупателей будут покупать продукцию *A1*, около 28% покупателей – *A3*, и число покупателей продукции *A2* увеличится в 2,2 раза.

**Следовательно, продукция *A2* будет пользоваться наибольшим спросом.**

## Тема 9. Система эконометрических уравнений

Одна из простейших систем одновременных уравнений используется при моделировании спроса и предложения в рыночной экономике. В этом случае в предположении, что спрос  $Q^D$  и предложение  $Q^S$  являются линейными функциями, от цены  $P$ , получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} Q^D \in \alpha_0 + \alpha_1 P + \Delta_1, & \text{(функция спроса)} \\ Q^S \in \beta_0 + \beta_1 P + \Delta_2, & \text{(функция предложения)} \\ Q^D \in Q^S & \text{(условие равновесия)} \end{cases}$$

При рассмотрении систем эконометрических уравнений переменные делятся на два больших класса – эндогенные и экзогенные переменные.

*Эндогенные переменные* – это переменные, значения которых определяются внутри модели и обозначаются обычно как « $Y$ ». *Экзогенные переменные* – это внешние по отношению к модели переменные, их значения определяются вне модели и поэтому они считаются фиксированными, обозначаются обычно как « $X$ ».

Система уравнений в эконометрических исследованиях может быть представлена по-разному.

1. Система независимых уравнений, когда каждая зависимая переменная «Y» рассматривается как функция одного и того же набора факторов «X»:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 = a_{10} + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \Delta_1, \\ y_2 = a_{20} + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \Delta_2, \\ \dots \\ y_n = a_{n0} + a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \Delta_n. \end{array} \right.$$

Каждое уравнение системы может рассматриваться самостоятельно. Для нахождения его параметров используется метод наименьших квадратов.

2. Система рекурсивных уравнений, когда зависимая переменная «Y» включается в каждое последующее уравнение в качестве факторов:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \Delta_1, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \Delta_2, \\ y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \dots + a_{3m}x_m + \Delta_3, \\ \dots \\ y_n = b_{n1}y_1 + b_{n2}y_2 + \dots + b_{nn-1}y_{n-1} + a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \Delta_n. \end{array} \right.$$

В таких моделях параметры уравнения оцениваются поэтапно ( $y_1 \rightarrow y_2 \rightarrow y_3 \rightarrow \dots \rightarrow y_n$ ). Применение МНК для таких моделей позволяет получить несмещенные и состоятельные оценки.

3. Система взаимозависимых, совместных, одновременных уравнений (или структурная форма модели), в ней одни и те же зависимые переменные в одних уравнениях входят в левую часть, а в других уравнениях в правую часть системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + \dots + b_{1n}y_n + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \Delta_1, \\ y_2 = b_{21}y_1 + b_{23}y_3 + \dots + b_{2n}y_n + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \Delta_2, \\ \dots \\ y_n = b_{n1}y_1 + b_{n2}y_2 + \dots + b_{nn-1}y_{n-1} + a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \Delta_n. \end{array} \right.$$

В отличие от предыдущих систем каждое уравнение системы одновременных уравнений не может рассматриваться самостоятельно, и для нахождения его параметров традиционный МНК не применим. С этой целью необходимо использовать специальные методы оценивания.

Как один из необходимых этапов определения структурных коэффициентов модели, структурная форма модели преобразуется в приведенную форму модели, которая представляет собой систему линейных функций эндогенных переменных от экзогенных:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 = \lambda_{11}x_1 + \lambda_{12}x_2 + \dots + \lambda_{1m}x_m \\ \dots \\ y_n = \lambda_{n1}x_1 + \lambda_{n2}x_2 + \dots + \lambda_{nm}x_m \end{array} \right.$$

$$y_2 = \lambda_{21}x_1 + \lambda_{22}x_2 + \dots + \lambda_{2m}x_m,$$

.....

$$y_n = \lambda_{n1}x_1 + \lambda_{n2}x_2 + \dots + \lambda_{nm}x_m.$$

По своему виду приведенная форма модели ничем не отличается от системы независимых уравнений, параметры которой оцениваются традиционным МНК. Применяя МНК, можно оценить  $\lambda$ , а затем оценить значение эндогенных переменных через экзогенные. При переходе от приведенной формы модели к структурной сталкиваются с проблемой идентификации.

С позиции идентифицируемости структурные модели можно подразделить на три вида: идентифицируемая, сверхидентифицируемая, неидентифицируемая.

Проверка структурной модели на идентифицируемость позволяет установить степень возможности оценивания коэффициентов структурных уравнений по коэффициентам приведенных уравнений.

**Необходимое условие** идентифицируемости уравнения системы: уравнение модели идентифицируемо, если количество  $n$  эндогенных переменных этого уравнения на единицу больше количества  $p$  predetermined переменных системы, не входящих в данное уравнение, т.е.:

$n < p + 1$ , то уравнение сверхидентифицируемо;

$n > p + 1$ , то уравнение неидентифицируемо;

$n = p + 1$ , то уравнение идентифицируемо.

Идентификация не применяется для тождеств модели.

**Достаточное условие** идентифицируемости уравнения системы:

Если определитель  $\Delta^*$  матрицы коэффициентов  $M^*$  при переменных системы, не входящих в данное уравнение, не равен нулю и количество эндогенных переменных системы без единицы равно рангу этой матрицы, то уравнение модели идентифицируемо ( $\Delta^* \neq 0, \text{rang } M^* = n - 1$ ).

Наибольшее распространение получили следующие методы оценивания коэффициентов структурной модели: косвенный метод наименьших квадратов; двухшаговый метод наименьших квадратов; трехшаговый метод наименьших квадратов; метод максимального правдоподобия с полной информацией; метод максимального правдоподобия при ограниченной информации.

**Образец решения задачи контрольной работы:**

Проверим, идентифицированы ли уравнения модели «спрос-предложение» с помощью необходимого условия.

$$\begin{cases} Q_i^D = \alpha_0 + \alpha_1 P_i + \Delta_{1i}, \\ Q_i^S = \beta_0 + \beta_1 P_i + \Delta_{2i}. \end{cases}$$

### *Решение*

$Q_i^D$ ,  $Q_i^S$ ,  $P_i$  – эндогенные переменные, соответственно величины спроса, предложения и цены. Для каждого из уравнений  $n = 2$ ,  $P=0$ . Следовательно,  $P+1 < n$ , это означает, что оба они неидентифицируемы. В этом случае изменяют модель так, чтобы она, с одной стороны, содержала основные эндогенные и экзогенные переменные, которые определяют спрос и предложение, а с другой – была эконометрически разрешима.

## **5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ И КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

### *Задание 1. Теоретические основы эконометрики*

1.1. Определите, какие из перечисленных показателей относятся к временным данным, а какие к пространственным:

- 1) урожайность ячменя в хозяйствах области;
- 2) изменение курса акций;
- 3) динамика потребительских цен;
- 4) валовой сбор зерновых в 2003 году в хозяйствах области;
- 5) объем производства предприятий области;
- 6) товарооборот магазинов торговой сети;
- 7) изменение курса евро за неделю;
- 8) товарооборот магазина за 5 лет;
- 9) показатель рождаемости регионов России;
- 10) изменение рождаемости за первое полугодие в Новосибирской области.

1.2. Определите, какие из перечисленных показателей относятся к качественным, а какие к количественным:

- 1) урожайность;
- 2) численность работников;
- 3) площадь помещения;

- 4) тип строения здания;
- 5) товарооборот;
- 6) марка автомобиля;
- 7) прибыль;
- 8) образование;
- 9) ассортимент выпускаемой продукции;
- 10) форма собственности предприятия.

1.3. Определите в приведенных ниже парах показателей результирующую и объясняющую переменные:

- 1) товарооборот и прибыль магазина;
- 2) торговая площадь и товарооборот магазина;
- 3) стаж работника и среднемесячная заработная плата;
- 4) стоимость основных фондов и объем произведенной продукции;
- 5) валовой сбор овощей и количество внесенных минеральных удобрений;
- 6) стоимость квартиры и количество комнат.

## ***Задание 2. Корреляция и регрессия***

1.1 Определите форму и направление связи между результирующим и факторным признаком, используя графический метод и метод сопоставления параллельных рядов. Номер таблицы для выполнения задания определяется в следующей таблице:

Значение $\alpha$	Номер таблицы
102 - 122	№ 1
124 - 144	№ 2
146 - 166	№ 3
168 - 184	№ 4
186 - 206	№ 5
208 - 228	№ 6
230 - 250	№ 7
252 - 268	№ 8
270 - 278	№ 9

Таблица 1

№ п\п	Стоимость основных фондов, млн. руб. <i>X</i>	Продукция сельского хозяйства, млн. руб. <i>У</i>
1	559,9	323,7
2	1095,4	614,9
3	1529	953,8
4	2435,9	1253,1
5	1278,5	655,1
6	1020,6	457,6
7	3082,1	1873,5
8	2034,4	1247,5

Таблица 2

Месяцы	Объем розничного товарооборота за 1996 г., млрд. руб.	Объем промышленного производства за 1996 г., млрд. руб.
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
январь	912	1023
февраль	895	1118
март	997	1181
апрель	914	1309
май	1074	1072



Продолжение таблицы 2

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
июнь	984	1139
июль	1028	1116
август	1180	983,3
сентябрь	952	1027
октябрь	958	1244
ноябрь	845	1140
декабрь	1233	1452

Таблица 3

Предприятие, № п/п	Фондоотдача, р.	Коэффициент износа, %
1	3,2	17
2	3,7	10
3	0,5	80
4	1,2	67
5	1,9	38
6	3,6	24
7	0,9	78
8	1,3	68
9	1,6	56
10	1,5	52

Таблица 4

Магазин, № п/п	Выпуск продукции, млн р.	Выработка продукции на одного работника, тыс. шт.
1	131	26
2	31	15
3	164	41
4	162	27
5	67	13
6	65	21
7	102	20
8	114	28
9	73	14
10	87	22

Таблица 5

Месяцы	Объем розничного товарооборота за 1999 г., млрд. руб. У	Объем промышленного производства за 1999г., млрд. руб. Х
январь	2639,7	1945,4
февраль	2607,3	1861,7
март	2800,9	2063,6
апрель	2970,8	2141,7
май	3140,6	2176,8
июнь	3361,6	2291,6
июль	3319,8	2422,7
август	3535,1	2599,5
сентябрь	3611,5	2789,9
октябрь	3736,0	2845,0
ноябрь	3624,5	2804,3
декабрь	4258,9	3492,3

Таблица 6

Номер хозяйства	Урожайность, ц/га, у	Внесено удобрений, кг/га, х
1	15	2,1
2	18	3,6
3	17	3,5
4	22	5
5	25	6,5
6	20	4,2
7	24	6,3
8	19	4
9	23	6
10	27	7,5

Таблица 7

№ района	Среднесложившиеся цены на зерно, реализованное по всем каналам, руб./ц. X	Индекс физического объема инвестиций, в % к предыдущему году Y
1	320,7	141,9
2	282,1	64,1
3	318,5	89,3
4	268,5	49,6
5	282,8	116,3
6	295,6	110
7	339,9	66,9
8	262,8	138,6
9	276,6	159,5
10	321,5	131
11	290	129
12	313,3	87,5
13	259,4	84,3
14	282,6	116,1

Таблица 8

№ района	Соотношение производственной себестоимости 1 ц. зерна к средней по краю, % X	Прибыль (убыток) сельхозпредприятий, млн. руб. Y
1	116,38	-12,6
2	181,36	-9,9
3	108,19	-14,8
4	117,23	85,7
5	92,09	95,6
6	107,06	14,6
7	125,99	15,5
8	100	32,2
9	100,85	13,5
10	148,31	66,4
11	94,35	8,8
12	94,92	32,2

Таблица 9

№ района	Объем с/х продукции, млн. руб. Y	Среднегодовая стои- мость основных фондов, млн. руб. X
1	280	776,1
2	64,1	1216,8
3	89,3	580,4
4	127,2	10761,8
5	66,9	2052,6
6	270	944,4
7	138,6	894
8	159,5	886,7
9	165,4	9624,9
10	131	3589,9

Таблица 10

Предприятия № п/п	Средняя численность работников, чел. X	Выручка, млн. руб. Y
1	86	29,9
2	68	25
3	38	24,2
4	51	22,7
5	35	22,7
6	60	20,5
7	21	20,3
8	20	18
9	27	17,8
10	30	17,7

1.2. Определите направление и тесноту связи между результирующей переменной  $Y$  и объясняющей переменной  $X$  с помощью линейного коэффициента корреляции, если известны следующие данные:  $\hat{y} = 5,23 + (6,5 + (100/\alpha))x$  и  $\sigma_x = 650 - \alpha$ ,  $\sigma_y = (550 - \alpha) \cdot 10$ .

1.3. Определите виды регрессий:

$$1. \hat{y} = 47,5 - 1,04x_1 + 5x_2 - 2,9x_3 + e,$$

$$2. \hat{y} = 1 / (11 + 10,45x_1 - 38,44x_2 + 3,33x_3 - 1,37x_4 + e),$$

$$3. \hat{y} = e^{45,54 + 100x + e},$$

$$4. \hat{y} = -2^{x^1} 3^{x^2} 4^{x^3} e,$$

$$5. \hat{y} = 12,05 - 3x + e.$$

Покажите, где здесь результирующая и объясняющие переменные. Что обозначает «e» в уравнениях регрессии?

### **Задание 3. Информационные технологии эконометрических исследований**

Опишите историю и цель создания, а также основные функции и характеристики специализированных эконометрических пакетов.

Значение $\alpha$	Наименование пакета
102 - 122	ЭВРИСТА
124 - 130	МИЗОЗАВР
132 - 144	Gauss
146 - 154	STADIA
156 - 166	PcGive
168 - 176	Mathcad
178 - 184	Minitab
186 - 206	EViews
208 - 218	ОЛИМП: Стат-Эксперт
220 - 228	STATGRAPHICS
230 - 240	STATISTICA
242 - 250	S-plus
252 - 268	Stata
270 - 278	SPSS
280 - 300	ForecastExpert

### **Задание 4. Парная регрессионная модель**

4.1. Назовите этапы эконометрического исследования.

4.2. По Российской Федерации за 2011 год известны значения двух признаков, представленных в таблице:

Месяцы	Расходы на покупку продовольственных товаров в общих расходах, % $Y$	Средний денежный доход на душу населения, руб. $X$
Январь	69	1964,7
Февраль	65,6	2292,0
Март	60,7	2545,8
Апрель	...	...
Май	...	...
Июнь	...	...
Июль	...	...
Август	...	...
Сентябрь	...	...
Октябрь	53,3	3042,8
Ноябрь	50,9	3107,2
Декабрь	47,5	4024,7

Для оценки зависимости  $Y$  от  $X$  построена парная линейная регрессионная модель с помощью метода наименьших квадратов  $\hat{y} = a + bx + e$ , где  $a = \frac{\alpha}{4}$ ,  $b = -\frac{1}{\alpha}$ . Парный коэффициент корреляции  $r_{xy} = \frac{1}{-\alpha} * 78$ . Средняя ошибка аппроксимации  $A = \frac{\alpha}{46} + 4,6$ . Известно, что  $F_{\text{табл}} = 4,96$ , а  $F_{\text{факт}} = \frac{\alpha}{2} + 5$ . Определите коэффициент детерминации. Оцените линейную модель через среднюю ошибку аппроксимации и F-критерий Фишера.

### ***Задание 5. Множественная регрессионная модель***

По имеющимся данным, представленным в таблице 11, получена матрица парных коэффициентов корреляции (таблица 12).

Таблица 11

Наиме	Кол-во	Общая	Жилая	Площадь	Этаж,	Дом,	Срок	Стои-
-------	--------	-------	-------	---------	-------	------	------	-------

новое района, а/б	комнат	площадь	площадь	кухни	сред- ние/край- ние	кирп/п ан	сдачи, ч/з_ мес.	мосьть кварти- ры, тыс. \$
$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$Y$
1	1	39,8	19	7	1	2	7	20,5
1	1	53,2	19,4	9	2	1	3	23,6
2	1	46	18	9	2	2	1	14,2
...	...	...	...	...	...	...	...	...
1	5	370	180	35	2	2	2	190
2	5	231,2	149	30	2	2	2	139,2
2	6	251,5	167	32,5	2	1	5	157,2

Таблица 12

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$Y$
$X_1$	1								
$X_2$	0,101	1							
$X_3$	-0,166	$0,82 + (1/\alpha)$	1						
$X_4$	-0,091	$100/\alpha$	0,964	1					
$X_5$	-0,320	0,649	$90/\alpha$	$0,83 + (1/\alpha)$	1				
$X_6$	-0,035	0,162	0,170	0,167	0,067	1			
$X_7$	0,094	-0,143	-0,07	-0,108	-0,15	0,075	1		
$X_8$	-0,224	-0,287	-0,175	-0,211	-0,08	-0,21	-0,032	1	
$Y$	-0,305	0,690	0,899	0,885	0,855	0,260	0,023	-0,184	1

*Задание:*

1. Запишите уравнение многофакторной регрессии и определите для нее минимальный объем выборки. Дайте экономическую интерпретацию полученной модели. Если известно, что  $a = \frac{-\alpha}{11,5}$ ,  $b_1 = \frac{-\alpha}{8} - 10$ ,  $b_2 = \frac{1}{\alpha} + 1,24$ ,  $b_3 = \frac{1}{\alpha} + 0,19$ ,  $b_4 = \frac{1}{\alpha} + 0,79$ ,  $b_5 = 0,1 - \frac{1}{\alpha}$ ,  $b_6 = \frac{\alpha}{5} - 16$ ,  $b_7 = 0,12 * \alpha$ ,  $b_8 = \frac{1}{\alpha} - 0,4$ .
2. Укажите, какие фиктивные переменные использованы в модели.
3. Проверьте факторы на мультиколлинеарность и устраните её.
4. Запишите новое уравнение многофакторной регрессии, после устранения мультиколлинеарности.

**Задание 6. Модели ременных рядов**

6.1. Приведите примеры факторов, формирующих трендовую, сезонную и случайную компоненту.

6.2. Постройте модель сезонных колебаний дохода торгового предприятия, используя первую гармонику ряда Фурьепо данным, приведенным в таблице 13. Изобразите графически.

Таблица 13

Месяц	Доход, тыс. руб.
Январь	$33+90*(1/\alpha)$
Февраль	$32,67+90*(1/\alpha)$
Март	$34,45+90*(1/\alpha)$
Апрель	$38,5+90*(1/\alpha)$
Май	$43,22+100*(1/\alpha)$
Июнь	$47,9+100*(1/\alpha)$
Июль	$50,67+112*(1/\alpha)$
Август	$52,77+112*(1/\alpha)$
Сентябрь	$49,68+100*(1/\alpha)$
Октябрь	$45+100*(1/\alpha)$
Ноябрь	$41+100*(1/\alpha)$
Декабрь	$36,08+90*(1/\alpha)$

Воспользуйтесь вспомогательной таблицей 14.

Таблица 14

t	cost	sint
0	1,00	0,00
0,523599	0,87	0,50
1,047198	0,50	0,87
1,570796	0,00	1,00
2,094395	-0,50	0,87
2,617994	-0,87	0,50
3,141593	-1,00	0,00
3,665191	-0,87	-0,50
4,18879	-0,50	-0,87
4,712389	0,00	-1,00
5,235988	0,50	-0,87
5,759587	0,87	-0,50

### *Задание 7. Моделис распределенным лагом*



Для модели  $Y_t = -\alpha + (\alpha - 50)x_t + \frac{\alpha}{4}x_{t-1} + (405 - \alpha)x_{t-2}$  определите краткосрочный, промежуточный и долгосрочный мультипликаторы, вклад каждого лага, средний лаг модели. Сделайте выводы.

### ***Задание 8. Цепи Маркова***

В торгово-розничную сеть поступило 3 вида взаимозаменяемой продукции разных производителей A1, A2, A3. Предположим, что покупатели приобретают только один из них. Пусть в среднем они стремятся поменять его не более одного раза в год, и вероятности таких изменений постоянны.

Результаты маркетинговых исследований покупательского спроса на продукцию дали следующее процентное соотношение:

*Тип задания А (при значении  $\alpha$  102 – 200):*

X1 % покупателей продукции A1 переходят на A2,

X2 % покупателей продукции A2 переходят на A3,

X3 % покупателей продукции A3 переходят на A1.

(где  $X1 = \frac{\alpha - 90}{3}$ ,  $X2 = \frac{315 - \alpha}{5}$ ,  $X3 = \frac{\alpha - 90}{4}$ ).

*Тип задания В (при значении  $\alpha$  202 – 300):*

X1 % покупателей продукции A1 переходят на A3,

X2 % покупателей продукции A2 переходят на A1,

X3 % покупателей продукции A3 переходят на A2.

(где  $X1 = \frac{\alpha - 90}{3}$ ,  $X2 = \frac{315 - \alpha}{5}$ ,  $X3 = \frac{\alpha - 90}{4}$ ).

Требуется:

1. Построить граф состояний.
2. Составить матрицу переходных вероятностей для средних годовых изменений.
3. Предположить, что общее число покупателей постоянно, и определить, какая доля из их числа будет покупать продукцию A1, A2, A3 через 2 года.
4. Определить какая продукция будет пользоваться наибольшим спросом.

### ***Задание 9. Система эконометрических уравнений.***

Проверить идентифицированы ли уравнения систем эконометрических уравнений с помощью необходимого условия идентификации.

При значении  $\alpha$  равных 102 – 200:

$$\begin{cases} y_{1t} = c_{10} + b_{13} * y_{3t} + a_{11} * x_{1t} + \varepsilon_1, \\ y_{2t} = c_{20} + b_{23} * y_{3t} + a_{23} * y_{3,t-1} + \varepsilon_2, \\ y_{1t} = y_{2t}. \end{cases}$$

где  $y_{1t}$  – спрос на товар в момент времени  $t$ ;

$y_{2t}$  – предложение товара в момент  $t$ ;

$y_{3t}$  – цена товара в момент  $t$ ;

$y_{3,t-1}$  – цена товара в момент  $(t - 1)$ ;

$x_{1t}$  – доход в момент  $t$ ;

$t$  – текущий период;

$(t - 1)$  – предыдущий период.

При значении  $\alpha$  равных 202 – 300:

$$\begin{cases} Q_i^D \in \alpha_0 + \alpha_1 P_i + \alpha_2 I_i + \Delta_{1i}, \\ Q_i^S \in \beta_0 + \beta_1 P_i + \beta_2 P_{i-1} + \Delta_{2i}. \end{cases}$$

где  $P_{i-1}$  – экзогенная переменная цены в предыдущий момент времени.

## 6. ЗАДАНИЯ ВНЕАУДИТОРНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Внеаудиторная работа студентов подразумевает систематическое изучение в межсессионный период предоставленного перечня тем. С целью выявления уровня подготовленности к итоговому контролю студентам рекомендуется самостоятельно ответить на следующие вопросы.

### *Тема 1. Теоретические основы эконометрики*

1. История возникновения эконометрики.
2. Эконометрика как наука. Понятие, цели, задачи эконометрики.
3. Методы и модели эконометрического анализа.
4. Классификация переменных.

### *Тема 2. Корреляция и регрессия*

1. Корреляция: понятие и свойства.
2. Регрессия: понятие и виды.
3. Классификация форм взаимосвязей. Методы выявления зависимостей.
4. Функциональная, статистическая и корреляционная связи.

### ***Тема 3. Информационные технологии эконометрических исследований***

1. Статистические пакеты прикладных программ эконометрического анализа.

### ***Тема 4. Парная регрессионная модель***

1. Парная регрессионная модель: спецификация и сущность.
5. Виды парной регрессии.
6. Интерпретация параметров парной регрессии.
7. Метод наименьших квадратов (МНК). Свойства оценок МНК.
8. Ошибка регрессии.
9. Доверительный интервал. Понятие и графическое построение.
10. Нелинейные модели регрессии и их линеаризация.
11. Коэффициент корреляции: понятие, оценка параметра, критерии оценки.
12. Коэффициент (индекс) детерминации: понятие, оценка параметра, критерии оценки.
13. Средняя ошибка аппроксимации.
14. F-критерий Фишера.

### ***Тема 5. Множественная регрессионная модель***

1. Спецификация множественной регрессионной модели.
2. Интерпретация параметров множественной регрессии.
3. Этапы построения многофакторной регрессионной модели.
4. Процедура отбора главных факторов.
5. Регрессионные модели с переменной структурой.
6. Множественная и частная корреляция.
7. Мультиколлинеарность и ее свойства. Отрицательное воздействие мультиколлинеарности.
8. Устранение мультиколлинеарности.
9. Гетероскедастичность и гомоскедастичность остатков.

## ***Тема 6. Модели временных рядов***

1. Понятие модели временного ряда, его спецификация.
2. Основные компоненты временного ряда.
3. Сглаживание динамического ряда.
4. Аддитивная и мультипликативная модели.
5. Доверительный интервал прогноза в моделях временного ряда.
6. Автокорреляция в остатках. Коэффициент автокорреляции.
7. Критерий Дарбина-Уотсона.

## ***Тема 7. Модели с распределенным лагом***

1. Модели с распределенным лагом: характеристика и виды.
2. Интерпретация параметров моделей с распределенным лагом.
3. Интерпретация параметров моделей авторегрессии с распределенным лагом.
4. Мультипликаторы: виды и особенности расчета.
5. Оценка вклада каждого лага. Средний лаг.

## ***Тема 8. Цепи Маркова***

1. Марковские процессы.
2. Цепи Маркова.

## ***Тема 9. Система эконометрических уравнений***

1. Структурная и приведенная формы модели.
2. Линейные одновременные уравнения.
3. Необходимое и достаточное условия идентифицируемости уравнения системы.
4. Косвенный, двухшаговый и трехшаговый методы наименьших квадратов.
5. Применение систем эконометрических уравнений.

## 6. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

### 6.1. Основная литература

1. Эконометрика : теория и практика : учеб. пособие / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, Е.П. Кокина. — М. : РИОР : ИНФРА-М, 2018. — 207 с. — (Высшее образование). — DOI: <https://doi.org/10.12737/1698-5>. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=907587>
2. Эконометрика: теоретические основы : учеб. пособие / Г.А. Соколов. — М. : ИНФРА-М, 2018. — 216 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа <http://www.znanium.com>]. — (Высшее образование: Бакалавриат). - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=944383>
3. Эконометрика : учебник / В.А. Колемаев. — М. : ИНФРА-М, 2017. — 160 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=768143>

### 6.2. Дополнительная литература

4. Практическая эконометрика в кейсах : учеб. пособие / В.П. Невежин, Ю.В. Невежин. — М. : ИД «ФОРУМ» : ИНФРА-М, 2018. — 317 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа: <http://www.znanium.com>]. — (Высшее образование: Бакалавриат). — [www.dx.doi.org/10.12737/20052](http://www.dx.doi.org/10.12737/20052). - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=767627>
5. Афанасьев, В. Н. Эконометрика: учебник / В. Н. Афанасьев, М. М. Юзбашев, Т. И. Гуляева. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 256 с.
6. Эконометрика / Уткин В.Б., - 2-е изд. - М.: Дашков и К, 2017. - 564 с.: ISBN 978-5-394-02145-9. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=415317>