

## Контрольная работа

### Определение реакций опор пространственной конструкции

Найти реакции опор пространственной конструкции. Кроме того, в вариантах 1, 2, 5, 7, 8, 9, 10, 15, 16, 20, 25, 26 определить силу  $\bar{S}$ , уравнивающую вал. Схемы конструкций представлены в табл. 12. Необходимые для расчёта данные приведены в табл. 11. В точке  $A$  в вариантах 3, 4, 6, 11, 12, 14, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 28 расположен шаровой шарнир, в остальных вариантах – подпятник. В точке  $B$  во всех вариантах – цилиндрический шарнир (радиальный подшипник). При решении задач учесть, что  $r = \frac{R}{4}$ .

Таблица 11

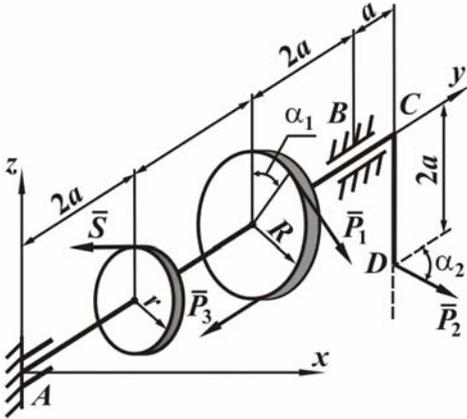
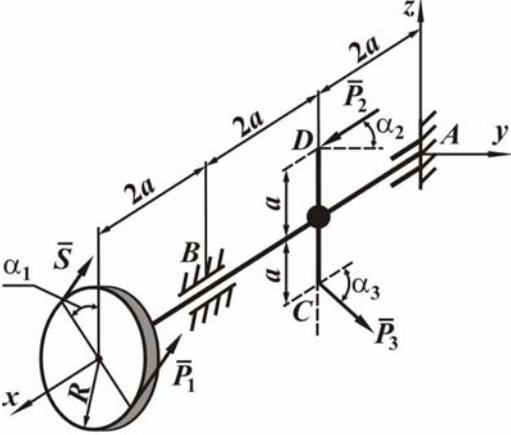
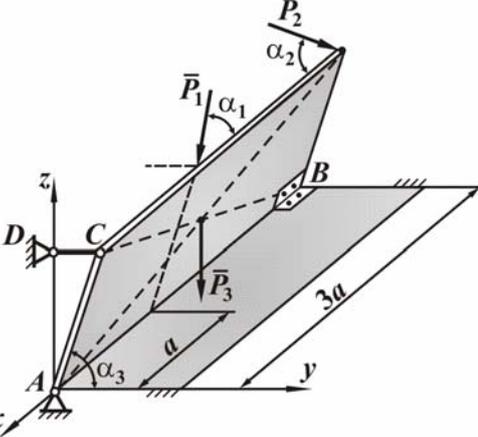
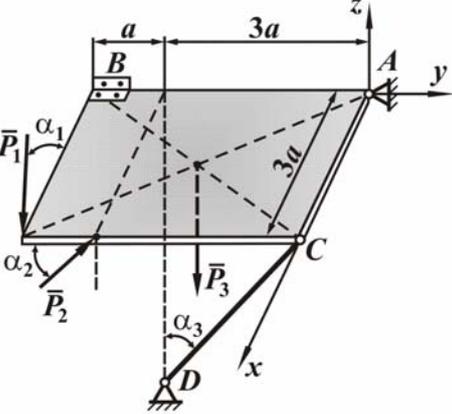
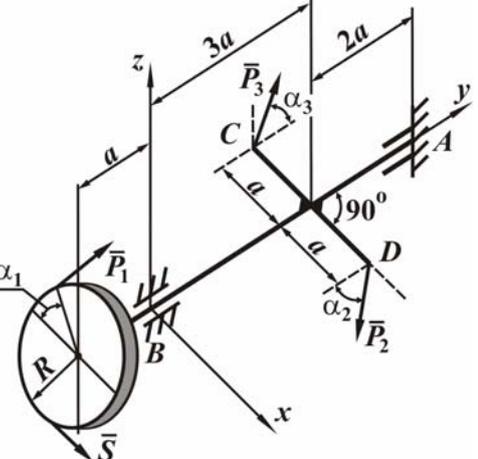
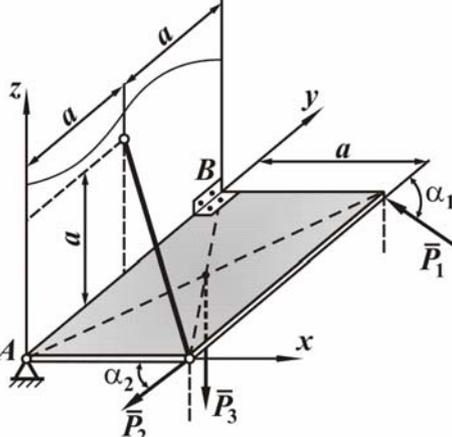
Данные для задания

вариант	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$a$	$R$
	кН	кН	кН	градус	градус	градус	м	м
1	0	10	12	30	45	60	0,5	1,0
2	8	0	6	45	30	45	1,0	2,0
3	12	6	0	60	60	30	1,2	1,5
4	0	8	15	60	45	60	0,8	1,4
5	10	0	14	45	30	45	1,0	1,2
6	5	10	0	30	60	30	0,5	1,8
7	0	12	6	60	45	60	0,6	0,8
8	9	0	3	45	30	45	0,4	0,6
9	10	9	0	30	60	30	1,0	1,6
10	0	8	4	60	30	60	1,2	1,0

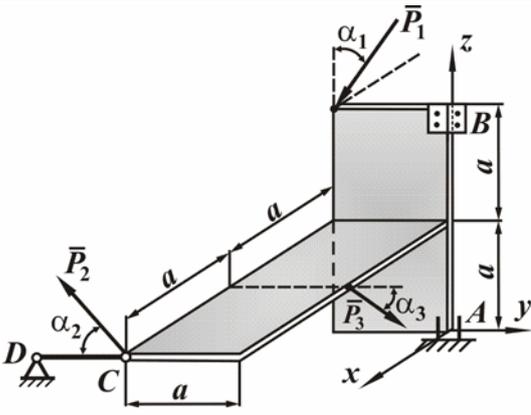
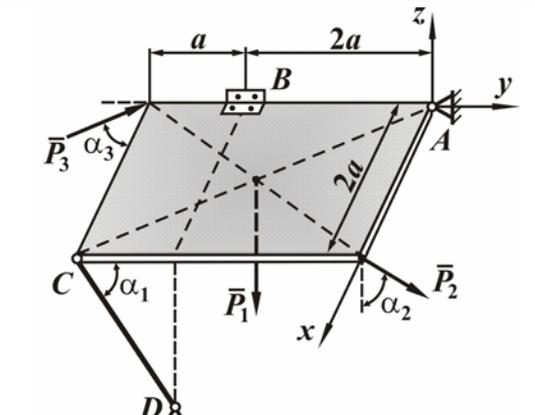
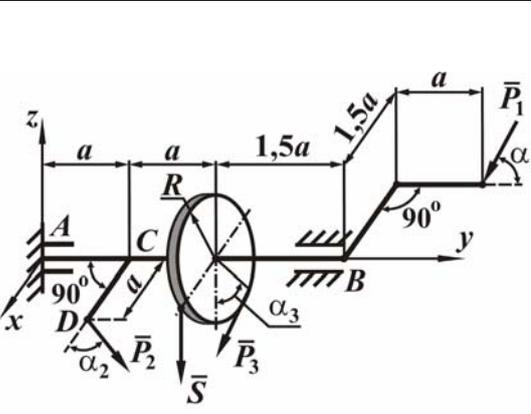
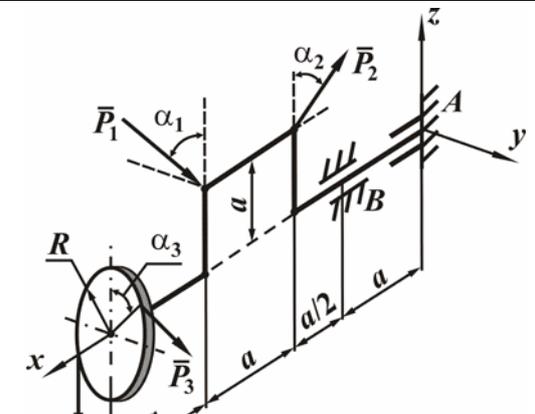
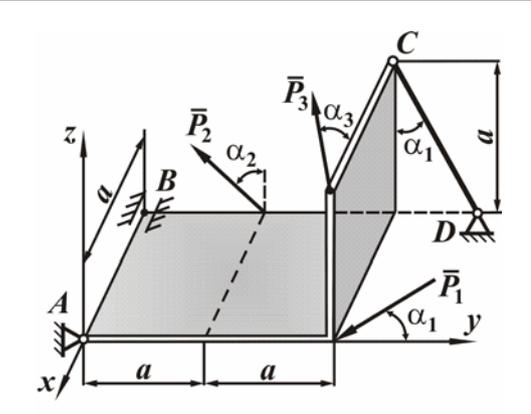
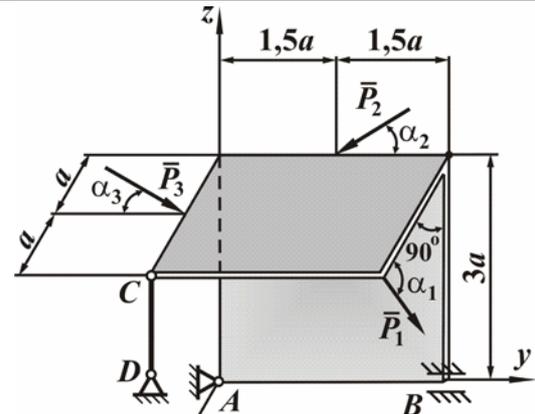
### Контрольные вопросы

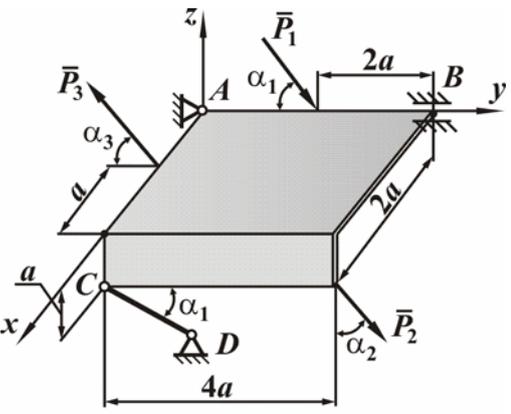
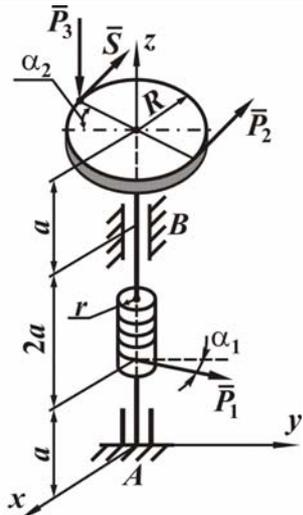
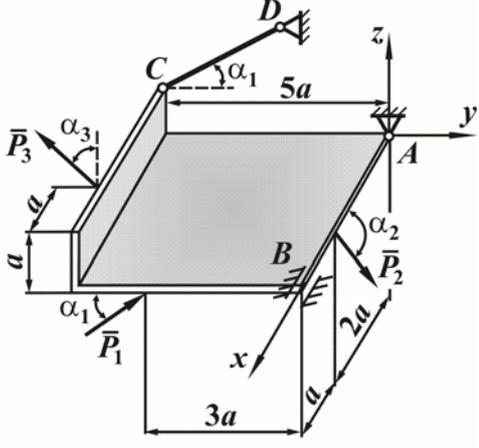
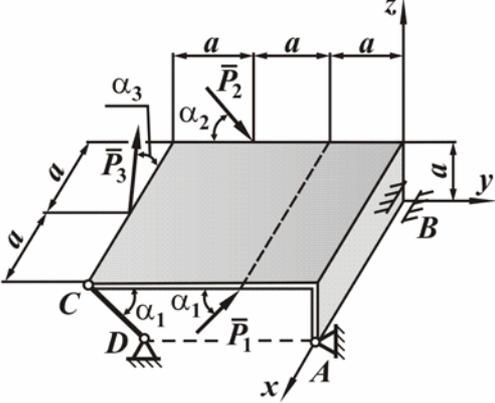
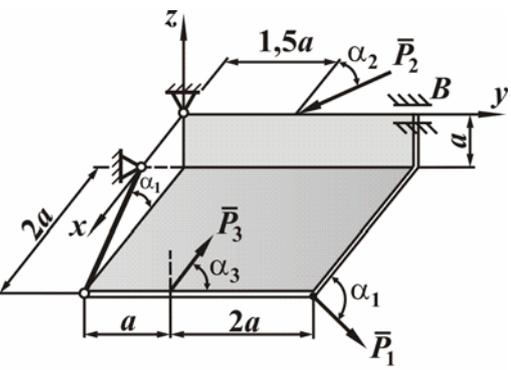
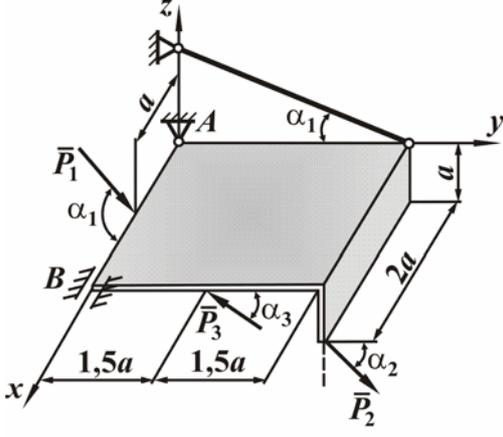
1) Уравнения равновесия пространственной системы сил. 2) Порядок определения момента силы относительно оси. 3) Условия, при которых момент силы относительно оси равен нулю.

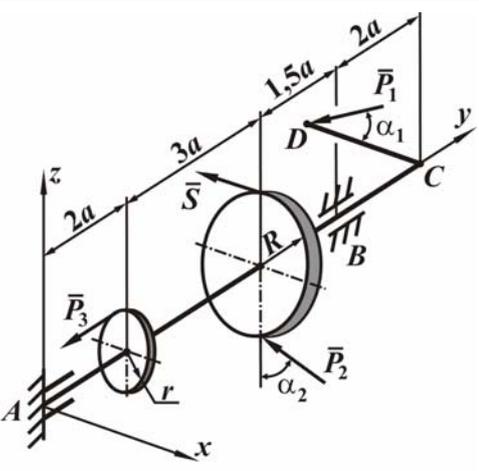
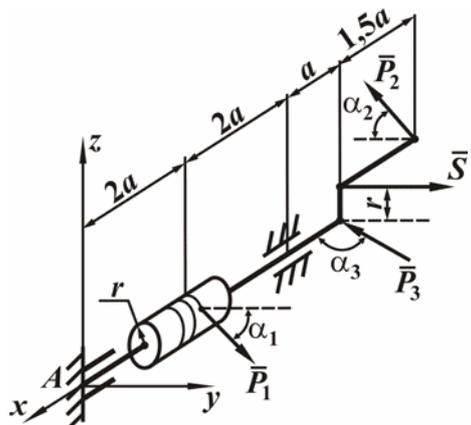
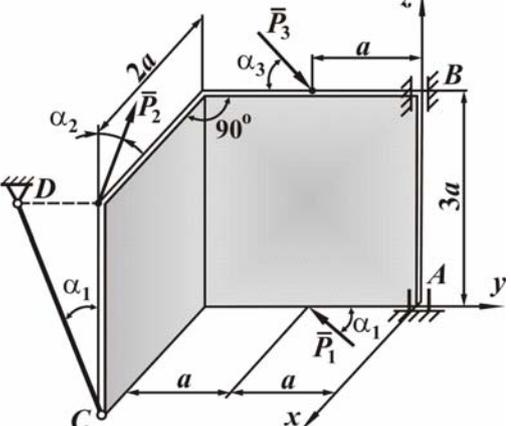
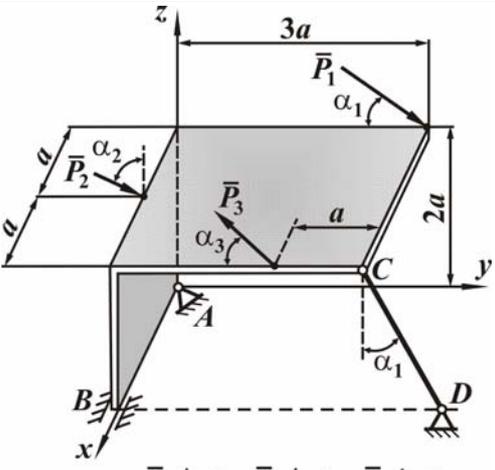
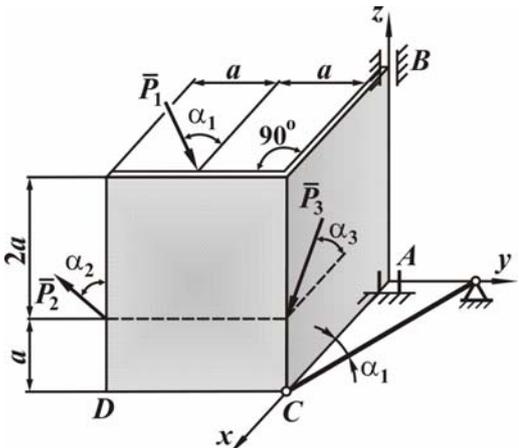
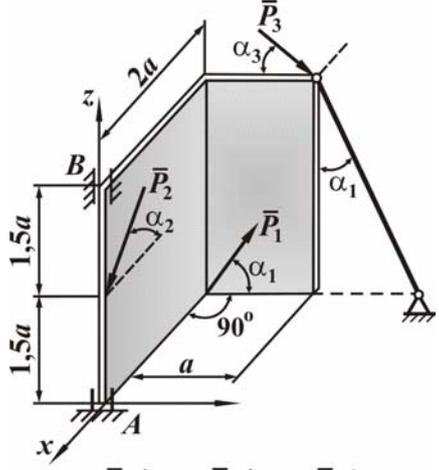
Схемы расчетных конструкций к ИДЗ №3

задание №1	задание №2
 <p data-bbox="276 734 783 775"><math>CD \parallel Az; \bar{P}_1 \perp Ay; \bar{P}_2 \perp Ay; \bar{P}_3 \parallel Ay; \bar{S} \parallel Ax</math></p>	 <p data-bbox="842 734 1353 775"><math>CD \parallel Az; \bar{P}_1 \perp Ax; \bar{P}_2 \perp Ax; \bar{P}_3 \perp Az; \bar{S} \parallel \bar{P}_1</math></p>
задание №3	задание №4
 <p data-bbox="284 1290 783 1330"><math>CD \parallel Ay; \bar{P}_1 \perp Az; \bar{P}_2 \perp Ay; \bar{P}_3 \parallel Az; AD = a</math></p>	 <p data-bbox="890 1290 1198 1330"><math>\bar{P}_1 \perp Ay; \bar{P}_2 \perp Ax; \bar{P}_3 \parallel Az</math></p>
задание №5	задание №6
 <p data-bbox="292 1863 751 1904"><math>CD \parallel \bar{S} \parallel Bx; \bar{P}_1 \perp By; \bar{P}_2 \perp Bz; \bar{P}_3 \perp Bx</math></p>	 <p data-bbox="922 1863 1230 1904"><math>\bar{P}_1 \perp Ax; \bar{P}_2 \perp Ay; \bar{P}_3 \parallel Az;</math></p>

<p>задание №7</p> <p><math>\bar{P}_1 \perp Ay; \bar{P}_2 \perp Ay; \bar{P}_3 \perp Ax; \bar{S} \parallel Az</math></p>	<p>задание №8</p> <p><math>\bar{P}_1 \parallel By</math>  <math>\bar{P}_2 \perp By</math>  <math>\bar{P}_3 \perp By</math>  <math>\bar{S} \parallel Bx</math></p>
<p>задание №9</p> <p><math>\bar{P}_1 \perp Az</math>  <math>\bar{P}_2 \perp Ax</math>  <math>\bar{P}_3 \perp Ay</math>  <math>\bar{S} \parallel \bar{P}_1</math>  <math>CD \parallel Ay</math></p>	<p>задание №10</p> <p><math>CD \parallel Ax</math>  <math>\bar{P}_1 \perp Ay</math>  <math>\bar{P}_2 \perp Ax</math>  <math>\bar{P}_3 \perp Az</math>  <math>\bar{S} \parallel \bar{P}_3</math></p>
<p>задание №11</p> <p><math>AD = CD = a; \bar{P}_1 \parallel Az; \bar{P}_2 \perp Az; \bar{P}_3 \perp Ax</math></p>	<p>задание №12</p> <p><math>\bar{P}_1 \parallel Az; \bar{P}_2 \perp Ay; \bar{P}_3 \perp Ax</math></p>

<p style="text-align: center;">задание №13</p>  <p style="text-align: center;"><math>CD \parallel Ay; \bar{P}_1 \perp Ay; \bar{P}_2 \perp Az; \bar{P}_3 \perp Ax</math></p>	<p style="text-align: center;">задание №14</p>  <p style="text-align: center;"><math>CD \perp Ax; \bar{P}_1 \parallel Az; \bar{P}_2 \perp Ay; \bar{P}_3 \perp Az</math></p>
<p style="text-align: center;">задание №15</p>  <p style="text-align: center;"><math>\bar{P}_1 \perp Ax; \bar{P}_2 \perp Az; \bar{P}_3 \perp Ay; \bar{S} \parallel Az; CD \parallel Ax</math></p>	<p style="text-align: center;">задание №16</p>  <p style="text-align: center;"><math>\bar{P}_1 \perp Ax; \bar{P}_2 \perp Ay; \bar{P}_3 \perp Ax; \bar{S} \parallel Az</math></p>
<p style="text-align: center;">задание №17</p>  <p style="text-align: center;"><math>CD \perp Ax; \bar{P}_1 \perp Az; \bar{P}_2 \perp Ax; \bar{P}_3 \perp Ay</math></p>	<p style="text-align: center;">задание №18</p>  <p style="text-align: center;"><math>CD \parallel Az; \bar{P}_1 \perp Ay; \bar{P}_2 \perp Ax; \bar{P}_3 \perp Az</math></p>

<p style="text-align: center;">задание №19</p>  <p style="text-align: center;"><math>CD \perp Ax; \bar{P}_1 \perp Ax; \bar{P}_2 \perp Ay; \bar{P}_3 \perp Az</math></p>	<p style="text-align: center;">задание №20</p>  <p style="text-align: center;"><math>\bar{P}_1 \perp Az</math>  <math>\bar{P}_2 \perp Az</math>  <math>\bar{P}_3 \parallel Az</math>  <math>\bar{S} \parallel \bar{P}_2</math></p>
<p style="text-align: center;">задание №21</p>  <p style="text-align: center;"><math>CD \parallel z Ay; \bar{P}_1 \perp Az; \bar{P}_2 \perp Ay; \bar{P}_3 \perp Ax</math></p>	<p style="text-align: center;">задание №22</p>  <p style="text-align: center;"><math>CD \perp Bx; \bar{P}_1 \perp Bz; \bar{P}_2 \perp Bx; \bar{P}_3 \perp By</math></p>
<p style="text-align: center;">задание №23</p>  <p style="text-align: center;"><math>\bar{P}_1 \perp Ay; \bar{P}_2 \perp Az; \bar{P}_3 \perp Ax</math></p>	<p style="text-align: center;">задание №24</p>  <p style="text-align: center;"><math>\bar{P}_1 \perp Ay; \bar{P}_2 \perp Ax; \bar{P}_3 \perp Az</math></p>

<p style="text-align: center;">задание №25</p>  <p style="text-align: center;"><math>\bar{P}_1 \perp Ay; \bar{P}_2 \perp Ay; \bar{P}_3 \parallel Ay; \bar{S} \parallel CD \parallel Ax</math></p>	<p style="text-align: center;">задание №26</p>  <p style="text-align: center;"><math>\bar{P}_1 \perp Ax; \bar{P}_2 \perp Ax; \bar{P}_3 \perp Az; \bar{S} \parallel Ay</math></p>
<p style="text-align: center;">задание №27</p>  <p style="text-align: center;"><math>CD \perp Ax; \bar{P}_1 \perp Az; \bar{P}_2 \perp Ay; \bar{P}_3 \perp Ax</math></p>	<p style="text-align: center;">задание №28</p>  <p style="text-align: center;"><math>\bar{P}_1 \perp Ax; \bar{P}_2 \perp Ay; \bar{P}_3 \perp Az</math></p>
<p style="text-align: center;">задание №29</p>  <p style="text-align: center;"><math>CD = AC; \bar{P}_1 \perp Az; \bar{P}_2 \perp Ax; \bar{P}_3 \perp Ay</math></p>	<p style="text-align: center;">задание №30</p>  <p style="text-align: center;"><math>\bar{P}_1 \perp Ax; \bar{P}_2 \perp Ay; \bar{P}_3 \perp Az</math></p>

### Пример выполнения задания.

**Дано:** вал (рис. 6) установлен в подпятнике (точка  $A$ ) и в радиальном подшипнике (точка  $B$ ).  
 $P_1 = 2 \text{ Н}$ ;  $P_2 = 3 \text{ Н}$ ;  $P_3 = 6 \text{ Н}$ ;  $\alpha_1 = 60^\circ$ ;  $\alpha_2 = 30^\circ$ ;  
 $\alpha_3 = 45^\circ$ ;  $a = 2 \text{ м}$ ;  $R = 1 \text{ м}$ ;  $\bar{P}_1 \perp Az$ ;  $\bar{P}_2 \perp Ay$ ;  
 $\bar{P}_3 \perp Ax$ ;  $CD \parallel Ay$ ;  $\bar{P}_1 \parallel \bar{S}$ .

Определить реакции связей, а также величину силы  $\bar{S}$ , уравнивающей вал (для положения, указанного на рисунке).

#### Решение:

Заменим связи их реакциями (рис. 7). В подпятнике  $A$  три неизвестные реакции  $\bar{X}_A$ ,  $\bar{Y}_A$  и  $\bar{Z}_A$ . В радиальном подшипнике  $B$  –  $\bar{Y}_B$  и  $\bar{Z}_B$ .

Рассматриваемая конструкция статически определима. Система сил пространственная, для нее имеют место шесть уравнений равновесия:

$$\sum X_i = 0; \quad \sum M_x = 0; \quad \sum Y_i = 0;$$

$$\sum M_y = 0; \quad \sum Z_i = 0; \quad \sum M_z = 0.$$

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum X_i = X_A - P_1 \cos \alpha_1 + S \cos \alpha_1 - X_B - P_2 \sin \alpha_2 = 0; \quad (1)$$

$$\sum Y_i = Y_A + P_1 \sin \alpha_1 - S \sin \alpha_1 + Y_B - P_3 \sin \alpha_3 = 0; \quad (2)$$

$$\sum Z_i = Z_A + P_2 \cos \alpha_2 + P_3 \cos \alpha_3 = 0; \quad (3)$$

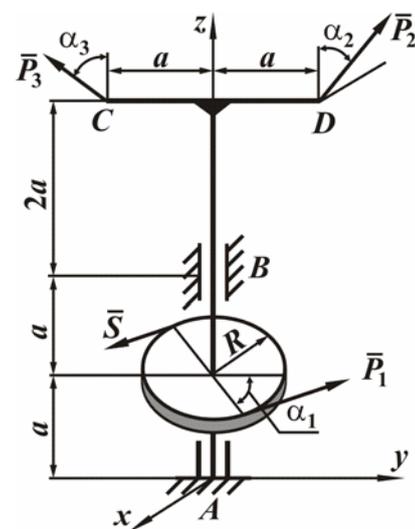


Рис. 6

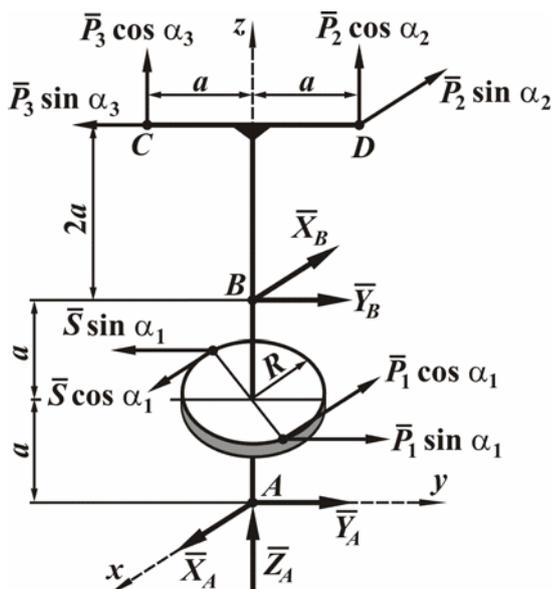


Рис. 7

$$\sum M_x = -P_1 \sin \alpha_1 \cdot a + S \sin \alpha_1 \cdot a - Y_B \cdot 2a + P_2 \cos \alpha_2 \cdot a - P_3 \cos \alpha_3 \cdot a + P_3 \cos \alpha_3 \cdot 4a = 0; \quad (4)$$

$$\sum M_y = -P_1 \cos \alpha_1 \cdot a + S \cos \alpha_1 \cdot a - X_B \cdot 2a - P_2 \sin \alpha_2 \cdot 4a = 0; \quad (5)$$

$$\sum M_z = P_1 \cdot R + S \cdot R + P_2 \sin \alpha_2 \cdot a = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (6) определяем уравновешивающую силу  $S$ :

$$S = \frac{-P_1 \cdot R - P_2 \sin \alpha_2 \cdot a}{R} = \frac{-2 \cdot 1 - 3 \cdot \sin 30^\circ \cdot 2}{1} = -5 \text{ Н.}$$

Из уравнения (5) определяем реакцию  $X_B$ :

$$X_B = \frac{-P_1 \cos \alpha_1 \cdot a + S \cos \alpha_1 \cdot a - P_2 \sin \alpha_2 \cdot 4a}{2a};$$

$$X_B = \frac{-2 \cdot \cos 60^\circ \cdot 2 + (-5) \cdot \cos 60^\circ \cdot 2 - 3 \cdot \sin 30^\circ \cdot 8}{4} = -4,75 \text{ Н.}$$

Из уравнения (4) определяем реакцию  $Y_B$ :

$$Y_B = \frac{-P_1 \sin \alpha_1 \cdot a + S \sin \alpha_1 \cdot a + P_2 \cos \alpha_2 \cdot a - P_3 \cos \alpha_3 \cdot a + P_3 \cos \alpha_3 \cdot 4a}{2a};$$

$$Y_B = \frac{-2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 + (-5) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 + 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 - 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 + 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 8}{4} = 4,6319 \text{ Н.}$$

Из уравнения (3) определяем реакцию  $Z_A$ :

$$Z_A = -P_2 \cos \alpha_2 - P_3 \cos \alpha_3 = -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5,9746 \text{ Н.}$$

Из уравнения (2) определяем реакцию  $Y_A$ :

$$Y_A = -P_1 \sin \alpha_1 + S \sin \alpha_1 - Y_B + P_3 \sin \alpha_3;$$

$$Y_A = -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + (-5) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 4,6319 + 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -6,4514 \text{ Н.}$$

Из уравнения (1) определяем реакцию  $X_A$ :

$$X_A = +P_1 \cos \alpha_1 - S \cos \alpha_1 + X_B + P_2 \sin \alpha_2;$$

$$X_A = 2 \cdot 0,5 - (-5) \cdot 0,5 + (-4,75) + 3 \cdot 0,5 = -0,25 \text{ Н.}$$

Знаки минус при вычислении величин реакций указывают на то, что их вектора направлены в противоположную сторону от показанных на рисунке.